

# La numerización de los fenómenos

Jaime L. Arrieta Vera

Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav, México.

j\_arrieta@hotmail.com

## 1. Resumen

Aquí se reporta el diseño y puesta en escena de una secuencia bajo una perspectiva socioepistemológica. En la secuencia la estructuración discursiva entre las herramientas, los modelos y las realidades viene a ser central. El otro eje gira entorno a la tesis de que en el ejercicio de ciertas prácticas sociales usando herramientas es donde aparecen, se estructuran y se movilizan como argumento ciertas nociones matemáticas. En este caso alrededor de las prácticas que hemos llamado de “numerización de los fenómenos” se construyen como herramientas lo lineal, lo cuadrático y lo exponencial.

## Introducción

La investigación que reportamos es parte de la investigación doctoral que desarrollo bajo la dirección de los doctores Ricardo Cantoral y Francisco Cordero. En este escrito se informa sobre el diseño y la puesta en escena de una secuencia bajo la perspectiva socioepistemológica.

La aproximación teórica que guía la presente investigación, es la perspectiva que desarrolla el grupo de investigación del Área de Educación Superior del Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav, que actualmente denominamos aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa, sintéticamente conocida como “Socioepistemología”.

En un intento por presentar a esta perspectiva de forma sucinta Cantoral y Farfán (2001) propone la siguiente descripción.

“De esta forma la Socioepistemología hace énfasis en la naturaleza social en la actividad de la construcción, por parte de los actores sociales en contextos sociales concretos, de sus conocimientos y sus realidades. Esta énfasis en lo social, trastoca el sentido tradicional que se le ha otorgado a las dimensiones cognitiva, didáctica y epistemológica”.

Tres características son fundamentales en la perspectiva con la que se aborda la presente investigación.

1. La primacía de las prácticas sobre los objetos. Es en el ejercicio de las prácticas donde los artefactos son utilizados, son utilizados con intenciones situadas en un contexto, es decir, se interactúa con herramientas.
2. El carácter situado de dichas prácticas. El contexto viene a ser una componente inseparable de las prácticas. Esta inseparabilidad entre contexto y práctica está en contraste con el papel de las condiciones que facilitan o alteran las acciones.
3. El carácter discursivo en la construcción social del conocimiento, las interacciones. Los humanos participan en el mundo construyendo sus conocimientos, sus realidades y sus herramientas, interactúan con el mundo y con otros seres humanos.

*De esta manera las secuencias que hemos diseñado no tienen su centro en los objetos*

*matemáticos en sí, sino en prácticas sociales a desarrollar en contextos argumentativos. Nuestra intención es la de proponer contextos argumentativos donde los actores, estudiantes y profesor, reproduzcan prácticas en donde se combina la intervención en la naturaleza, el trabajo y el experimento con la especulación matemática.*

La elección de las prácticas a reproducir es guiada por dos criterios: son prácticas que se ejercieron en contextos históricos argumentativos y son prácticas que se ejercen, actualmente, por ciertas comunidades.

Le hemos llamado “*la numerización de los fenómenos*” a las prácticas que parten de la recolección de datos numéricos de un fenómeno para construir modelos numéricos y se toma como central su uso. Estas prácticas ponen en el centro el uso de modelos numéricos.

Así, las prácticas que se pretenden reproducir no sólo se han ejercido históricamente, sino que se ejercen actualmente en el plano profesional y de los problemas cotidianos, esta práctica es ejercida, por ejemplo, por ingenieros bioquímicos o economistas al utilizar los datos para predecir el comportamiento de un fenómeno.

A partir de la interacción con el fenómeno los estudiantes identifican las variables que intervienen en él, organizando los datos obtenidos en una tabla numérica. Se identifican las características distintivas de esta tabla y se efectúan predicciones con esta. Las formas de predicción serán de diversas formas y nos interesa privilegiar formas de predicción que nos permitan obtener un modelo algebraico (fórmula algebraica). Punteando los datos de la tabla e identificando las características de la gráfica obtenemos un modelo gráfico del fenómeno, hacen predicciones con la gráfica y discuten la validez y aplicación del método empleado. Por último, en esta secuencia, identificando los parámetros algebraicos con los geométricos establecemos una relación entre las fórmulas y las gráficas.

### **El contexto histórico argumentativo**

Una forma de proceder, presente en los siglos XIV, XV y XVI para construir versiones de los hechos, es lo que llamamos inducción, y por inducción no nos referimos aquí a la inducción matemática, sino a la práctica que permite “anticipar” a partir de un fragmento de un fenómeno su comportamiento global.

Mediante la información y la experimentación en una cierta área puede “adivinarse” lo que puede ocurrir en una región nunca explorada por nadie. Se trata de algo un poco distinto de una exploración normal porque existen suficientes pistas en las zonas descubiertas para imaginar cómo será el territorio por descubrir.

Así, Newton, ante una situación que conocía de forma incompleta, fue capaz de “adivinar” las leyes agrupando ideas muy cercanas a hechos experimentales; la distancia entre las observaciones y las verificaciones no era muy grande.

De alguna forma Wallis practicaba la inducción informal o científica. Esto es, él visualizaba un patrón, verificaba una serie de ejemplos y después asumía que su regla era válida en tanto “no encontrara una sospecha por la que podía fallar” (Nunn, 1909-1911, citado en Dennis, D. y Confrey, J., 2000).

Wallis sostenía que él estaba tratado de desarrollar una teoría del conocimiento que fuera superior al análisis lógico de resultados conocidos. Afirmó que Fermat “trató de manera

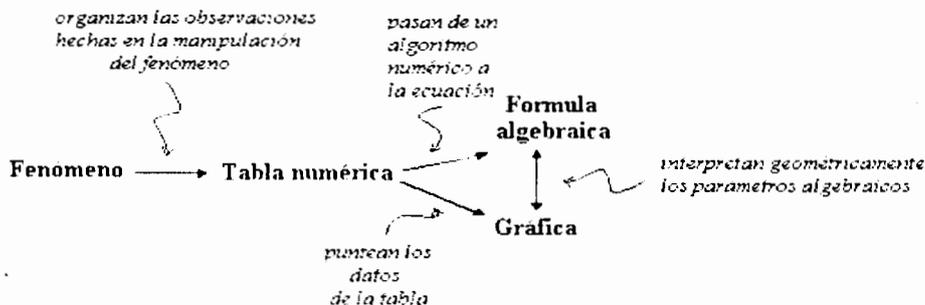
totalmente errada ese tratado (es decir, el *Arithmetica Infinitorum*) el cual no era tanto para mostrar un método de demostrar cosas ya conocidas como para mostrar una manera de investigación o hallazgo de cosas aún desconocidas” (citado en Nunn, 1909-1911, p.385).

Confrey y Dennis, (2000) mencionan que Wallis evoca abiertamente una aproximación empírica o heurística de la verdad matemática. Él se convence de la validez de sus matemáticas a través de una serie de conjeturas y confirmaciones. Sus argumentos centrales dependen de una coordinación de múltiples representaciones. Estas incluyen tablas numéricas, álgebra y geometría. Para Wallis una definición se vuelve razonable cuando emerge como un patrón en una representación, pero que también puede confirmarse a través de estar de acuerdo con otra. El que una idea sea razonable en un escenario nunca fue suficiente para Wallis. Sus primeras investigaciones, por lo general, se llevaron a cabo en el escenario de sucesiones numéricas y tablas. Después visualizaba una confirmación a través del álgebra y la geometría.

Los trabajos de Newton, Wallis y Galileo, entre otros, nos muestran una práctica que sería central en nuestras secuencias: a partir de la toma de datos de fenómenos construir modelos aritméticos (tablas) encontrando patrones de comportamiento y prediciendo sobre los fenómenos, construir otros modelos, a partir de los datos, y establecer una coordinación entre estos y los fenómenos, sus parámetros y las formas de predicción con cada modelo.

## 2. Esquema de las actividades en la secuencia

El esquema de las actividades de la secuencia es el siguiente



En este esquema se muestran las actividades que se desarrollan en esta secuencia. A partir de la interacción con el fenómeno los estudiantes identificaran las variables que intervienen en él, organizando los datos obtenidos en una tabla numérica. Se identifican las características distintivas de esta tabla y se efectúan predicciones con esta. Las formas de predicción serán de diversas formas y nos interesa privilegiar formas de predicción que nos permitan obtener un modelo algebraico (fórmula algebraica).

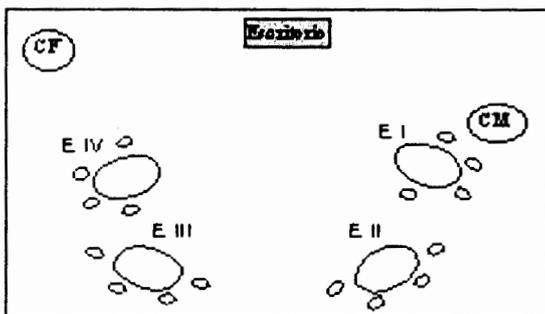
Punteando los datos de la tabla e identificando las características de la gráfica obtenemos un modelo gráfico del fenómeno, hacen predicciones con la gráfica y discuten la validez y aplicación del método empleado. Por último, identificando los parámetros algebraicos con los geométricos establecemos una relación entre las fórmulas y las gráficas.

### Condiciones experimentales

Los participantes en esta actividad son cuatro equipos de cuatro estudiantes del tercer semestre de ingeniería bioquímica del instituto Tecnológico de Acapulco (con una edad

entre 18 y 20 años). Es importante la buena comunicación entre ellos, esto es porque nos interesa la producción discursiva.

El arreglo experimental, contemplaría una cámara “móvil” (que capte los detalles en la discusión general y las discusiones en los grupos, pero especialmente el desarrollo de un equipo), una cámara fija (que capte el panorama general del aula), una grabadora por equipo (que capte las discusiones en el equipo) y material del aula (pizarrón, retroproyector, sensor de movimiento y de temperatura, y calculadoras graficadoras).



**Esquema del montaje experimental**

El montaje experimental se realiza en una aula, en este participan dos profesores, el profesor A y el B, y cuatro equipos de cuatro alumnos, Equipo I, II, III y IV. En cada mesa se instala una grabadora que recoge las conversaciones de cada equipo, además se tiene una cámara fija (CF) que capta el panorama general y otra móvil (CM) que capta las particularidades del desarrollo de la experimentación

En la conformación de los equipos, se considerarán las siguientes variables: edad, cursos tomados, grados, popularidad y personalidad. Nos interesaba que en los equipos haya un ambiente de participación, no se ejerzan posiciones de liderazgo por alguno de los miembros que inhibieran la participación de los demás integrantes. Por tanto los equipos se integrarán con estudiantes del mismo grado, con edades sin grandes variaciones, con calificaciones medias y sin limitaciones para expresar sus ideas.

### ***Condiciones de las interacciones***

Nuestro interés está centrado en la interacción a diferentes niveles, los estudiantes interactúan en su equipo, interactúan con los demás equipos y con el profesor.

La mecánica de la actividad es la siguiente: se plantea una cuestión, los equipos construyen una posición al respecto, argumentando ampliamente, se debate, por los equipos, sobre las diferentes posiciones utilizando los argumentos que se construyen en torno a cuestión planteada.

### **Objetivos**

El objetivo fundamental en el diseño de esta secuencia es construir un contexto argumentativo donde los estudiantes y profesor, interactivamente, en el aula, construyan argumentos, herramientas y significados a partir de la interacción con un fenómeno. Identificamos, pues, algunas actividades involucradas, dentro lo que llamamos actividades

de modelación, que son el foco de nuestra atención:

Emplear recursos específicos y formas particulares para describir hechos, construyendo versiones de éstos.

Construir argumentos a través de conjeturas y confirmaciones, basadas en la inducción general.

Argumentar y validar versiones utilizando una coordinación de múltiples herramientas.

Desarrollar formas de predicción y argumentos de su validación.

Elaborar categorías descriptivas y explicaciones de nuevas experiencias utilizando conocimientos que tienen, derivados de otros contextos y frente a otras experiencias.

## Secuencias

Las secuencias que se desarrollaran son tres:

- Elasticidad de resortes. La linealidad.
- La caída de los graves. Lo cuadrático.
- La ley de enfriamiento de Newton. Lo exponencial.

1. Elasticidad de resortes. La linealidad

**Objetivo: en esta fase los estudiantes construyen y utilizan como herramienta, a la linealidad, en interacción con un fenómeno, la elasticidad de resortes.**

Los estudiantes obtienen una connotación física de “variable”: la variable distancia y la variable peso. Los estudiantes construyen un modelo numérico de la elasticidad de resortes, identificando las características de la tabla, utilizándola para predecir, e identificando los parámetros de esta tabla. Construyen la gráfica distancia – peso, como modelo gráfico del fenómeno, y el modelo algebraico. Establecen un esquema que coordina los diferentes modelos con el fenómeno, sus parámetros y las formas de predecir.

2. La caída de los graves. Lo cuadrático.

**Objetivo: en esta fase los estudiantes construyen y utilizan como herramienta, lo cuadrático, en interacción con un fenómeno, la caída de los graves.**

Los estudiantes obtienen una connotación física de “variable”: la variable distancia y la variable tiempo. Los estudiantes construyen un modelo numérico de la caída de los graves, identificando las características de la tabla, utilizándola para predecir, e identificando los parámetros de esta tabla. Construyen la gráfica distancia – tiempo y la gráfica velocidad - tiempo como modelos gráficos del fenómeno y el modelo algebraico. Establecen un esquema que coordina los diferentes modelos con el fenómeno, sus parámetros y las formas de predecir.

3. La ley de enfriamiento de Newton. Lo exponencial

**Objetivo: en esta fase los estudiantes construyen y utilizan como herramienta, lo exponencial, en interacción con un fenómeno, el enfriamiento de líquidos.**

Los estudiantes obtienen una connotación física de “variable”: la variable temperatura y la variable tiempo. Los estudiantes construyen un modelo numérico del enfriamiento de líquidos, identificando las características de la tabla, utilizándola para predecir e identificando los parámetros de esta tabla. Construyen la gráfica enfriamiento – tiempo y la gráfica temperatura - tiempo como modelos gráficos del fenómeno, y los modelos analíticos. Establecen un esquema donde coordinan los diferentes modelos con el fenómeno, sus parámetros y las formas de predecir.

Entre las evidencias que encontramos es la centración de los estudiantes en la regla de tres: Aplican la regla de tres indiscriminadamente. El argumento: se aplica regla de tres por que son cantidades proporcionales. Pero, las palabras “cantidades proporcionales” es una palabra del discurso escolar, no se tiene idea de lo que no es proporcional. La regla de tres siempre funciona, en la escuela siempre hemos visto problemas donde funciona.

La linealidad sólo se aprehende en la otredad, es decir en su confrontación con lo que no es ser lineal, de otra forma, se aplica la regla de tres indiscriminadamente, no se permite hacer la coordinación con otras versiones de la linealidad, la modelación de fenómenos es inaccesible, en general no se permite la construcción de argumentos.

### **Referencias bibliográficas**

- Arrieta, J. y Buendía, G. (2001) El diseño de situaciones desde la perspectiva de la actividad humana. Serie: *Antologías*. No. 1. Programa Editorial de la Red Nacional de Cimates.
- Candela, A. (1999) *Ciencia en el aula*. México: Paidós Educador
- Cantoral, R. y Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon* Núm. 42, pp. 353-369, España
- Cantoral, R. y Farfán, R. (2002). Sur la sensibilité a le contradiction en mathématiques; l'origine de l'analyse complexe. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol. 22, Núm. 2.
- Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, núm. 2.