

## **Funcionando con la computadora. Una experiencia con un asistente matemático**

*P. Medina, M Astiz., S.Vilanova, M.Oliver, M.Rocerau, G. Valdez, M.Vecino,  
E. Álvarez, Y. Montero*

Universidad Nacional de Mar del Plata – Argentina

pmedina@mdp.edu.ar ; mastiz@mdp.edu.ar

### **Resumen**

El presente trabajo describe una experiencia desarrollada con 10 alumnos en un taller optativo del Colegio Dr. Arturo Illia de la Universidad Nacional de Mar del Plata (Argentina).

El taller tuvo como objetivo ofrecer a los alumnos una forma de trabajo para que, utilizando la computadora como herramienta, sean capaces de determinar e interpretar funciones que explican situaciones problemáticas. Este tema se seleccionó de entre los temas que el programa de la asignatura Matemática determina para cursos de noveno año de la enseñanza general básica (14-15 años)

Para el logro del objetivo se utilizó el software DERIVE entendiendo al mismo como un entorno de exploración, como una ayuda para visualizar e interpretar.

### **Introducción**

Esta comunicación presenta una experiencia realizada bajo la modalidad taller con alumnos de 14-15 años del colegio Dr. Arturo Illia de la Universidad Nacional de Mar del Plata. En el mismo se trabajó la modelización de problemas a través de funciones, utilizando como soporte fundamental la computadora, más precisamente el programa Derive. En la Argentina el tema funciones forma parte de los temas previstos para su enseñanza a partir de noveno año. El tema elegido para este taller intenta ser un aporte para profundizar con los alumnos los conceptos previos que desarrollaron sobre el tema funciones en las clases de matemática.

El uso de la computadora en educación es una nueva tendencia que se caracteriza por una clara inclinación hacia sistemas que involucran herramientas puestas a disposición de los alumnos, con el rol de facilitadoras para la indagación y la adquisición de conocimiento, en ambientes de aprendizaje colaborativos e interactivos (Kaput, 1992).

En este sentido, una de las finalidades del taller fue que los alumnos adquieran una herramienta más para la exploración y observación de conceptos relacionados con el análisis de funciones y desarrollen estrategias de aprendizaje para tal fin.

Por otra parte, una problemática central vinculada con el concepto de función, se refiere a los distintos registros de representación de las mismas (tabla de valores, fórmula, gráfico y descripción verbal). Duval (1995) plantea que una causa importante de los fracasos escolares está ligada a la conversión entre esas representaciones: los alumnos saben, en general, trabajar aisladamente con cada una de ellas, pero no tienen la capacidad de decidir si conviene o no cambiar de registro según la tarea que se les presente. A partir de esto, otra finalidad del taller fue lograr en los alumnos naturalidad en el manejo y selección de las distintas formas de representación de las funciones.

En síntesis, ya que la computadora ha simplificado el problema de graficar, se pretende que los alumnos desarrollen una apreciación global e intuitiva del comportamiento de las funciones y sus propiedades, basado tanto en la lectura de los gráficos que las representan como de sus expresiones analíticas. De este modo podrán traducir estas últimas a gráficas y viceversa, anticipando en cada caso las características, ya sea del gráfico o de su expresión algebraica.

Por último, cabe destacar que el software utilizado fue el Derive, ya que el mismo, como señalan Berry et al. (1994), puede ser integrado a la resolución de problemas como un entorno de exploración, como una ayuda para visualizar e interpretar.

### **¿Por qué un taller?**

Como expresa Miguel de Guzmán et al. (1993), “en todo proceso de aprendizaje el eje principal ha de ser la propia actividad del alumno dirigido con tino por el profesor, colocando al primero en situación de participar, sin aniquilar el placer de ir descubriendo por sí mismo. Las ventajas de este procedimiento bien llevado son claras: actividad contra pasividad, motivación contra aburrimiento, adquisición de procesos válidos contra rígidas rutinas inmotivadas que se pierden en el olvido”. En tal sentido, se propone la modalidad taller para que los alumnos trabajen a su propio ritmo, desarrollando las tareas propuestas y debatiendo los avances con sus compañeros. En esta modalidad el rol docente es el de moderador y guía, propiciando exposiciones e intercambios de ideas cada vez que lo considere necesario o sea requerido por los alumnos.

### **Objetivos del taller**

- Traducir datos y variables de problemas en expresiones funcionales y hallar sus gráficas utilizando el software Derive.
- Generar modelos a partir de situaciones problemáticas.
- Reconocer que con el mismo tipo de función se pueden elaborar modelos para una gran variedad de problemas.
- Predecir resultados de problemas que se explican a través de funciones cuando se varía las condiciones de las variables involucradas.

### **Propuesta temática del taller**

Teniendo en cuenta que este taller se dictó en carácter de optativo, los temas seleccionados para el mismo fueron:

1. Conceptos básicos y práctica con el software de graficación de funciones y resoluciones algebraicas Derive.
2. Determinación de dominio, imagen, crecimiento, decrecimiento, puntos críticos sobre gráfica de funciones dadas.
3. Gráfica de funciones continuas, discontinuas, por tramos.
4. Interpretación de gráficas de funciones. Predicción de resultados.
5. Presentación de problemas para la determinación de expresiones funcionales que explican la variación de las variables involucradas.
6. Análisis de la variación de parámetros de una función. Predicción de resultados

## Carga horaria del taller y participantes

El taller se llevó a cabo en el Colegio Dr. Arturo Illia, colegio de la Universidad Nacional de Mar del Plata. En este colegio los estudiantes deben optar por un taller entre todos los que se proponen. Seleccionaron este taller 10 (diez) alumnos, quienes participaron del mismo. Estos alumnos en la asignatura Matemática habían trabajado el tema funciones, dominio, imagen, graficación, funciones dadas por tramos, pero nunca utilizando la computadora como herramienta.

El taller se dividió en 12 encuentros de 2 horas cada uno.

## El trabajo en el aula

El taller se llevó a cabo íntegramente en la sala de computadoras y con el objeto de organizar el trabajo, en una primera instancia se presentó a los alumnos el software Derive para que conozcan cómo trabajar con el mismo en los modos álgebra y gráfico. Respecto de la evaluación, la misma fue continua y se tuvo en cuenta no sólo los avances en el trabajo individual sino también el nivel de participación y colaboración de cada alumno.

Una vez que aprendieron el uso de las funciones básicas del Derive: ingreso de expresiones en modo álgebra, graficación en 2D, incrustación de gráficos, resolución de ecuaciones, definición de funciones, graficación de funciones por tramos (uso de la función if), trabajaron con los problemas que se seleccionaron para cumplir con los objetivos propuestos.

A modo de ejemplo presentamos uno de ellos:

*La empresa de correos LA VELOZ cobra para enviar un paquete \$5.- de costo fijo más \$12.- por kg. de peso. La empresa CORRECAMINOS cobra \$7.- de costo fijo pero \$8.- por kg. de peso. Debemos asesorar a una persona sobre la empresa de correos más conveniente para enviar un paquete. ¿Qué podemos decirle?*

El 50% de los estudiantes planteó correctamente en el primer intento las ecuaciones de costo correspondiente a cada empresa de correos

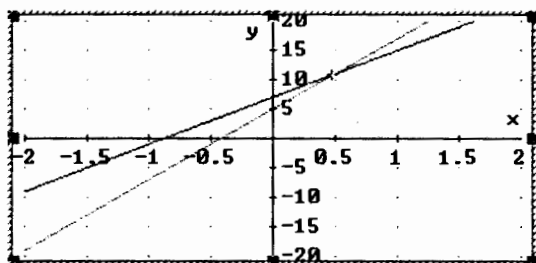
Una vez obtenidas las gráficas observaron la misma y sin problemas dedujeron cuál era el peso del paquete para el cual el costo de ambas empresas era el mismo, aunque el valor exacto lo obtuvieron algebraicamente a través de la opción Resolver Sistema del Derive.

No obstante, no fue tan inmediata la deducción de la respuesta al problema, ésta surgió a través de una discusión-debate surgida espontáneamente una vez que todos obtuvieron las ecuaciones correctas.

A continuación se transcribe el trabajo realizado por uno de los estudiantes:

#1:  $y = 7 + 8 \cdot x$

#2:  $y = 5 + 12 \cdot x$



la recta verde es la que corresponde a #2 y la recta negra a #1 parece que se cortan en el punto (0.5,10), pero tengo que estar seguro y por eso voy a hacer las cuentas en álgebra

#3:  $\text{SOLVE}([y = 7 + 8 \cdot x, y = 5 + 12 \cdot x], [x, y])$

#4: 
$$\left[ x = \frac{1}{2} \wedge y = 11 \right]$$

ahora estoy seguro que se cortan en el punto (0.5,11)  
eso significa que cuando el paquete pesa medio kilo me da lo mismo enviar el paquete por cualquier empresa porque me cuesta \$11.-  
pero todo esto tiene sentido si estoy de cero para la derecha, no existen pesos negativos.  
la recta verde desde cero hasta 0.5 está abajo de la recta negra, entonces sale más barato ir a la veloz si el paquete pesa menos que medio kilo y si pesa más conviene ir a la otra empresa, pero si pesa medio, da lo mismo.

Este mismo problema fue retomado realizando una modificación a las tarifas de correos, considerando que el precio se fraccionaba cada 100 gramos de peso, es decir llevando la situación a una más real. En este caso, el docente promovió el debate entre los estudiantes para que expusieran sus puntos de vista ante esta modificación. Para resolver la nueva situación comenzaron a realizar cálculos hasta llegar a la conclusión de que se trataba de funciones por tramos, las cuales graficaron y observaron para ver en qué aspecto modificaba la respuesta dada bajo las condiciones iniciales. En este caso, el trabajo realizado en Derive por otro de los estudiantes fue:

Liberta Vay y Tened que ventlar la función porque esto es para Falce y Shara  
Levedito para a graner

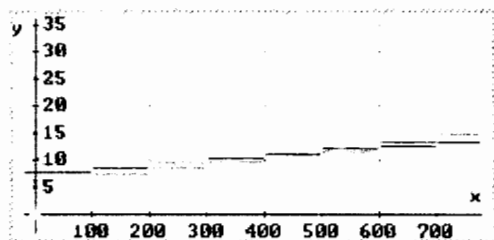
#3:  $y = 7 + 0.008x$

#4:  $y = 5 + 0.012x$

#5:  $f(x) = 7 + 0.008x$

#6:  $g(x) = 5 + 0.012x$

#7:  $f(x < 100, f(100), f(x < 200, f(200), f(x < 300, f(300), f(x < 400, f(400), f(x < 500, f(500), f(x < 600, f(600), f(x < 700, f(700), f(x < 800, f(800), f(x < 900, f(900), f(x < 1000, f(1000))))))))))$



pero antes puedo decir que si el paquete pesa entre 400 y 500 gramos de lo mismo cualquiera de las empresas No para 400 porque es más caro  
correspondientes

De la misma manera trabajaron con el resto de los problemas propuestos. Estos involucraron principalmente funciones cuadráticas (relacionadas con superficies, trayectorias), cúbicas (relacionadas con volúmenes), lineales (relacionadas con trayectorias)

### Consideraciones finales

Las ciencias tratan de expresar ciertas características de los fenómenos estudiados en función de otras. El poder de las funciones consiste tanto en describir de manera simple situaciones complejas como predecir resultados y realizar los análisis cualitativos correspondientes.

Como ya se ha señalado, el objetivo del taller fue ofrecer a los alumnos una forma de trabajo para que, utilizando la computadora como herramienta, sean capaces de determinar e interpretar funciones que explican situaciones problemáticas.

A partir de las herramientas y conceptos previos de que disponían e incorporando la computadora como un nuevo recurso con el software Derive, se logró que los alumnos predigan resultados ante cambios en las condiciones de datos o variables de los problemas propuestos. Por otra parte se observó claramente en ellos la búsqueda autónoma (sin la intervención del docente), la gestación de ideas y el descubrimiento de estructuras matemáticas sencillas en la resolución de los problemas.

Otro logro importante fue la naturalidad con la que manejaron y seleccionaron las distintas formas de representación de funciones como tabla de valores, fórmula, gráfico, descripción verbal.

Es importante destacar que la introducción de la computadora generó en los participantes del taller una gran motivación para el trabajo. Da cuenta de ello que ante cada situación se dedicaron a realizar modificaciones en los parámetros de las funciones logrando variantes

de los problemas originales, que los llevaron en algunas oportunidades a profundizar sobre algún tema (dominio de definición de una función) o a tratar temas que no conocían (funciones de dos variables)

En base a los resultados observados, consideramos importante llevar adelante nuevamente esta experiencia involucrando durante su desarrollo no sólo al docente encargado del taller sino también al docente de matemática del curso e incorporando otros temas. Todo ello con el objetivo final de elaborar en conjunto una propuesta didáctica para llevar adelante en los cursos de matemática.

### **Referencias bibliográficas**

- MCyE. (1996). *Contenidos básicos para la Educación General Básica*. Argentina.
- Ausubel, D.P. (1997). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Trillas: México.
- Berry, J., Graham, T. and Watkins, T (1994). Integrating the DERIVE program into the teaching of mathematics. En *The International DERIVE Journal*, V. 1, N 1 (83-96)
- De Corte, E. (1996). Aprendizaje Apoyado en el Computador: una Perspectiva a Partir de la Investigación acerca del Aprendizaje y la Instrucción. En *Memorias del III Congreso Iberoamericano de Informática Educativa*. Barranquilla, Colombia.
- Duval, R. (1995). *Sémiosiset pensée humaine: Registres sémiotiqueset apprentissage intellectuels*. Suiza. Peter Lang.
- Guzmán, M. de y Gil Pérez, D. (1993). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e innovaciones*. OEI. Ed. Popular
- Guzmán, M. de & Colera, J. y Salvador, A. (1987). *Matemáticas Bachillerato 1*. Madrid. Grupo Anaya.
- Kaput, J.J. (1992). Technology and Mathematics Education. En *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, (515-556). Macmillan. N.Y
- Kutzler, B., Kokol-Voljc, V. *Introducción a DERIVE 5*. OEG. Austria. Edición Española. DERISOFT, c.b. Valencia, España
- Novak, J.D. y Gowin, D.B. (1984). *Learning how to Learn*. N.Y. University Press.
- Paulogorrán, C. y Pérez C. (1994). *Cálculo Matemático con Derive para PC*. Ra-Ma. Madrid.