Las matemáticas integradas en contexto

Leonardo Torres Pagán
Departamento de Educación de Puerto Rico, Puerto Rico
mathpr@coqui.net

Resumen

Todos los maestros tienen opiniones propias sobre la forma en que sus estudiantes aprenden (Streefland, 1999) opiniones determinan la forma en que los maestros se desempeñan en la sala de clases. Hay quienes piensan que los estudiantes llegan a la sala de clases con su mente vacía. Esto implica que la mente del joven esta en una especie de inactividad y que la educación consiste en llenar de conocimientos las mentes de los estudiantes quienes recibe los mismos pasivamente. Lamentablemente, esta visión el aprendizaje, ha guiado la mayor parte de la enseñanza de las escuelas del país. Frecuentemente se invierte una gran cantidad de tiempo en la memorización y aplicación de algoritmos y manipulaciones algebraicas. Este método tiene su lugar en la enseñanza de las matemáticas, más aún, en ocasiones la forma más efectiva de aprender ciertas ideas es que sean expuestos a los estudiantes, por ejemplo, las figuras geométricas y las tablas de multiplicar. Por desgracia en realidad la enseñanza matemática se rige casi en su totalidad por este método.

Acerca del aprendizaje

En la década de los cincuenta, el psicólogo Jean Piaget, describió experiencias relacionadas a la forma en que los niños aprenden. Piaget (en Quintero, 1986a 1986b) señalaba que los niños interpretan ciertas situaciones en forma diferente a como las interpretan los adultos. Añade que los niños, lejos de limitarse a repetir las explicaciones de los adultos, ofrecían explicaciones que respondían a sus propias experiencias y creencias.

Todos los estudiantes traen consigo a la sala de clases un valioso acervo de conocimiento matemático informal el cual agregan nuevo conocimiento a medida que progresan a través de los niveles de estudio. Como se señalo antes, los estudiantes tratan de medir sus observaciones y las explicaciones que se les presentan mediante sus concepciones e ideas propias y creencias. En el aprendizaje de las matemáticas, esta personalización del aprendizaje es de suma importancia ya que indica que todo aprendizaje debe tener como punto de partida el propio estudiante, pero, esta naturaleza profundamente individual del conocimiento no lo hace un asunto completamente privado. El aspecto social de las matemáticas juega un papel importante en la construcción de tal conocimiento. Las interacciones entre los estudiantes, y entre estos y el maestro constituyen ingredientes fundamentales en la construcción del conocimiento individual (Nacional Council of Teachers of Mathematics, 2000)

Una idea muy afín con la naturaleza constructiva del aprendizaje es aquella del aprendizaje con sentido (Quintero 1984, 1996). Cuando una persona aprende, además de adquirir información y datos, construye modelos mentales que le ayudan a entender e interpretar el mundo a su alrededor (Quintero, 1986c) Ciertamente el fin de la educación no puede ser proveer un cúmulo de datos e información al estudiante. El fin de la educación es más bien el de dotar a los estudiantes de los recursos intelectuales necesarios para que aquellos puedan perpetuar su propia educación; es decir, una buena educación es aquella que enseña a los estudiantes a aprender, o a lo que es lo mismo, a construir su propio conocimiento. La matemática misma es mucho más que una extensa colección de formulas y manipulaciones algebraicas; es una materia que surge del interés humano por entender el mundo que le rodea.

Uno de los rasgos más importante del aprendizaje con sentido es su naturaleza generativa, es decir, el aprendizaje con sentido engendra nuevo conocimiento. Cuando un estudiante entiende una idea puede ubicar correctamente la nueva idea dentro de la estructura mental del conocimiento anteriormente adquirido (Quintero, 1984). Por tal razón la enseñanza de las matemáticas debe partir de situaciones que tengan sentido para el estudiante, es decir, que constituyan ya parte del acervo matemático del estudiante (Streefland 1999) las destrezas solo tienen sentido en contexto. Por ello las destrezas no se deben enseñar en forma aislada, sino que deben desarrollarse integradas a contextos con sentido.

Una vez reconocida la naturaleza constructiva del aprendizaje, el desempeño del maestro en la sala de clases cambia radicalmente. El estudiante es entonces el centro de la actividad educativa, perdiendo el carácter pasivo que siempre se la ha querido asignar, y el maestro mantiene su papel activo, pero esta vez de guía y como creador de ambientes en la sal de clase que propicie que el proceso constructivo se dé en el estudiante. Sin embargo, Streefland (1999) señala que los estudiantes no aprenden eficientemente si la enseñanza comienza en un nivel de abstracción muy alto. Ello ocurre precisamente porque el conocimiento que se presenta guarda poca relación con la matemática que han logrado entender. Las nociones centrales que forman el estudio de las matemáticas solas e adquieren a través de periodos relativamente largos de tiempo, y ello ocurre luego de que tales nociones se presentan repetidamente de diferentes maneras y en circunstancias de mayor abstracción a medida que los estudiantes progresan a través de los niveles educativos. Por consiguiente, el currículo se de planificar de manera que se provean las circunstancias para que el estudiante pueda desarrollar su conocimiento matemático a través e niveles de abstracción cada vez mas altos. En particular, se debe integrar la educación verticalmente, proveyendo oportunidades para la introducción de modelos, notaciones, esquemas conceptuales, símbolos y otros, que propicien la transición del estudiante a niveles mas altos de conocimiento (Freudenthal, 1981). Sin embargo, no debe pensarse que el progreso del estudiante a través de niveles de abstracción cada vez más altos constituyen un proceso fortuito. El mismo esta íntimamente relacionado a la forma en que el ser humano aprende y es susceptible a las metodologías que se emplean en la enseñanza de las matemáticas. Hay dos planteamientos que deben considerarse con relación a los niveles de abstracción. En primer lugar constituyen una jerarquía en la que es necesario completar un nivel antes de poder alcanzar el nivel próximo. La educación matemática debe tomar como punto departida para la enseñanza el conocimiento que tiene el estudiante, tanto formal como informal en el momento en que se dispone a ocurrir el aprendizaje. A esto debe añadirse que la educación matemática debe ser contextual, es decir, debe partir de contextos que revistan interés y que sean pertinentes en la vida del estudiante). En otras palabras, los estudiantes se expondrán al estudio de situaciones matemáticas que surjan de una multiplicidad de áreas de interés, tan variadas como la pueden ser la astronomía, las ciencias ambientales, la física, la sociología o la matemática misma. Los estudiantes podrán abordar el estudio de situaciones matemáticas interesantes enmarcadas en contextos ricos y estimulantes para el pensamiento y la reflexión. Inicialmente el estudiante construye modelos (verbales, visuales o simbólicos) para describir estas situaciones que se toman como punto de partida, y en ellos emplean todo tipo e estrategias formales e informales para comprender a cabalidad las situaciones presentadas. Esta totalidad de procedimientos formales e informales que emplea un estudiante para organizar el contenido matemático de una situación contextual se conoce como matematización horizontal. Así pues, la matematización horizontal permite la confección de modelos de una situación. Tales modelos son por su naturaleza descriptiva ya que sirven para representar, describir o modelar la situación original.

Una vez consideradas varias situaciones contextuales e identificada los elementos comunes entre los modelos descriptivos empleados, se desarrollan modelos más abstractos, los cuales sirven para sugerir y predecir situaciones futuras. Este proceso se conoce como matematización vertical.

El proceso de matematización transforma continuamente el conocimiento informal del estudiante en el conocimiento matemático más formal. La historia de la matemática es ilustrativa de este punto. Si se estudia el desarrollo de la matemática, se advierte que muchos modelos que se crean con el fin de resolver problema específico termina sugiriendo nuevas áreas de estudio y propiciando el desarrollo matemático en otras direcciones. La matematización vertical sostenida durante varios anos termina por hacer de La matemática una disciplina lógica, de estructura deductiva, en la que muchas veces es imposible identificar los problemas y los contextos que dieron base a su desarrollo. Es por tal razón que la presentación estrictamente lógica de la matemática no siempre constituye el mejor método didáctico ya que tal presentación supone el nivel de abstracción más alto. La enseñanza de la matemática no se debe limitar únicamente a la presentación de los conceptos centrales de la disciplina, sino que debe crear las condiciones necesarias para que el estudiante participe activamente en el proceso de matematización.

Por otro lado, el proceso de matematización vertical es uno que ocurre a través de los diferentes niveles educativos, y que requiere la consideración repetida de los mismos temas matemáticos generales. Los modelos centrales de la educación matemática se desarrollan a través de periodos de tiempo relativamente largos. El desarrollo conceptual de las ideas centrales requiere la consideración repetida de los mismos modelos básicos, los cuales se van puliendo y gradualmente haciéndose cada vez más abstractos. No es de extrañar que la matemática sea una disciplina que por su naturaleza repetitiva, en la que los mismos modelos mentales reciben atención continua en todo el currículo. Este tipo de educación se conoce como educación en espiral, la cual requiere la vuelta repetida a los mismos temas, tratando estos con niveles de profundidad y abstracción cada vez más altos. Al presentar un concepto en contextos y situaciones variadas, se hace posible que le estudiante pueda apreciar el mismo desde diferentes ángulos y puntos de vista. La estrategia de la enseñanza en espiral y la planificación del currículo a largo plazo, son cónsonas con las teorías de los niveles de aprendizaje en la educación matemática. En efecto, tales teorías se deben tomar en cuanta en el momento del diseño del currículo (López, 1989). Tales teorías plantean ciertos niveles de abstracción en el aprendizaje matemático, a través de los cuales los estudiantes progresan sistemáticamente. El paso de un nivel al próximo implica un desarrollo cognoscitivo del estudiante y evidencia el proceso de matematización vertical. De acuerdo a estas teorías, los estudiantes traen consigo desde los niveles inferiores conceptos que se tratan repetidamente en varios niveles de aprendizaje (VanHiele, 1978, Quintero, 1996, López 1998).

La reflexión en el aprendizaje. La enseñanza desde la perspectiva constructivista requiere de la reflexión de parte del estudiante, n solo en torno a sus pensamientos, sino en torno a los pensamientos de otros estudiantes y del mismo maestro (Freudenthal, 1981). El estudiante aprende matemáticas cuando reflexiona en torno a los razonamientos de este y de sus compañeros que han pasado a constituir estrategias adecuadas para la dilucidación de situaciones matemáticas. Más aun, un estudiante aprende matemáticas cuando reflexiona sobre sus propios errores y sobre sus razonamientos fallidos en el intento por solucionar algún problema. Treffers (1982) y Clarck (1992) alegan que la reflexión es u recurso valiosísimo en la construcción del conocimiento y sirve parta llevar tal conocimiento a niveles de abstracción cada vez mas altos. Añaden que debe ser motivo de reflexión todo tipo de producción de los estudiantes que se da con referencia a la solución de problemas matemáticos, las observaciones de los estudiantes, sus aseveraciones, sus razonamientos y sus errores entre otros. Tales producciones son en efecto fuentes de información para conocer ideas, las concepciones y los niveles alcanzados por los estudiantes. La educación matemática debe entonces provee al estudiante de múltiples oportunidades de reflexión sobre las ideas centrales del currículo. Al permitir que un estudiante trabaje un problema matemático utilizando las estrategias que este crea más convenientes, el maestro descubre el grado de sofistificación matemática y el nivel de abstracción alcanzado por el estudiante. Tal descubrimiento permite al maestro diseñar sus actividades de aprendizaje, las cuales partiendo de las concepciones de los estudiantes, van ampliando, profundizando o corrigiendo las mismas. Las actividades que promueven las producciones libres de los estudiantes son instrumentos efectivos para hacer que los estudiantes reflexionen sobre lo que han aprendido.

La investigación sobre los errores que cometen los estudiantes muestra que hay ciertos errores comunes que se repiten con relativa frecuencia en el estudio de los temas específicos del currículo. Es por ello que la discusión de los errores que cometen los estudiantes revisten una importancia especial (Freudenthal, 1981; Treffers, 1987). Desde 1 punto de vista cognoscitivo, cualquier lección, por excelente que sea, será incompleta. Es imposible recoger en una lección todas las implicaciones de un principio o regla. Toda actividad parte de la premisa de que el estudiante hará inferencias propias para ampliar lo que se le ha enseñado. En este proceso de hacer inferencias es muy probable que aparezcan errores. Tales errores tienen cierta estructura lógica, mas aun, en algunos casos muestran un grado mayor de pensamiento lógico que las contestaciones correctas. De las discusiones de estos errores pueden surgir explicaciones muy iluminadoras, tanto para el estudiante, como para sus compañeros, y sus maestros.

El aspecto social del aprendizaje. El aprendizaje típicamente ocurre en ambientes sociales que suponen una pluralidad de relaciones entre los estudiantes, y entre los estudiantes y el maestro (Freudenthal, 1981). Las interacciones sociales que ocurren dentro de la sala de clases deben estimular el aprendizaje fomentando al máximo las interacciones que se generen entre los estudiantes. Treffers (1987) recomienda que el ambiente de la sala de clases estimule un aprendizaje más eficiente. Las normas que se establecen con el fin de definir y reglamentar las relaciones y las interacciones que se dañe en el salón de clases envían un mensaje claro al estudiante sobre las expectativas del maestro en su desempeño.

Los maestros deben hacer un esfuerzo para lograr que los estudiantes hagan observaciones, conjeturas y desarrollen estrategias para que establezcan conjeturas, discutan y argumenten entre ellos y respeten las opiniones de sus compañeros. En fin, el ambiente que debe promoverse en la sala de clases es aquel que propicie la exploración, el cuestionamiento, la aceptación de buenas razones como justificadores de razonamiento, la discusión seria, la discusión seria y responsable entre estudiantes y el aprendizaje en grupos (Treffers, 1987). Debe prevalecer una atmósfera en la que los estudiantes frecuentemente comuniquen sus actividades y hagan e su razonamiento el foco de su discusión. Por otro lado, en toda interacción social asociada al aprendizaje que surge en la sala de clases, el maestro asumirá el papel de guía del estudiante (Nacional Council of Teachers of Mathematics, 2000).

La estructura del conocimiento. El conocimiento no consiste en la mera acumulación de datos o destrezas aisladas, sino que consiste en la construcción de una estructura coherente en la que se pueden ubicar datos y destrezas especificas (Treffers, 1987). Idealmente, los nuevos conocimientos se incorporan en el lugar adecuado, lo que a veces requiere de ciertos ajustes. El conocimiento más duradero es el que puede ser organizado por el estudiante en estructuras generales y coherentes de elementos interrelacionados (Quintero, 1984). Esto es, el estudiante es capaz de aprender en la medida en que puede establecer vínculos entre las diferentes áreas del currículo.

En términos generales, en la enseñanza tradicional, los estudiantes se someten al estudio de ciertas destrezas, las cuales eventualmente resultan inútiles en la solución de problemas. En este tipo de enseñanza, las interrelaciones entre las diferentes áreas de las matemáticas no están del todo claras para el estudiante (Manhard, 1985). Se piensa que si se individualiza las ideas o destrezas necesarias para la solución de problemas, el estudiante no experimentará las dificultades de aprendizaje que normalmente se asocian a la consideración de situaciones que involucran una pluralidad de ideas relacionadas. Sin embargo, en la práctica, este tipo de aprendizaje es el que evidencia los niveles más bajos de aprovechamiento académico (Treffers, 1987).

Como ya se ha planteado, gran parte del aprendizaje no es ni más ni menos que el establecimiento por parte de quien aprende de vínculos y relaciones entre unas ideas y otras (Quintero, 1984). Son tales vínculos los que constituyen la estructura del conocimiento y los que permiten al estudiante apreciar mejor las relaciones entre unas ideas y otras.

Conclusiones

En fin, la enseñanza de las matemáticas debe proveer los contextos propicios para que el estudiante pueda establecer vínculos y descubrir relaciones entre las diferentes áreas del currículo. Tal vinculación se debe fomentar concertadamente, tanto en las guías curriculares como en los documentos normativos de la educación matemática, como en cada estudiante individualmente. La integración del conocimiento debe partir de la consideración de situaciones reales o contextuales, tomadas del mundo cotidiano de los estudiantes, los cuales permiten a éstos emplear estrategias informales en la búsqueda de conexiones matemáticas.

Referencias bibliográficas

Freudenthal, (1981). *Revisiting Mathematics Education*: China Lectures Kluwer Academic Publishers, The Netherlands

Manhard, W. (1985). Let's teach mathematics: A case for integrated mathematics programs. In C. Hirsch & M. Zweng (Eds.). *The secondary school mathematics curriculum* (pp. 189 - 199). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.

Quintero, A. (1986a). *La escuela que soñamos*. Editorial Universitaria: Rio Piedras.

Quintero, A. (1986b). *Que me pasa con las matemáticas*. Editorial Universitaria: Rio Piedras.

Quintero, A. (1986c). *Representaciones en la enseñanza de las matemáticas*. Editorial Universitaria: Rio Piedras.

Streefland, L. en Heuvel-Panhuizen, M. Van Den (1999). *Uncertainty, a metaphor for mathematics education*. Institute Freudenthal: Utrecht, Holanda

Treffers, A. (1987). Three Dimensions: A Model of Goal and Theory Description in *Mathematics Instruction: The Wiskobas Project*. Kluwer D Reidel Pub Co: The Netherlands.