

# El geoespacio como recurso didáctico en la enseñanza de la geometría

*Manuel Vara Orozco*

Escuela Normal Superior de México. Estados Unidos Mexicanos.

mavaor57@hotmail.com

## Resumen

Se proponen actividades utilizando el geoespacio, el cual es un material que el alumno manipulará para aprender en forma práctica, y así se consolidará el aprendizaje de las matemáticas, en especial de la geometría.

Por medio de dibujos en isométrico se hará la representación plana de los sólidos que se formen en el geoespacio.

Pescarini y Puig Adam han presentado una modificación del geoplano para hacer posible el estudio del espacio de tres dimensiones; lo han llamado geoespacio y sus posibilidades son sensiblemente menores. Consta de tres paredes de tela metálica fina formando un triedro. Con trozos de alambre se materializan las figuras del espacio, particularmente las poliédricas. En este trabajo se presenta al geoespacio como una estructura cúbica que lleva un sistema de argollas dispuestas en las aristas, donde podrán colocarse ligas de colores para formar sólidos y presentar diversas situaciones didácticas.

## Introducción

Para enseñar la geometría racional a alumnos de secundaria es necesario primero valerse de la geometría intuitiva, ya que durante esta etapa de la vida la mente se abre a la abstracción. (Piaget, 1997)

La geometría intuitiva ayudará al alumno a construir la geometría racional. (Douady, 1984)

Usar el dibujo como recurso didáctico no es suficiente por estar estático y por no dar imagen real de una situación espacial.

Un alumno podrá aprender con más facilidad si usamos objetos manipulables (Revista Lux Pax Vis, 1997); el geoespacio permitirá el desarrollo de la habilidad espacial de los educandos y verán con mayor claridad la aplicación del teorema de Pitágoras. Para cumplir los objetivos perseguidos nos auxiliaremos de dibujos en isométrico y el estudiante podrá hacer la representación plana de los sólidos que forma en el geoespacio. (Revista “de seis a diez”, 1998).

## Objetivo

Proponer actividades, valiéndonos del geoespacio, el cual es un material que el alumno podrá manipular para aprender en forma práctica, y así se consolidará el aprendizaje de las matemáticas, en especial de la geometría. (García, 1996).

## Desarrollo del trabajo

Emma Castelnuovo propone en su libro “Didattica della Matematica” (Florencia, Italia) el uso de una jaulilla de forma cúbica, cuyos lados han sido hechos con red metálica para poder estudiar

cortes o secciones, auxiliándose del rayo de luz de un proyector. (Castelnuovo, 1997)

Este libro se publicó en México en 1970 y el profesor Marco Antonio García Juárez hizo algunas adecuaciones de este material, las cuales se detallan a continuación.

El geoespacio es una estructura cúbica que lleva un sistema de argollas dispuestas en las aristas, donde podrán colocarse ligas de colores para formar sólidos y presentar diversas situaciones didácticas.

Se propone como el modelo más conveniente para trabajar con los alumnos el geoespacio de siete argollas en cada arista, y con una medida de 24 centímetros por arista; así, la distancia entre una argolla y otra será de cuatro centímetros.

El geoespacio ayuda a enseñar algunos contenidos de geometría y lleva al alumno a la curiosidad de explorar; puede manipular, observar y experimentar, ya sea individual o grupalmente, dirigido adecuadamente por el profesor.

En el geoespacio puede representarse un punto, una recta o varias, uno o más planos, una recta que interseque a un plano. Pueden analizarse propiedades de la geometría, postulados y teoremas: por un punto del espacio puede pasar una infinidad de rectas, por dos puntos del espacio pasa una y sólo una recta. Se puede hacer pasar un plano por tres puntos dados, ¿qué ocurre si los tres puntos están alineados? Pueden localizarse en un geoespacio líneas paralelas, secantes, perpendiculares; si una recta pertenece a un plano, si está fuera de él, si lo interseca, si es paralela o perpendicular. En cuanto a planos: si son paralelos, si se intersecan o si son perpendiculares. (Revista "de seis a diez", 1998).

Puede pedirse a los alumnos que formen diversos sólidos y luego hagan los dibujos en isométrico o en perspectiva; que formen un triángulo y calculen su área; que hagan un corte para obtener una sección hexagonal; que formen diversos prismas y calculen sus áreas laterales, áreas totales y volúmenes; también pueden formar pirámides y hacer con ellas los mismos cálculos. (Memoria del XIV Congreso Nacional de la Enseñanza de las Matemáticas, 1997).

Pueden obtenerse secciones triangulares, cuadradas, rectangulares, trapezoidales o hexagonales, haciendo diversos cortes. (Memoria del V Congreso Regional Metropolitano sobre la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, 1998)

En todos los sólidos que los alumnos formen, ayudándose de las ligas, deberán usar el teorema de Pitágoras para calcular la longitud de las diagonales que se presenten. (Memoria de la 7ª. Jornada sobre la Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática, 1999)

### **Otras actividades que se sugieren**

Para aritmética: se propone llenar de cubitos el geoespacio, seis por arista, y preguntar al alumno el número de cubitos que hay en el geoespacio. Son  $6^3 = 216$  cubitos.

Si lleno el geoespacio a la mitad tendré 108 cubitos, que equivalen a un medio del volumen total del geoespacio. 54 cubitos ocupan la cuarta parte del volumen total del geoespacio. 50 cubitos equivalen a  $25/108$  del volumen total del geoespacio.

Para raíz cuadrada, si se observan 36 cuadrados en una cara del geoespacio, se tendrán seis cuadrados por lado.

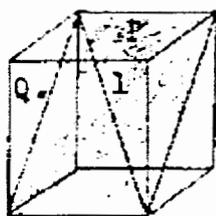
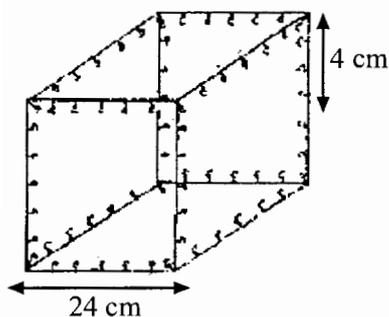
Para raíz cúbica, si se tienen 216 cubitos dentro del geoespacio, se tendrán seis cubitos por arista.

En álgebra pueden explicarse productos notables: cuadrado y cubo de un binomio.

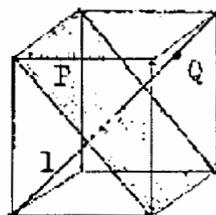
En trigonometría podrán calcularse los ángulos de la base de una pirámide hexagonal, auxiliándose del teorema de Pitágoras. (Alarcón et al, 1994)

Pueden hacerse gráficas, suponiendo que se va llenando el geoespacio con cubitos que contienen agua, alcohol, petróleo, mercurio, éter, etc., ayudándose de una tabla de densidades.

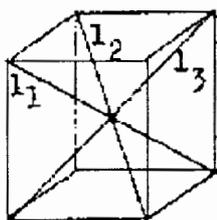
También se propone hacer estructuras de geoespacio, es decir, unir varios geoespacios, cara con cara, para poder armar figuras más elaboradas o complejas.



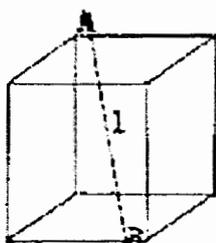
Un punto, una recta y un plano



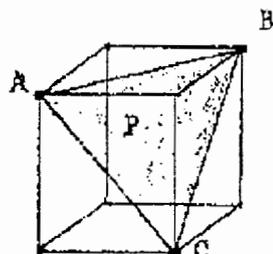
Una recta interseca a un plano y a un punto



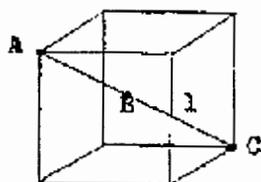
Por un punto pueden pasar una infinidad de rectas



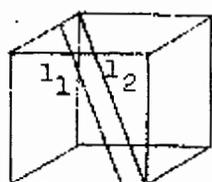
Por 2 puntos pasa una recta, y sólo una



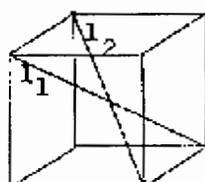
Hacer pasar un plano por 3 puntos dados. El corte genera un triángulo



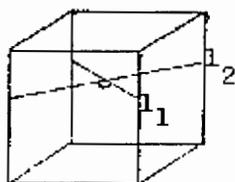
Por 3 puntos alineados  
pasa una recta



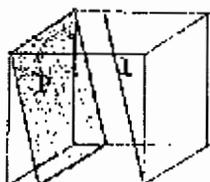
Dos rectas paralelas



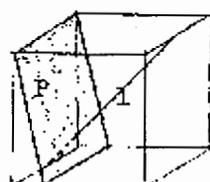
Intersección de  
dos rectas



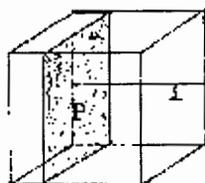
Dos rectas  
perpendiculares



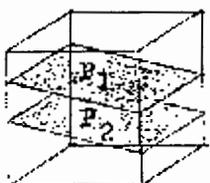
Una recta paralela  
a un plano



Una recta que  
interseca a un plano



Una recta perpendicular  
a un plano



Dos planos paralelos



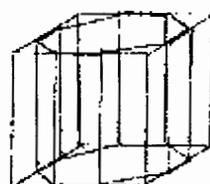
Dos planos  
perpendiculares



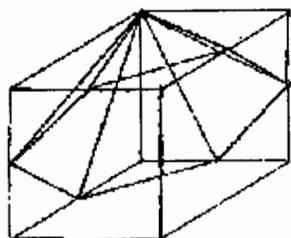
Intersección de 2  
planos



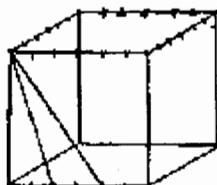
Un corte que genera  
un hexágono



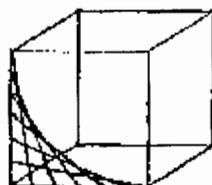
Prisma octogonal



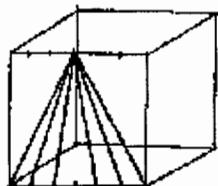
Pirámide hexagonal



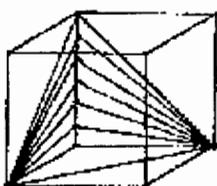
Triángulo de  $2u$  de base  
El vértice superior ocupa  
24 posiciones diferentes



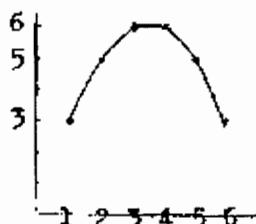
6 triángulos  
rectángulos



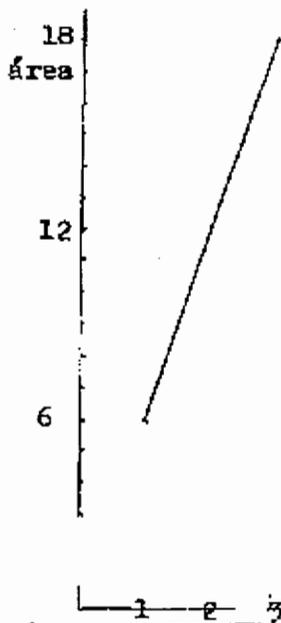
3 triángulos con igual  
altura y diferente base



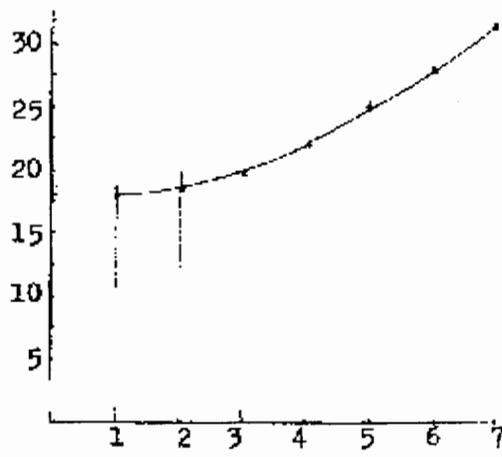
7 triángulos con igual base  
y diferente altura



Gráfica de áreas de los  
6 triángulos rectángulos



Gráficas de áreas de los 3 triángulos



Gráficas de áreas de los 7 triángulos

## Referencias bibliográficas

- Alarcón, J. (1994). *Libro para el Maestro*. Matemáticas. Educación Secundaria. SEP. Subsecretaría de Educación Básica y Normal. Dirección General de Materiales y Métodos Educativos. México.
- Catalá, A. & Burgués, C. & Fortuna, J. (1992). *Invitación a la Didáctica de la Geometría*. Ed. Síntesis. 2ª. reimp. Madrid, España.
- Belmonte, J. & Chamorro, M. del C. (1991). *El Problema de la Medida*. Didáctica de las Magnitudes Lineales. Ed. Síntesis. 1ª. reimp. Madrid, España.
- Castelnuovo, E. (1997). *Didáctica de la matemática moderna*. Ed. Trillas. 3ª. ed. México.
- Douady, R. (1984). *Juegos de Marcos y Dialéctica a Herramienta-Objeto*. Lecturas en didáctica de las matemáticas: Escuela Francesa. Grupo de estudios sobre la enseñanza de las matemáticas en el bachillerato. Sección de matemática educativa del CINVESTAV IPN. Editores: Ernesto A. Sánchez Sánchez y Gonzalo Zubieta Badillo. México. 1993.
- García, M. (1996). *Introducción a la resolución de problemas. Teoría y estrategias matemáticas*. Ed. Esfinge. 1ª. ed. México.
- Lovell, K (1977). *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños*. Ediciones Morata, S. A. 3ª. ed. Madrid.
- Moreno, Ma. & De los Ángeles, F. & Gil, F. (1993). *Superficie y volumen, ¿algo más que el trabajo con fórmulas?* Ed. Síntesis. 1ª. reimp. Madrid, España.
- Piaget, J. (1997). *Seis estudios de Psicología*. Ed. Ariel Seix Barral. 33ª. ed. México.
- Polya, G. (1997). *Cómo plantear y resolver problemas*. Ed. Trillas. 21ª. reimp. México.
- Resnick, L. (1988). *Fundamentos psicológicos en el aprendizaje de las Matemáticas*. Ed. Paidós. Madrid.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1995). Núm. 15 *Medida*. Ed. Trillas. 19ª. reimp. México.
- Revista LUX PAX VIS (1997). *Órgano de comunicación y divulgación académica de la BENM*. 2ª. época. Vol. II. Núm. 21. Abril-mayo-junio.
- Revista “de seis a diez” (1998). *Revista de opinión sobre la enseñanza de la matemática*. Época II. Vol. 1. No. 3, enero-marzo, 1998, y No. 4, abril-junio. México.
- Memoria del XIV Congreso Nacional de la Enseñanza de las Matemáticas. (1997) Toluca, México.
- Memoria del V Congreso Regional Metropolitano sobre la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas (1998). México.
- Memoria de la 7ª. Jornada sobre la Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática (1999). México.