

La enseñanza de estrategias para la resolución de problemas matemáticos en una escuela de ingeniería

Alejandro Muñoz Diosdado, Araceli Arce Viveros

UPIBI, Instituto Politécnico Nacional, Universidad Pedagógica Nacional, México.

amunoz@acei.upibi.ipn.mx

Resumen

En este trabajo se abordan la enseñanza y aprendizaje de estrategias de resolución de problemas matemáticos en una escuela de Ingeniería de nivel superior, entendiendo por estrategia la definición de un objetivo y la planificación, selección e implementación de diferentes procedimientos para alcanzarlo. Los elementos más importantes de esta propuesta consisten en la selección de problemas contextualizados en la experiencia y el entorno de los estudiantes, en el diseño de cuestiones sobre diferentes procesos del proceso de resolución de tales problemas, en la planificación y utilización por parte del profesor de estrategias de enseñanza de modelaje y de autointerrogación y del diseño de situaciones de aprendizaje que favorecen la resolución de problemas de forma cooperativa entre parejas de alumnos. La experiencia descrita se centra en problemas de Probabilidad de un curso de Bioestadística y describe como fue que al aprender los alumnos las estrategias para resolver problemas, no sólo mejoraron su rendimiento sino que se logró un cambio cualitativo en las creencias y actitudes de los alumnos en relación con la Probabilidad.

Introducción

Uno de los principales objetivos en la enseñanza de las Matemáticas es que los alumnos puedan resolver problemas, y de ser posible, problemas contextualizados, ya que el aprendizaje se hace más significativo si las actividades que realiza el alumno están relacionados con su experiencia personal o con su entorno. En las escuelas de Ingeniería, la competencia para resolver problemas es crucial. Las escuelas de Ingeniería de México no son la excepción. No obstante este es un objetivo difícil porque en general, resolver un problema en Matemáticas es un proceso complejo en el cual intervienen un gran número de variables, entre las que sobresalen: el gran número de estrategias generales y específicas que cualquier persona puede intentar para resolver un problema, el tipo de problema, los métodos de enseñanza del profesor, las actitudes, emociones y creencias que tienen tanto los alumnos como los profesores acerca de la resolución de un problema matemático, etc. (Schoenfeld, 1992; Carrillo, 1998; Blanco, 1998; Lester, 1994; Pifarré y Sanuy, 2001). Los profesores de matemáticas en las escuelas de Ingeniería saben que deben resolver problemas y después de la exposición de los conceptos matemáticos dedican buena parte de su tiempo a esa tarea con resultados que dependen de muchos factores, pero la tarea en sí se centra en que el alumno vea como el profesor resuelve uno o varios ejercicios de algún libro y se espera que el alumno de esta forma aprenda a resolver ejercicios similares, usualmente en algún momento se espera la participación del alumno y la actividad se cierra cuando el profesor asigna para su resolución extra clase alguna serie del mismo tipo de ejercicios. Aún después de estas actividades es común encontrar que muchos alumnos no pueden resolver problemas de aplicación relacionados con los temas que se revisaron en la clase e incluso muchos de ellos no pueden resolver siquiera los ejercicios del libro que el profesor dejó para que se

resolvieran en casa. Esto se debe en parte a que la forma en que se aborda tradicionalmente la resolución de problemas es poco efectiva, pero también se debe a cierta tendencia que hace ver a la matemática como aburrida, difícil y estéril. Incluso en las escuelas de Ingeniería se ha notado una tendencia a elegir aquellas carreras que tienen menos cursos de Matemáticas o Física.

En este trabajo se pretende mostrar que es necesario que el profesor dedique más tiempo a la selección de los problemas que se van a resolver en clase, que no es muy útil resolver todos los ejercicios de los libros de texto y que debe hacerse más énfasis en la enseñanza y aprendizaje de estrategias de resolución de problemas matemáticos. Al igual que otros autores (De Corte, 1993; Carrillo, 1998; Pifarré y Sanuy, 2001) se afirma que el proceso de enseñanza centrado en mejorar las estrategias de solución de problemas, incrementa el rendimiento del alumno y por lo tanto, puede modificar sus creencias, actitudes e incluso emociones en relación con la Matemática.

Las estrategias de resolución de problemas

Las personas que saben resolver problemas disponen de un conjunto de estrategias generales o específicas que les ayudan a superar las dificultades encontradas durante el proceso de solución. Los especialistas en la enseñanza de estrategias de solución de problemas han observado las acciones que realizan las personas al resolver problemas y han logrado aislar las acciones y los procesos generales que sirven para resolverlos. Han construido una serie de modelos ideales que tienen un conjunto de procedimientos, habilidades y competencias necesarias para resolver un problema. Esto les ha permitido estructurar fases o pasos que facilitan su enseñanza aprendizaje, sin embargo, se ha cuestionado mucho la manera en que esta enseñanza se ha llevado a la práctica. En primer lugar, porque el proceso de resolución de problemas se trata como un proceso lógico matemático en el cual necesariamente los alumnos aprenderán a resolver los problemas. El hecho de segmentar el proceso de solución en pasos para organizar y facilitar el aprendizaje en el cual se siguen secuencias ordenadas de procedimientos aplicados como en un algoritmo parece una buena idea, pero en la práctica no funciona. En México esta idea se ha llevado a una sobre simplificación terrible. Esta segmentación se inicia desde la educación secundaria, cuando el alumno tiene que resolver un problema sigue una especie de receta en la que primero trata de escribir los datos, luego hace un planteamiento del problema, después viene un procedimiento en el cual por lo regular el alumno busca una fórmula y trata de sustituir los datos en tal fórmula, obtiene un resultado numérico y ¡ya está!, el problema ha sido resuelto. La mayoría de los libros de Matemáticas y prácticamente todos los de Física están escritos con este esquema, esto continúa en la educación media superior, de tal forma que al llegar a las escuelas de nivel superior el alumno está tan apegado a este esquema que siempre busca una fórmula para resolver el problema. Esta forma de proceder no ayuda nada a la resolución de problemas y termina con la frustración del alumno.

El tratar el proceso de resolución de problemas como un contenido procedimental ignora la importancia de los factores de tipo cultural, social y cognitivo; el proceso de resolución de problemas es más bien un proceso de construcción personal, en el cual deben incorporarse las características y conocimientos previos de los alumnos, la adaptación del modelo de resolución a las características de los problemas a resolver y las características de los mismos profesores (Pifarré y Sanuy, 2001). La segmentación en fases no es totalmente negativa si

se incentiva que el alumno tome decisiones sobre los procedimientos más adecuados y su secuenciación, de tal forma que se evite el aprendizaje lineal (Derry, 1990). Deben también enseñarse no solamente estrategias generales, sino también estrategias específicas a la materia de que trata el problema y no debe olvidarse el importante papel que juega el profesor, debe planificarse la actuación del profesor en el proceso de enseñanza aprendizaje. El profesor debe facilitar la enseñanza de las estrategias de resolución de problemas, tiene que ser el modelo de los alumnos y ha de ser el monitor del aprendizaje de los alumnos.

Pero ¿cuáles son los métodos más apropiados para que el profesor facilite el aprendizaje de las estrategias generales y específicas para la resolución de problemas? La respuesta a esta pregunta no es fácil ni única, en este trabajo se reporta una experiencia realizada con alumnos de un curso de bioestadística de una escuela de ingeniería de corte interdisciplinario con alumnos que usualmente tienen dificultades con los temas de Probabilidad. Tradicionalmente, el rendimiento de los alumnos en los temas de Probabilidad en esta escuela es bajo, los alumnos no pueden resolver los problemas a pesar de que los profesores resuelven una gran cantidad de los mismos y tratan de motivar de varias formas que el alumno se interese en los temas, una de ellas consiste en resolver problemas relacionados con las carreras de los alumnos, otra en la elaboración de materiales de apoyo para el aprendizaje, sin embargo, la situación no había mejorado notablemente hasta hace poco.

Una experiencia en la enseñanza de estrategias para la resolución de problemas

Siguiendo con la situación planteada en la sección anterior, algunos profesores del curso de bioestadística propusieron el trabajo en equipo para la resolución de problemas, es decir, después de que el profesor explicaba los conceptos y resolvía algunos ejercicios planteaba algún problema y organizaba a los alumnos en equipos para la discusión y posterior resolución del mismo, esto ocasionaba dificultades por la movilización de las sillas y porque usualmente los equipos eran numerosos y si bien algunos participaban, otros no lo hacían y resultaba que al final no se ganaba casi nada y además se perdía tiempo. Entonces se planteó la estrategia que se describirá a continuación y que coincidió con un factor externo decidido por las autoridades: se reemplazó el mobiliario escolar por sillas y mesas en las cuales pueden estar dos alumnos atendiendo la clase. Este factor y la propuesta de Pifarré y Sanuy (2001) motivaron una reflexión que llevó a implementar el siguiente estudio.

El profesor debe permitir la creación de espacios de análisis y reflexión sobre los diferentes procedimientos de resolución de problemas utilizados por él mismo y por los alumnos, de tal forma que éstos observen, identifiquen e interioricen nuevas formas de afrontar la resolución de un problema. Con esta premisa se procedió con la siguiente metodología.

Metodología

El profesor, utilizando alguna técnica adecuada (exposición en pizarrón, retroproyector, etc.) introduce los conceptos de la clase y después inicia la resolución de los problemas haciendo énfasis en la existencia de diferentes procedimientos para resolverlo. La selección adecuada de los problemas es crucial, previamente debe hacerse una selección cuidadosa de problemas relacionados con la carrera de los alumnos y con su entorno y deben ser debidamente ordenados en cuanto a su grado de complejidad, deben ser resueltos previamente y preferiblemente discutidos en la Academia de profesores. En la resolución de los problemas el profesor debe establecer un diálogo con los alumnos de manera que permita que los

alumnos hagan propuestas de solución basadas en sus conocimientos previos y que se especule sobre las ventajas y las desventajas de los diferentes procedimientos. El profesor debe mostrar todo el proceso de pensamiento y cómo las sugerencias de los alumnos pueden contribuir o no a la solución del problema.

En una segunda etapa se aborda la resolución de otro u otros problemas de manera conjunta entre el profesor y los alumnos, pero primero los alumnos discuten en parejas y proponen alguna estrategia de solución, los alumnos y el profesor van discutiendo las diferentes acciones realizadas y por consenso van anotando las respuestas más adecuadas. En esta etapa el profesor debe motivar la discusión haciendo una *autointerrogación*, el profesor previamente debe preparar las preguntas que a su juicio o el de la Academia puedan favorecer que los alumnos se planteen cuestiones importantes del proceso de resolución.

En una tercera etapa y de manera progresiva, los alumnos resuelven por sí mismos los problemas. El profesor continúa activo supervisando el proceso de resolución y dirigiendo preguntas y orientaciones para dirigir la resolución de los problemas. Por último, una pareja del grupo expone los principales procedimientos utilizados para resolver el problema y el resto del grupo compara con lo realizado por ellos y valora el proceso y el resultado obtenido. Es importante resaltar que el nuevo mobiliario favorece esta discusión porque a priori los alumnos están ya sentados por parejas y no se pierde tiempo organizando equipos, además la discusión de problemas matemáticos se favoreció cuando la discusión se realizó en parejas. Se observó que cuando los equipos eran más numerosos se avanzaba más lentamente, en parte porque no se establecen rápidamente los consensos sobre los mejores procedimientos.

Después se resuelven todos los problemas planteados y se favorece un trabajo cooperativo entre los alumnos, primero discutiendo, reflexionando y llegando a acuerdos sobre los diferentes procedimientos, y segundo, favoreciendo que se establezcan entre los dos alumnos, procesos de pedir y dar ayuda sobre los procedimientos. El profesor puede evaluar la actividad y hacer participar de esta evaluación a las parejas de alumnos.

Resultados

Por la misma naturaleza de los problemas que se resuelven en Probabilidad, éste método resultó ser muy efectivo para que los alumnos lograran un mayor entendimiento de los mismos. Si el alumno no trabaja en equipo para resolver este tipo de problemas, es usual que interprete el problema de forma equivocada, pero cuando se discute en parejas y además con la ayuda del profesor se pueden ir rechazando las interpretaciones equivocadas. De la misma forma, el procedimiento de solución no es único, de tal manera que se pueden ir ensayando diferentes procedimientos. Por ejemplo, si en el problema se necesitara aplicar técnicas de conteo, algunas parejas podrían hacer diagramas de árbol, otras podrían proceder a hacer una enumeración de los elementos del espacio muestral, otras probablemente harían el conteo usando cajas y otros tal vez reflexionarían si el orden es importante y entonces utilizarían las reglas de permutaciones o de combinaciones. Cuando el profesor o algún alumno muestran que se llega a los mismos resultados, el alumno adquiere seguridad en los cálculos realizados y además aprenden nuevos procedimientos.

Debe hacerse una rotación de parejas para que no sean homogéneas, es más provechoso tener parejas de alumnos de diferentes niveles porque los alumnos más avanzados pueden ayudar al profesor a nivelar a los alumnos más atrasados. Preocupa mucho a los profesores

que con esta metodología se resuelven menos problemas porque se invierte más tiempo en su resolución. Sin embargo, se invierte menos tiempo que cuando se trabaja en equipos numerosos y se obtiene mucho más provecho. Debe insistirse en que la selección de los problemas debe ser muy cuidadosa, tanto de los que se resuelven en el aula como de los que se resuelven en casa y debe fomentarse que los problemas extra clase se resuelvan también en equipo.

Los resultados en las evaluaciones se han incrementado en promedio aproximadamente un 20%. Aunque este resultado es positivo, falta mucho por mejorar; es necesario aplicar la metodología de forma continuada y reconocer que el problema del proceso de enseñanza aprendizaje es multifactorial y no puede resolverse sólo de una forma. Un resultado cualitativo es necesario resaltar: las creencias y actitudes iniciales se han modificado, es difícil cuantificar esto, pero los alumnos llegan a esta clase mucho más interesados y motivados y su participación se ha incrementado.

La comparación con lo reportado por Pifarré y Sanuy es muy interesante, estos autores trabajaron con alumnos de educación secundaria y enfatizan un material didáctico que llaman *hojas para pensar el problema* y que son guías para describir las diferentes acciones que realizan los alumnos para resolver el problema. En este trabajo no se consideró necesario usar tales guías por ser alumnos de nivel superior, sin embargo, muchas de las preguntas que ellos plantean en sus guías se retomaron y el profesor se las plantea verbalmente a los alumnos durante la experiencia de aprendizaje. Los autores mencionados midieron el tiempo que los alumnos invierten en las diferentes acciones para resolver algún problema. Tales acciones las agruparon en diferentes categorías. Análisis: en el cual el alumno lee, relee, selecciona datos, anota datos del enunciado y los representa. Planificación: en ésta categoría se selecciona la estrategia general de resolución, se tantean las diferentes acciones para resolverlo, y se organizan tanto éstas acciones como los datos. Ejecución: el alumno realiza un conjunto de acciones y de procedimientos matemáticos para resolver el problema. Revisión: uno o los dos alumnos cuestionan la validez del resultado y buscan posibles errores. En la categoría de metacognición registran si los alumnos hacen reflexiones sobre el enunciado o la estructura del problema, sobre las capacidades para resolverlo o si reflexionan sobre el proceso de resolución. Nuestros resultados se muestran en la Tabla 1. En comparación con el trabajo de Pifarré y Sanuy estos alumnos de nivel superior dedican más tiempo al análisis y la planificación y menos tiempo a la ejecución, llama la atención en ambos casos el hecho de que dediquen tan poco tiempo a la revisión, pero eso puede deberse a que están más seguros del resultado por haber trabajado en equipo.

Categoría	Porcentaje
Análisis	15%
Planificación	15%
Ejecución	30%
Revisión	5%
Inacción	18%
Metacognición	17%

Conclusiones

Se ha mostrado que es posible mejorar las estrategias para resolver problemas con alumnos de ingeniería en los temas de Probabilidad mediante la aplicación de una propuesta didáctica, en la cual se crean espacios para la discusión y el análisis alrededor de los procedimientos para la resolución de problemas, en la cual los alumnos se organizan en equipos de dos personas y por un profesor que contextualiza los problemas, que utiliza métodos de enseñanza que hagan visibles las acciones para resolver un problema y que prepara materiales didácticos que incentivan la selección y organización de los diferentes procedimientos. Por otro lado, la complejidad de los problemas matemáticos requiere que las estrategias para resolverlos se prueben una y otra vez en periodos largos de tiempo y que se intenten en diferentes áreas, por lo que sería necesario aplicar esta metodología a los demás cursos de Matemáticas y de Física.

Referencias bibliográficas

- Blanco, L. (1998) *Otro nivel de aprendizaje: perspectivas y dificultades de aprender a enseñar matemáticas*. Cultura y Educación, 9, 77-96.
- Carrillo, J.(1998) *La resolución de problemas en la enseñanza secundaria. Ejemplificaciones del para qué*. Épsilon, 40, 15-16.
- Corte, E.(1993) *La mejora de habilidades de resolución de problemas matemáticos: hacia un modelo de intervención basado en la investigación*, en Beltrán, J. A. & Vercejo, V. & Prieto, M. & Vence, D. (1993) *Intervención psicopedagógica*, 146-148. Madrid: Pirámide.
- Derry, S. (1990). *Learning strategies for acquiring useful knowledge*, en Jones, B. & Idol, L. (eds.). *Dimensions of thinking and cognitive instruction*, 347-380. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lester, F.(1994). *Musings about mathematical problem solving research: 1970-1974*. Journal for research in mathematics education, 25(6), 660-675.
- Pifarré, M. & Sanuy, J.(2001) *La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto*. Enseñanza de las ciencias, 19(2), 297-308.
- Schoenfeld, A.(1992). *Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics*. Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning. D. Grouws, Ed., New York, Macmillan, 334-370.