

¿De qué manera un modo de actuación, cuyo eje central sea la metacognición contribuye al aumento de la competencia en la resolución de problemas matemáticos?

Carlos Jiménez Tejada

Facultad de Economía de la Universidad de la Habana. Cuba.

jose.jimenez@infomed.sld.cu

Resumen

Esta investigación fue la tesis de maestría del autor, con dos grupos de alumnos a los que les dio clases de Matemática, durante todo el curso, en la enseñanza media superior. En ella se utilizó la investigación acción, con elementos del estudio de casos. En el trabajo se destaca, con un enfoque Histórico – Cultural (con elementos del Procesamiento de la Información y del enfoque Psicogenético), las acciones que se emprendieron como parte de la estrategia seguida en post del aumento de los niveles de desempeño de los alumnos durante todo un curso escolar y los resultados con ella obtenidos. Estas acciones de intervención se basan en la puesta en práctica de una serie de técnicas, en su mayoría novedosas creadas por el autor, que le dieron vida a las clases de Matemática; entre ellas se encuentran: “Pizarra Abierta”, “Tratamiento Independiente”, “Primeros Problemas”, “Pareja de Problemas”, “RELO” y “El Seminario”.

Los resultados de esta investigación, así como sus principales hallazgos, pueden, en manos de profesores de los niveles básico, medio básico y medio superior, mostrarles una vía de hacer de los métodos, destinados a desarrollar las potencialidades de los alumnos, se conviertan en motor esencial del desarrollo esperado. Con la seguridad de que la intentar poner en práctica algunas de estas técnicas, las perfeccionarán, contribuyendo con ello al desarrollo de sus alumnos.

¿De qué manera.....?

Una reflexión sobre esta pregunta conduce a la construcción de una estrategia, basada en un modo de actuación, en el que interactúen pensamiento matemático, competencia matemática y metacognición

La metacognición

La causa de los pobres desempeños de los alumnos frente a la resolución de problemas en la escuela, va más allá de deficiencias en los recursos matemáticos, influyen aquí elementos afectivos, volitivos y de autorregulación. Los procesos autorreguladores son básicos en el desempeño al resolver problemas y pueden atribuirse al campo de la metacognición.

¿Qué es la metacognición?

- Es ante todo un acto de reflexión de la persona ante su actuación.
- Es la conciencia que se tiene de las estrategias de actuación y del control de estas (Labarrere, 1994).

Acciones metacognitivas son: la planificación, el monitoreo, el control, la valoración y la regulación (Delgado, 1999). Así:

- La resolución de problema requiere que el alumno desarrolle una actitud reflexiva, de planificación, y de monitoreo de sus acciones.
 - Los actos metacognitivos afloran cuando quien resuelve el problema sufre una “perturbación” en su estructura cognitiva, realizando compensaciones que se manifiestan en el análisis, la ejecución y el control valorativo.
 - Las acciones metacognitivas resultan cruciales para que el alumno pueda enfrentar con éxito la solución, pero también para el aprendizaje de esta compleja actividad.
- ¿Cómo se manifestaban estos actos en los alumnos con los que más tarde emprendimos el trabajo?

La realidad evidenció que los alumnos poseen pocas estrategias metacognitivas (Campistrous & Rizo, 2000), muestra de ello es:

- Su baja disposición al acto de resolver un problema y todo el esfuerzo que ello implica. Esto hace que no puedan manifestarse acciones metacognitivas en su actuación.
- El desconocimiento de sus procesos mentales, la ausencia de flexibilidad en el pensamiento (Labarrere, 1999). Esto hace que busquen sus errores sólo en las operaciones aritméticas o algebraicas (tendencia a las operaciones), desconociendo la forma de actuar frente al error.
- Que prefieren que sus errores los encuentre el profesor. ¿Para qué necesitan estrategias metacognitivas? Desconocen los beneficios que con acciones metacognitivas pueden producirles el análisis de sus errores.
- La ausencia de acciones metacognitivas en la comprensión del problema. Esto hace que no controlen su pensamiento y no busquen, al analizar el problema, la naturaleza de la situación planteada, aquí ni siquiera valoran si la situación a la que se enfrentan es o no contradictoria, manifestándose su tendencia a la ejecución.
- La visión retrospectiva, de hacerse presente en algún problema, no tiene toda la importancia requerida en el acto de resolución de problema. Esto hace que los niveles de aprendizaje sean bajos. Además de un desconocimiento, por parte de los alumnos, de sus procesos mentales y con ello de cómo aprender.

El modo de actuación. Su accionar.

Desde nuestro punto de vista el accionar en esta estrategia presupone:

1. Aceptar una sucesión de fases ante la resolución de problemas. Las cuatro fases de Polya.
2. La visión retrospectiva pasa a tomar su justo e importante papel en la resolución de problemas.
3. El error tiene una función constructiva.
4. Lograr que las situaciones de aprendizaje estén permeadas de una reflexión del alumno sobre su actuación (actitud metacognitiva).
5. Alcanzar transformaciones en el pensamiento y en la forma de actuación de los alumnos presupone, sobre todo, lograrlo a través de **su actividad** en las situaciones de aprendizaje

6. Dirigir al pensamiento en la fase de “Comprensión del problema” hacia el alcance de la naturaleza, de la estructura del problema; al reconocimiento de la situación planteada en el problema y a su diferenciación de otros.
7. El énfasis en la metacognición permite, además de todo lo anterior, una interacción con el Sistema de Creencias (SC), esto es, no sólo “Actuar sobre el SC”, sino que el alumno “Reconozca y actúe, de manera conciente, con su SC”.

Las acciones que dieron vida a esta estrategia constaron de cuatro fases, 1era Propedéutica, 2da Primeros problemas, 3ra El desarrollo y 4ta El seminario; ellas se presentan, en este orden, en diferentes momentos del curso (unas 40 semanas) y se mantienen a lo largo de este. Por un problema de extensión del trabajo, no podrá darse la descripción de las acciones desarrolladas en cada técnica, sólo se darán los objetivos y sus acciones, explicando someramente algunas. Una profundización de todas las técnicas puede verse en "La metacognición y su implicación para los procesos de resolución de problemas matemáticos en alumnos del nivel medio superior" (Jiménez, 2000a).

- La 1ra fase “Propedéutica” tuvo como objetivos: 1^o Iniciar la comunicación. 2^o Conocer creencias, aspiraciones, expectativas. 3^o Favorecer el autoconocimiento y la metacognición. 4^o Dar a conocer

a conocer la investigación y establecer las posiciones de los alumnos y la del profesor a lo largo del curso.

Su accionar: Presentación (poco común). Llamado a reflexionar sobre la presencia del autoconocimiento. Presentación de investigación. Discusión de posturas necesarias a lo largo del curso. Breve explicación: En las primeras clases:

Se presentan los primeros temas de forma que permitan la discusión, la asimilación de procesos, a partir de la actuación del alumno; permitiendo que la identificación, el reconocimiento pase a ser parte del análisis de la situación a la que se enfrenta.

- La 2da fase, “Primeros problemas”, se presentó a partir de la segunda semana, ella tuvo como objetivos: 1^o Conocer los procesos al resolver problemas. 2^o Lograr con los problemas “perturbaciones” y con ello la reflexión sobre sus procesos, en particular, los relativos a la comprensión del problema.

Su accionar: Presentación de los primeros problemas. Sugerir el trabajo en diadas y en triadas; con la siguiente condición: primero tienen ellos que haberse esforzado en la resolución del problema, y además, no deben admitir que en ese grupo de discusión algún integrante diga como superar un obstáculo, con el que hayan tropezado en el camino de la solución, sin que los demás integrantes cuestionen lo ofrecido por él. Promover la discusión sobre los procesos que se han llevado a cabo. Propiciar el espacio para que los alumnos reestructuren sus conocimientos. Breve explicación de estas últimas acciones:

En estos inicios se les pide a los alumnos que reflexionen y digan lo que hacen al resolver problemas. La reflexión del alumno a la hora de expresar lo pedido, constituye un conocimiento de sí; más aún, si se dan cuenta de que están reflexionando sobre su actuación, transcurren aquí procesos de autoconocimiento y de autorregulación, que son básicos para la metacognición.

■ La 3ra fase tenía varias técnicas, “RELO”, “Parejas de problemas”, “Pizarra abierta” y “Tratamiento independiente”.

□ El “RELO”, se presentó a partir de la tercera semana, él consta de un juego y de una prueba:

El juego tuvo como objetivos: 1^o Que en la interacción del juego se produzcan regulaciones metacognitivas entre los miembros del equipo. 2^o Que vayan abandonando la tendencia ejecución.

El accionar del juego: Se agrupan a los miembros de cada equipo (“Enlace”, técnica para agruparlos, aprovechando los conocimientos que tienen los alumnos). Discutir reglas del juego. Aplicar las reglas. Propiciar valoraciones del juego, de las estrategias de cada equipo, de la experiencia adquirida en los éxitos y fracasos.

La prueba tuvo como objetivos: 1^o Que la tendencia ejecutiva sea desterrada de su actuación. 2^o Comprobar la medida en que la valoración y el control se manifiestan en la solución. 3^o Que comprendan la relación tiempo de prueba - estrategia de resolución de la prueba.

El accionar: Retarlos a demostrar sus conocimientos. Propiciar, a partir de dar a conocer los resultados de la prueba, el espacio de reflexión sobre sus resultados y los procesos implicados en esta actuación

□ La “**Pareja de problemas**”, se presentó a partir de la cuarta semana, ella tuvo como objetivos: 1^o Que la pareja de problemas favorezca la presencia de las acciones metacognitivas. 2^o Que con las acciones metacognitivas se fortalezca el aprendizaje de toda la actividad. 3^o Que el alumno exprese, claramente, distintas acciones metacognitivas que él haya puesto en juego en la solución del problema.

El accionar: Presentar el primer problema de la pareja y discutirlo pasado un tiempo prudencial Propiciar un espacio para que los alumnos expresen, con sus palabras, las acciones de análisis, ejecución y control valorativo, por las que intentaron solucionarlo. Pasado, dos o tres semanas de haber presentado el primer problema de una pareja, presentar al segundo problema de esa pareja. Propiciar en la clase espacios de reflexión donde los alumnos valoren su desarrollo en la resolución de problemas, donde hablen de su crecimiento metacognitivo.

Al ser una de las técnicas “novedosas” se brinda una breve explicación:

Se trata de 10 problemas (en la actualidad ya son más de 20 parejas y algunas se han ampliado a ternas) agrupados en cinco parejas (1-A, 2-A), (1-B, 2-B), (1-C, 2-C), (1-D, 2-D), (1-E, 2-E) (Jiménez, 2000a) los problemas de una pareja tienen una misma estructura y pueden ser resueltos por procesos similares; el primer problema, dentro de la pareja (problema 1) es de una dificultad menor que el problema 2; también hay una cierta graduación, con nivel de dificultad ascendente, en la medida que avanzan las parejas. La distancia, en el tiempo, con que se le presentan a los alumnos el primero y el segundo problema de una pareja es de alrededor de dos a cuatro semanas. En las clases, se presentaron como parte de ella o como tarea extraclase. También se le preguntó al alumno, en cada semana, sobre las acciones que hacían en el acto de resolución de problemas; insistiendo, sobre todo, en las

acciones metacognitivas: valorar, controlar, decidir, monitorear, entre otras.

La discusión del primero, en cada pareja, dejó bien establecido la estructura del problema y algunos procesos que pueden resolverlo; y en la discusión sobre la futura utilidad de esa vía o de esas vías, se consolidó, la certeza de intentar aplicarla a otros problemas con la misma estructura.

Baste decir que al presentar la pareja D, ya por la semana 10 del curso, en el primer problema, (1-D).- Un peatón anda a razón de 4 Km. /h y va 8 Km. delante de otro que anda a razón de 6 Km. /h. ¿En cuánto tiempo alcanzará el segundo al primero?; los alumnos determinaron, perfectamente, que lo esencial en la situación del problema era que un móvil iba detrás de otro a mayor velocidad y por tanto de continuar lo alcanzaría, así que el modelo para resolverlo puede ser hallar la diferencia entre sus velocidades, ver la distancia que los separa y determinar cuántas veces cabe en esa distancia la distancia recorrida con la velocidad de diferencia. Tres semanas después, se les presentó, como tarea para dos días después, el problema 2-D (este problema es de un nivel alto para este grado).

(2-D): Una zorra lleva 60 saltos de ventaja a un galgo (perro) que la persigue. Mientras el galgo da 4 saltos, la zorra da 5 saltos; pero 3 saltos de perro equivalen a 5 de la zorra. ¿Cuántos saltos dará el galgo para alcanzar a la zorra?

La realidad superó las expectativas que se tenía, más del 95% (60 alumnos) lo habían resuelto o habían reconocido la naturaleza del problema y habían intentado aplicarle la vía de solución, 11 de los 60 no habían llegado a la solución.

Esa eficacia en la resolución daba muestras, de cómo se habían comenzado a establecer, en los alumnos, las acciones metacognitivas que favorecen la regulación de sus conocimientos y con ello el aumento de la efectividad en el acto de solución de problemas.

- La “Pizarra abierta” (Jiménez, 1996), se presentó a partir de la décima semana, ella tuvo como objetivos: Favorecer el pensamiento reflexivo, las estrategias cognitivas y metacognitivas, y la estructuración del conocimiento.

El accionar: Presentar el sistema de problemas. Aplicar las reglas. Llamar a la reflexión sobre lo ocurrido en la clase.

- El “Tratamiento independiente” (Jiménez, 1996), a partir de la décima semana (esta técnica y la anterior se presentaron varias veces en el curso), ella tuvo como objetivos: 1º “Conocer” cómo en el alumno, se manifiestan las acciones metacognitivas. 2º Incidir en la instauración y/o desarrollo de acciones metacognitivas.

El accionar: Proponer una entrevista en clase o extraclase. Esclarecer su situación con respecto a la asignatura y establecer lo que se puede hacer en ese momento. Proponer un problema. Dialogar y establecer los demás elementos de la técnica. Proponer un grupo de tareas de acuerdo a las dificultades encontradas.

La 4ta fase “El seminario” (Jiménez, 2000b), se presentó a partir de la semana 16, ella tuvo como objetivo: 1º Contribuir a la independencia cognoscitiva, al desarrollo de estrategias metacognitivas y del pensamiento. 2º Que valoren sus estrategias cognitivas y metacognitivas. 3º Romper los esquemas que se forman en el momento de estudiar.

El accionar: Dar orientaciones para el estudio. Monitorear como transcurre el proceso de apropiación de los alumnos. Propiciar el espacio de discusión de lo aprendido. Proponer un sistema de ejercicios y retarlos a solucionarlos.

Hasta aquí todas las acciones de intervención.

Luego de constatar en un principio e intervenir durante los 10 meses del curso escolar, así como el estudio de algunos casos, se realizó una encuesta y una entrevista grupal con los objetivos de:

- *Conocer si los alumnos eran conscientes de las transformaciones que en ellos se habían efectuado.*
- *Conocer la conciencia que tenían de sus procesos mentales y en especial de las acciones metacognitivas.*

De la encuesta final

1. *¿Consideras que ha existido desarrollo en tu enfrentamiento a la solución de problemas? Menciona algunos elementos que lo demuestre.*
2. *Realiza una reflexión y describe brevemente lo que pensabas y/o piensas sobre el estudio de la Matemática y la resolución de problema (comparando al inicio del curso y ahora)*
3. *¿Cómo tú crees que te enfrentarás a la resolución de problemas y al estudio de las Matemáticas?*

De los 63 alumnos de los dos grupos (A y B) ninguno dejó de hacer la encuesta.

El análisis de la primera pregunta es el único en el que aparecen porcentaje, pues en el resto son preguntas abiertas y de ellas hacemos una síntesis.

Sobre la primera pregunta:

El total de los alumnos consideró que había tenido desarrollo al enfrentar un problema. Los elementos que tuvieron más presencia en la opinión de los alumnos y que muestran el desarrollo alcanzado por ellos fueron (en síntesis):

- a) *Ahora reflexiono, valoro "suelto el lápiz".*
- b) *Me esfuerzo en resolver el problema, "sé, que aunque me demore tengo posibilidades".*
- c) *Reconozco la naturaleza del problema y decido de acuerdo con eso cómo actuar.*
- d) *Al resolver problemas busco aprender de esa solución.*
- e) *No siento miedo a errar, el puede servirme para encontrar el camino de la solución.*

Grupos	A)	B)	C)	D)	E)
A	(31) 100%	(29) 93,5%	(27) 87,1%	(23) 74,2%	(21) 67,7%
B	(32) 100%	(29) 90,6%	(30) 93,8%	(26) 81,3%	(25) 78,1%
Total	100%	92,1%	90,5%	77,8%	77,8%

Los porcentajes de cada uno de los cinco elementos más mencionados hablan por sí solos; Cada uno de los elementos mencionados por los alumnos expresa la existencia de acciones metacognitivas. Y el segundo que pudiera no tomarse como tal, es el que da la posibilidad de que puedan manifestarse las acciones metacognitivas.

A la segunda pregunta manifestaron que:

Consideran que los procesos que obtuvieron en la resolución de problemas matemáticos les sirven para otras asignaturas. Al inicio y antes, cuando se viraban para otro compañero era para fijarse y copiar la respuesta, sin aprender nada, ahora, el trabajo con otros compañeros “saco experiencias y conocimientos”. Antes eran muy dependientes, “ahora me siento con fuerzas para estudiar y resolver problemas solo. Antes estudiar era leer y repetir los ejercicios que ya había hecho o algunos parecidos, ahora estudiar era reflexionar sobre el contenido, resolver un problema es aprender del, “ahora tengo gusto por enfrentar nuevos retos”. Si tenían errores era que no podían con el ejercicio, “que yo era malo para resolverlo”, tener un error era malo”, ahora aprendo de ellos.

A la tercera pregunta la mayoría coincidió en que:

Enfrentarse a una prueba le sirve para saber cuánto había desarrollado y que había hecho bien y que debía mejorar. Además de enfrentarla calmado, ahora tenía recursos metacognitivos y podían valorar situaciones.

Hay que decir que cinco alumnos coincidieron en expresar temor a enfrentarse a las pruebas y a problemas “fuertes”.

En general, tanto lo cuantificado en la primera pregunta como la síntesis de las opiniones de las otras dos se muestra la presencia de estrategias metacognitivas y la conciencia de los alumnos no sólo de la importancia de estas sino de cómo y cuando usarlas.

De la entrevista final

Se propuso abordar los siguientes aspectos:

- I. ¿De qué modo la matemática ha influido en ellos?
- II. En la resolución de problemas ¿cuánto han aprendido y cuánto les falta?
- III. Sobre los procesos del pensamiento ¿cuáles poseen?
- IV. El valor del error.
- V. Las creencias que poseían y poseen ahora en cuanto a la resolución de problemas y las matemáticas.

Todas las intervenciones fueron recogidas, aquí se mostrará algunas de ellas de forma organizada por aspectos coincidentes para una mejor comprensión.

Nos ha servido los ejercicios para regular nuestra actuación, no mecanizar, con esta forma de pensar observamos, analizamos si existen varias vías y escoger. Las actividades como el RELO nos ayuda a racionalizar el pensamiento. La Matemática ha influido en crear un hábito en los procesos mentales necesarios para enfrentarnos a los problemas, ejercicios lo que nos hace poder simplificar. De cada ejercicio tomar experiencias para otros, es decir aprender de él. Hemos aprendido a enfrentarnos a los problemas y a una evaluación Hemos aprendido a observar, analizar, no precipitarnos, buscar diferentes vías. Nos acostumbramos al mecanicismo, teníamos serias dificultades con los problemas, ya busco diferentes vías.

Es importante la intuición. Hacer varios ejercicios permite identificar y analizar cosas lógicas. El algoritmo para la resolución de problemas., era sacar los datos, resolverlo, etc., ahora busco vías, identifico y todo eso me sirve para la vida. Hemos comprobado que antes teníamos que la resolución de problemas era buscar el resultado y ahora vemos que lo importante son los procesos mentales, que me sirven no solo en Matemática. La identificación es importante antes de empezar a resolver, a veces pensamos que es difícil y no es así. Nos ha demostrado (el profesor) con diferentes actividades y problemas que analizando, valorando las posibles soluciones o lógicas, estos pueden no tener solución, lo que permite ahorro de tiempo y energía.

Hemos aprendido a enfrentar los errores y que tener éxito siempre no es bueno, después hay un choque. De ellos hay que aprender, tomar experiencias. El error (enfrentarnos) nos sirve para la vida cotidiana. El error es importante, cuando uno se equivoca aprende. Uno siente temor ir a la pizarra y equivocarse, por el contrario de eso se aprende, siempre enseñanza. Es importante el análisis de los problemas primero nosotros, después consultando, dando y recibiendo con otros compañeros, el intercambio lleva al desarrollo. El intercambio no solo para la solución, si no diferentes vías de solución Después de agotar mis posibilidades, busco ayuda no de forma pasiva, hasta lograr entender. Estábamos acostumbrados a que la ayuda era que otro me resolviera el ejercicio, ahora esa ayuda es mutua, intercambiando y preguntando

He aprendido a no ver la Matemática por partes, ahora mi visión es mayor. Antes los problemas no los consideraba fáciles para mí, me di cuenta que no pensaba, que no sabía buscar vías diferentes. Pensaba que para resolver problemas tenía que usar variables, escribir una ecuación, ahora he aprendido que con eso no basta y que no siempre es posible. La prueba ayuda al desarrollo, debe ser un reto, lo importante no es que sea difícil o fácil. Estábamos acostumbrados a que el profesor nos daba todos los recursos, ahora tengo que estudiar, investigar, usar debidamente el libro de texto, ahora la Matemática me gusta. He aprendido a enfrentarme a los problemas y las pruebas. El logro del cambio, nos ha quitado la barrera, nos hace consciente de lo que somos capaces.

No hay mucho que decir, ya lo recogido sobre las opiniones responde los objetivos de la entrevista. Sólo manifestar que a partir de lo expresado por los alumnos muchos de ellos van a reflexionar sobre sus procesos y van hacer mayor conciencia de estos.

Es bueno aquí también decir que no todas las intervenciones fueron a favor de los cambios y los métodos utilizados,

Conclusiones

Después de un curso de trabajo con los alumnos en la construcción y puesta en práctica del modo de acción para el desarrollo de la actividad reflexiva y metacognitiva en la solución de problemas matemáticos, y como resultado de la aplicación y exploración del mismo, se hace posible arribar a las siguientes conclusiones, entre otras (Jiménez, 2000a):

- Tanto el proceso de construcción del modelo como su puesta en práctica resultaron viables. Se puso de manifiesto que al tomar la reflexión y la metacognición como eje de los procesos de construcción de estrategias y otros recursos instruccionales y educativos, el docente está en condiciones de dirigir los procesos de transformación y crecimiento de los alumnos en actividades tan complejas como es la solución de problemas matemáticos

- Por otro lado, se acrecentó el nivel de dominio en los alumnos de sus propios de manera fehaciente; evidenciamos cómo desde muy temprano estos intentaban someter a análisis y valoración no sólo el proceso de solución y los medios empleados, sino también su pensamiento.

Referencias bibliográficas

- Campistrous, L. & Rizo, C. (2000). *El tanteo, ¿técnica de solución o adivinación?* Curso prerreunión. III Simposio Iberoamericano de investigación y educación. ICCP. La Habana.
- Delgado, J. (1999). *La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: la estructuración sistémica del contenido de estudio y el desarrollo de las habilidades generales matemáticas.* Tesis doctoral. ISP "J. A. Echevarría". La Habana.
- Jiménez, C. (1996). *Dos técnicas de trabajo en el aula para la clase de Matemática.* Memorias del II Taller Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática para Ingeniería y Arquitectura. La Habana, Noviembre.
- Jiménez, C. (2000a). *La metacognición y su implicación para los procesos de resolución de problemas matemáticos en alumnos del nivel medio superior,* Tesis en su opción al grado de Master en Didáctica de la Matemática. ISPEJV. La Habana. Mayo.
- Jiménez, C. (2000b). *El sistema de ejercicios. Una estrategia a considerar en la obtención de procedimientos para la solución de ecuaciones.* Rev. "Desafío Escolar". Revista Iberoamericana de pedagogía. Año 4. Vol. II. Ediciones CEIDE. México. Julio-Diciembre.
- Labarrere, A. (1994). *Pensamiento, Análisis y Autorregulación en la actividad Cognoscitiva de los Alumnos.* Ángeles Editores. Méjico.
- Labarrere, A. (1999) *Reflexiones sobre un cangrejo, un estudiante y algunos factores que afectan la enseñanza de las matemáticas.* Rev. Desafío Escolar. Año2, Vol. 8. Ediciones CEIDE Méjico.