

Las heurísticas disciplinarias y la matemática en contexto

Patricia Camarena Gallardo

Instituto Politécnico Nacional, México

patypoli@prodigy.net.mx

Resumen

La investigación que se reporta en esta presentación muestra las diferentes heurísticas que emplean profesores de las disciplinas de física, química, biología y matemáticas al resolver problemas de su área de conocimiento en los que tiene que matematizar.

La matemática en el contexto de las ciencias es el marco teórico en el que se sustenta el estudio, tomando elementos referenciales de Polya y Nickerson respecto a las heurísticas. La investigación es de tipo experimental y la metodología se desarrolla en cuatro fases. Se toma una muestra 171 profesores del Sistema de Tecnológicos de México (45 de matemáticas, 45 de física, 45 de química y 36 de biología).

Se realiza el análisis de la información de acuerdo a las cuatro etapas de Polya, diferenciando las heurísticas para cada etapa y correlacionándolas con cada disciplina, de forma tal que se hace una categorización en heurísticas generales y heurísticas disciplinarias por cada una de las disciplinas. Esta investigación es una contribución al estudio de las heurísticas de la matemática en el contexto de las ciencias.

Introducción

Un grupo de investigadores en la línea de *la matemática en el contexto de las ciencias* (Camarena 2001) nos hemos dedicado a establecer la vinculación de la matemática con las ciencias que la requieren, para llevar a las clases de matemáticas la contextualización como un elemento didáctico (Camarena, 1999). Al estar inmersos en cada ciencia para establecer la vinculación se han observado características particulares de cada una de ellas, situación que llevó a pensar en un estudio que explicitara tales peculiaridades. En particular, este reporte se dedica a las heurísticas. Es un hecho que los procesos de producción de cada ciencia tienen variantes, los cuales tienen incidencia en la forma en como se abordan los problemas que tienen que ser matematizados o modelados (Camarena, 2000). Por lo antes expuesto la presente investigación se abocó a dilucidar el problema de investigación que indaga acerca de las diversas heurísticas que emplean los docentes de las disciplinas de física, química, biología y matemáticas para resolver problemas de su área de trabajo. Así, el objetivo de investigación es determinar las heurísticas características de cada disciplina que son empleadas al resolver problemas que deben ser modelados matemáticamente o “matematizados”.

Marco teórico y metodológico

Para establecer la contextualización de la matemática se recurre a la teoría de la matemática en contexto, la cual muestra que es necesario transitar por las siete etapas de ésta (Camarena, 1999):

1. Planteamiento del problema.
2. Determinación de las variables y de las constantes del problema.
3. Inclusión de los temas y conceptos matemáticos necesarios para la modelación y la resolución matemática del problema.
4. Determinación del modelo matemático.
5. Solución matemática del problema.
6. Determinación de la solución requerida por el problema.
7. Interpretación de la solución en términos del problema.

Por otro lado, como es sabido, Polya (1976) es el padre de las heurísticas, quien a través de preguntas orienta al lector en su tránsito en la resolución de problemas, además, esta serie de preguntas las clasifica según cada una de las cuatro etapas por las que debe transitar el resolutor de problemas en la resolución de éstos.

Estas cuatro etapas abarcan a grandes rasgos todos los pasos de la resolución de un problema, por lo que las etapas de la matemática en contexto se pueden correlacionar con las etapas que marca Polya para resolver un problema, razón por la cual se empleará como hilo conductor las cuatro etapas de Polya:

- 1.- Comprender el problema.
- 2.- Idear un plan.
- 3.- Ejecutar el plan.
- 4.- Examinar la solución.

A continuación se presentan el tipo de preguntas que hace Polya para cada una de sus cuatro etapas, en donde resulta ser una guía práctica para quien se inicia como resolutor de problemas.

Comprender el problema: identificar qué se está buscando, identificar con qué se cuenta, identificar en qué área de la matemática se encuentra inmerso el problema, definir qué toma un papel variable, definir qué permanece constante, localizar si hay algún parámetro, localizar si hay alguna condición, determinar si es la condición suficiente, determinar si es la condición redundante, determinar si es la condición insuficiente, determinar si es la condición contradictoria, hacer un dibujo, tabla o gráfica.

Idear un plan: identificar un problema análogo, generalizar el problema, particularizar el problema, separar en partes el problema, determinar la relación entre constantes, parámetro y variables, usar reducción al absurdo, partir de atrás hacia adelante, reformular el problema, intuir el resultado.

Ejecutar el plan: verificar congruencias, detectar puntos de control de error (terminología acuñada por la matemática en el contexto de las ciencias), trasladar el problema real al campo de los complejos, clasificar la ecuación para identificar los posibles métodos de solución, transitar entre las distintas representaciones del objeto, simplificar el problema con las condiciones.

Examinar la solución: verificar la coherencia entre resultado y formulación del problema, elegir la solución que satisface el problema, verificar la solución analíticamente,

verificar la solución algebraicamente, verificar la solución geoméricamente, verificar la solución numéricamente, resolver de otra forma el problema.

Aunque quien inicia con una metodología para la resolución de un problema es Polya resulta que Nickerson (1994) identifica en las interrogantes de Polya varias categorías, la que corresponde propiamente a las heurísticas, las habilidades y la metacognición, este último elemento tratado por Ausubel (1990). Así, para la identificación de las heurísticas se empleará la clasificación que elabora Nickerson en base a las preguntas de Polya para cada una de las cuatro etapas.

La metodología para el desarrollo de la investigación está compuesta por cuatro fases:

Primera fase: correspondiente a la selección y toma de la muestra de profesores de las ciencias básicas de física, química, matemáticas y biología.

Segunda fase: aplicación de los problemas seleccionados para la detección de las heurísticas.

Tercera fase: recopilación de la información.

Cuarta fase: clasificación de las heurísticas correlacionadas con cada disciplina.

Desarrollo

Primera fase. Se contó con la oportunidad de trabajar con, aproximadamente 2000, profesores de las ciencias básicas de física, química, matemáticas y biología del Sistema de Tecnológicos Regionales de México, quienes recibieron un curso sobre la resolución de problemas como estrategia didáctica, por lo que ellos constituyeron la población en estudio. De la población mencionada se tomó una muestra 171 profesores, en donde cuarenta y cinco docentes fueron de matemáticas, cuarenta y cinco más de física y otros cuarenta y cinco de química, mientras que de biología fueron treinta y seis.

Segunda fase. Se aplicaron seis problemas en cada disciplina y los correspondientes académicos resolvieron los seis problemas, indicando para cada etapa de Polya los elementos teóricos de la resolución de problemas, entre los que se encontraban las heurísticas. Los docentes eran tanto del nivel medio superior como del nivel superior, los problemas aplicados (Bucat, Shand, 1996), (Curtis, 2001), (López, 1987) versaban sobre temas que ellos imparten en las asignaturas de los niveles educativos aludidos. Es claro que la selección y en algunos casos elaboración de los problemas se llevó a cabo de tal forma que resultaron ser problemas para la mayoría de los profesores, de hecho, como la formación de estos docentes no era de físicos, químicos, matemáticos ni biólogos, los problemas no fueron ejercicios para ellos. Cabe mencionar que se está empleando la notación que describe Santos (1997) respecto a un problema en el que interviene la relatividad del campo de conocimientos del sujeto.

Tercera fase. La recopilación de la información se llevó a cabo a través de los siguientes dos pasos: a) Verificación de la identificación correcta de cada una de las cuatro etapas de Polya en cada problema resuelto. b) Aislamiento de las heurísticas empleadas en cada una de las cuatro etapas.

a) Fueron mínimos los casos en donde la clasificación de las cuatro etapas de Polya al resolver un problema no fue precisa. Dicho de otra forma la información obtenida es confiable: aproximadamente 1026 reportes para cada etapa.

ETAPAS POLYA	DISCIPLINARIAS				GENE- RALES
	Físic	Quí	Mate	Biol	
1ª	0	0	1	1	11
2ª	4	4	2	3	7
3ª	4	3	2	4	1
4ª	5	3	4	1	3
Totales	13	10	9	9	22
Total	41 Heurísticas disciplinar				↓ → 63

TABLA No. 1. Número de heurísticas disciplinarias y generales.

b) Se agruparon y separaron todas las heurísticas diferentes que reportaron los docentes encuestados. Al menos una heurística para cada etapa, haciendo un aproximado de 4104 heurísticas reportadas; sin embargo, una gran cantidad de éstas estaban repetidas, por lo que solamente quedaron sesenta y tres heurísticas diferentes, véase la tabla No. 1. Para la primera etapa se tiene un total de 13 heurísticas, en la segunda 20 heurísticas, 14 heurísticas para la tercera y la cuarta etapa contiene 16 heurísticas.

Primera etapa COMPRENDER EL PROBLEMA	
<ul style="list-style-type: none"> * Identificar qué se está buscando * Identificar con qué se cuenta * Identificar en qué área de la disciplina se encuentra inmerso el problema * definir qué elementos varían * definir qué permanece constante 	<ul style="list-style-type: none"> * localizar si hay alguna condición * determinar si es la condición suficiente * determinar si es la condición redundante * determinar si es la condición insuficiente * determinar si es la condición contradictoria * hacer un dibujo, tabla o gráfica
Segunda etapa IDEAR UN PLAN	
<ul style="list-style-type: none"> * Identificar un problema análogo * Generalizar el problema * Particularizar el problema * Separar en partes el problema 	<ul style="list-style-type: none"> * partir de atrás hacia adelante * reformular el problema * intuir el resultado
Tercera etapa EJECUTAR EL PLAN	
Verificar congruencias (puntos de control de error)	
Cuarta etapa EXAMINAR LA SOLUCIÓN	
<ul style="list-style-type: none"> * verificar la coherencia entre resultado y formulación del problema * verificar la solución * resolver de otra forma el problema 	

TABLA No. 2. Heurísticas generales que se emplean en las distintas disciplinas.

Cuarta fase. Para la clasificación de las heurísticas y su categorización se correlacionan las heurísticas detectadas con las heurísticas que ha separado y definido como tales Nickerson, para cada una de las cuatro etapas de Polya.

Se realiza el análisis de la información de acuerdo a las cuatro etapas de Polya, diferenciando las heurísticas para cada etapa y correlacionándolas con cada disciplina, de forma tal que se hace una categorización en heurísticas generales (véase la tabla No. 2) y heurísticas disciplinarias por cada una de las disciplinas (véanse las tablas No. 3).

Segunda etapa: Idear un plan	Tercera etapa: Ejecutar el plan	Cuarta etapa: Examinar la solución
<ul style="list-style-type: none"> * determinar la relación entre constantes, parámetro y variables * verificar uniformidad de unidades revisión de las leyes, conceptos y principios * relacione la información con uno o varios principios 	<ul style="list-style-type: none"> * conversión de unidades * las ecuaciones tienen despejada la incógnita * uso de tablas de constantes * simplificar el problema con las condiciones 	<ul style="list-style-type: none"> * elegir la solución que satisface el problema * verificar la solución con análisis dimensional * verificar la solución experimentalmente * verificar la solución cualitativamente * buscar un contraejemplo

TABLA No. 3.a Heurísticas disciplinarias reportadas por los docentes de física.

Segunda etapa: Idear un plan	Tercera etapa: Ejecutar el plan	Cuarta etapa: Examinar la solución
<ul style="list-style-type: none"> * determinar la relación entre constantes, parámetro y variables * verificar uniformidad de unidades * revisión de las leyes, conceptos y principios * balancear la ecuación 	<ul style="list-style-type: none"> * uso de tablas de constantes * simplificar el problema con las condiciones * identifique los reactivos 	<ul style="list-style-type: none"> * elegir la solución que satisface el problema * verificar la solución con análisis dimensional * verificar la solución experimentalmente

TABLA No. 3.b Heurísticas disciplinarias reportadas por los docentes de química.

Primera etapa: Comprender el problema	Segunda etapa: Idear un plan	Tercera etapa: Ejecutar el plan	Cuarta etapa: Examinar la solución
<ul style="list-style-type: none"> * relacionar la incógnita con algún hecho de la sociedad 	<ul style="list-style-type: none"> * clasifique los datos * anote cualquier cosa que pueda servir 	<ul style="list-style-type: none"> * formular una hipótesis * compare resultados y si es necesario formule nueva hipótesis 	<ul style="list-style-type: none"> * verificar la solución experimentalmente * buscar un contraejemplo * explique las razones que tiene para apoyar esta respuesta * verificar las implicaciones sociales del resultado

TABLA No. 3.c. Heurísticas disciplinarias reportadas por los docentes de biología.

Primera etapa: Comprender el problema	Segunda etapa: Idear un plan	Tercera etapa: Ejecutar el plan	Cuarta etapa: Examinar la solución
<ul style="list-style-type: none"> * localizar si hay algún parámetro 	<ul style="list-style-type: none"> * determinar la relación entre constantes, parámetro y variables usar reducción al absurdo * usar inducción matemática 	<ul style="list-style-type: none"> * trasladar el problema real al campo de los complejos * clasificar la ecuación para identificar los posibles métodos de solución * transitar entre distintas representaciones del objeto * simplificar el problema con las condiciones 	<ul style="list-style-type: none"> * buscar un contraejemplo

TABLA No. 3.d. Heurísticas disciplinarias reportadas por los docentes de matemáticas.

Después de analizar las heurísticas reportadas se encontró que se escribieron casi todas las que marca Nickerson. Es más, las heurísticas que marca tanto Polya como Nickerson son generales y aparecen en los reportes de los docentes enfocadas a cada disciplina, mas esas no son las que interesan, las que interesan son aquellas que son específicas de las disciplinas. De hecho, la mayoría de las heurísticas aplicadas a cada área del conocimiento son generales, aunque las reportan como heurísticas disciplinarias y por tanto, son muy pocas las heurísticas detectadas como disciplinarias, véase la tabla No. 3.

Conclusiones

Esta investigación es una contribución al estudio de las heurísticas de la matemática en el contexto de las ciencias.

Las tablas No. 2 y 3 muestran las heurísticas que se emplean en la matemática en contexto de las ciencias. La tabla No. 3 pone a la luz las diferencias buscadas en el desarrollo de la investigación y es un apoyo para la contextualización de la matemática en otras áreas del conocimiento, en particular de las ciencias básicas de física química y matemáticas, las que son el cimiente de carreras de ingeniería.

Referencias bibliográficas

- Ausubel, D. P. & Novak, J. D. y Hanesian H. (1990). *Psicología educativa, un punto de vista cognoscitivo*. Editorial Trillas.
- Bucat, B. y Shand, T. (1996). *Thinking tasks in Chemistry, teaching for understanding*. Department of Chemistry, University of Western Australia.
- Camarena, G. P. (1999). Hacia la integración del conocimiento: Matemáticas e ingeniería. *Memorias del 2° Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas*, México.
- Camarena, G. P. (2000). Reporte de investigación titulado: *Los modelos matemáticos como etapa de la matemática en el contexto de la ingeniería*. ESIME-IPN, México.
- Camarena, G. P. (2001). *La matemática en el contexto de las ciencias*. Red de Cimates, Serie antologías No. 1. Edit. CINVESTAV-IPN.
- Curtis, H. (2001). *Biología*. Médica Panamericana
- López, R. F. (1987). *Cómo estudiar física, guía para estudiantes*. Vicens-Vives editorial, España.
- Nickerson, R. S. & Perkins, D. N. y Smith, E. E. (1994). *Enseñar a pensar, aspectos de la aptitud intelectual*. Editorial Paidós M. E. C.
- Polya, G. (1976). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas.
- Santos, L. M. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Grupo Editorial Iberoamérica S. A. de C. V.