

# Una estrategia metodológica para la caracterización de las concepciones probabilísticas de los profesores

*Pilar Azcarate Goded y José María Cardeñoso*

Área de Didáctica de la Matemática. Univ. Cádiz y Univ. Granada. España.

[pilar.azcarate@uca.es](mailto:pilar.azcarate@uca.es)

[josem@ugr.es](mailto:josem@ugr.es)

## Resumen

Se presenta un reporte de investigación que intenta aproximar al lector a reconocer una agenda de investigación, que intenta trabajar sobre un campo de investigación en educación matemática de enorme complejidad la formación de los profesores de matemáticas para abordar el tratamiento de la incertidumbre en las aulas. Se vinculan varias investigaciones interesadas en el análisis del conocimiento didáctico-matemático de los profesores, a través de la evolución y complementación de un instrumento común de análisis que configura un sistema de categorías elaborado desde un estudio histórico epistemológico y didáctico. Sistema de Categorías que se constituye como referente válido, para la elaboración de los diversos instrumentos utilizados la investigación empírica y que se va surtiendo de los resultados encontrados en la indagación empírica y nos va mostrando, la necesidad de afrontar nuevos estudios teóricos para afrontar los retos que los nuevos problemas plantean.

## Justificación y presentación del problema

El trabajo que presentamos es un extracto de una investigación en formación de profesores mucho más amplia, enfocada al desarrollo de estrategias idóneas para el desarrollo profesional. Un elemento relevante de dicho desarrollo es la construcción de un conocimiento profesional significativo del contenido a enseñar. Dicha construcción es el resultado de la interrelación del sistema de ideas iniciales de los profesores con las distintas informaciones implicadas en el proceso. El sentido que tiene para nosotros este trabajo es acercarnos a una mayor comprensión de la realidad, en el campo de las ideas de los profesores en torno a tópicos concretos, para poder intervenir en ella y transformarla. Todo proceso de formación de profesores, comprometido con un cambio real de la escuela, debe partir de los presupuestos iniciales de los profesores, de sus concepciones para así poder promover su evolución. Por todo ello, la **finalidad principal** del estudio realizado es aumentar el conocimiento sobre qué piensan los profesores acerca de la temática objeto de estudio y cómo justifican sus interpretaciones.

En nuestro caso la temática elegida fue el análisis de las concepciones de los futuros profesores y profesores de matemáticas **en relación con el conocimiento probabilístico**, más concretamente sobre la noción de aleatoriedad y sobre la introducción y el significado de las primeras nociones probabilísticas. Para ello se diseñó una agenda de investigación que nos ha permitido ir obteniendo informaciones de diferentes rangos en relación con las ideas y conocimientos de los profesores en torno a estos tópicos y sobre cómo éstas pueden determinar sus planificaciones y actuaciones en aula. En las primeras fases de la investigación (1992-1998) la unidad de información recogida y analizada se refiere a los tipos de argumentaciones presentados por los sujetos a la hora de afrontar y tomar decisiones en las distintas situaciones afectadas por incertidumbre que les fueron propuestas. Nuestra intención es caracterizar las diferentes tendencias de pensamiento que se van presentando. Estas

argumentaciones fueron categorizadas y tratadas desde diferentes tipos de análisis. En una segunda etapa la unidad de información considerada son las argumentaciones y actividades reflejadas en los libros de texto primero (Serradó, 2000) y posteriormente en las planificaciones que desde su uso hacen los profesores (1998-actualmente).

Este reporte se focaliza en la descripción de la estrategia metodológica utilizada en las primeras fases de esta agenda de investigación. Ante un problema complejo como es el de caracterizar progresivamente las concepciones de los profesores con respecto a un contenido curricular, optamos por un enfoque pluri-metodológico, que nos permita una mayor comprensión de los datos obtenidos a través de diferentes instrumentos. Estos planteamientos, defendidos por numerosos autores como Cook y Reichardt (1986), se basan en la idea de que toda estrategia metodológica puede ser útil siempre que favorezca la investigación y nos permita obtener información significativa que nos facilite el camino hacia una verdadera transformación reflexiva de la práctica. Las técnicas cualitativas nos permiten una mayor profundización en los problemas, al acercarnos a ellos desde estrategias más directas y personales, como puede representar, por ejemplo, el nivel de introspección individual que supone la realización de una entrevista. El dato cualitativo nos permite caracterizar mejor una realidad, sus propiedades o el grado en que éstas se manifiestan (Rodríguez, Gil y García, 1996). Sin embargo, las técnicas de carácter más cuantitativo que cierran una investigación completa según Ghiglione (1989), nos aportan una visión más general y amplia del problema general. Ambas pueden ser complementarias (Cohen y Manion, 1990), y su contraste nos permite una mayor comprensión de los datos obtenidos, lo cual centra el problema metodológico en la perspectiva desde la que se realiza la interpretación de los datos y no tanto en los métodos y técnicas seleccionadas. El enfoque desde el que se analizan los datos, y la perspectiva desde la que se reflexiona, es la determinante a la hora de sacar conclusiones y consecuencias de los resultados obtenidos. En nuestro caso concreto, hemos combinado varios instrumentos en función de los diferentes objetivos formulados en esta agenda de investigación del conocimiento profesional del profesor.

En el ámbito de la Educación Matemática los estudios sobre concepciones es un campo de investigación con gran desarrollo en los últimos años. Muchos de estos estudios se limitan a detectar si el sujeto conoce o utiliza correctamente el concepto que es objeto de estudio o no. Y, sin embargo, pensamos que las ideas o concepciones de los sujetos sobre un determinado objeto matemático, constituye un complejo sistema que no puede ser caracterizado simplemente por los atributos que se le atribuyen desde una perspectiva matemática. Esto hace necesario desarrollar un sistema de categorización y tratamiento de las ideas y argumentaciones de los sujetos que nos permita detectar los diferentes significados que los sujetos otorgan a los conocimientos y sus relaciones, sin caer en simplificaciones de clasificar las respuestas como adecuadas o no al modelo matemático.

Los primeros estudios han estado dirigidos a conocer las **concepciones sobre el mundo de la incertidumbre** de futuros profesores y profesores en activo, de Ed. Primaria (Azcarate, 1996; Cardeñoso, 1998). El objetivo principal era acercarnos a la percepción que tienen los sujetos del mundo de la incertidumbre y a conocer qué significados le otorgan a la azar y a la probabilidad, través de las argumentaciones que utilizaban para caracterizar la incertidumbre y para justificar su toma de decisiones ante situaciones con ella presente. Desde la perspectiva matemática, para estudiar los fenómenos afectados por la incertidumbre

consideramos su modelización matemática, **la noción de aleatoriedad**, modelo descriptivo y explicativo de una realidad que el mundo matemático ha sistematizado. Desde el punto de vista matemático, la incertidumbre presente en los fenómenos aleatorios se estudia desde una aproximación probabilística, en la idea básica es **la noción de probabilidad y su medida**. Para poder llegar a conocer las formas de pensamiento de los sujetos era necesario conocer y trabajar con los distintos argumentos, interpretaciones o significados que ellos mismos podían manifestar, analizados e interpretados desde un sistema de categorías que reflejase las posibles caracterizaciones, sistema que fue elaborado desde los datos obtenidos en los estudios previos realizadas tanto de carácter histórico-epistemológico como didáctico. El conjunto de variables consideradas en los estudios, fueron los tipos de argumentaciones presentadas por los sujetos en las distintas situaciones planteadas en los diferentes instrumentos de recogida de datos.

El objetivo no era detectar los sesgos de sus razonamientos sino explorar cómo interpretan la información disponible sobre situaciones de incertidumbre, cómo se mueven en ella, qué conocen y cuáles pueden ser los obstáculos que reflejan sus formas de concebir el conocimiento probabilístico. Cuestión prioritaria para el desarrollo de su profesión como docentes en el que necesitan disponer de un determinado conocimiento profesional sobre el tópico en cuestión (Azcarate y Cardeñoso, 2001).

### **Estrategia metodológica**

Ante un problema complejo como el que se quería abordar como es caracterizar las concepciones de los futuros profesores y profesores de Primaria con respecto a un contenido curricular, optamos más bien por un enfoque pluri-metodológico, que nos permitiera una mayor comprensión de los datos obtenidos a través de diferentes instrumentos de recogida de datos y de procedimientos de análisis.

La estrategia metodológica desarrollada en un primer momento del proceso de investigación (Azcarate, 1996), **partió de la realización de diversas entrevistas** (6) a maestros en ejercicio, sobre diferentes aspectos relacionados con sus creencias y conocimientos sobre los fenómenos aleatorios y sus pautas de decisión ante situaciones de incertidumbre. El objetivo era recoger datos directos sobre la realidad a la que nos podíamos enfrentar y sobre qué información podía ser más significativa para nuestro objetivo. Los resultados de estas entrevistas se analizaron y contrastaron y, a partir de ello, se elaboró el cuestionario definitivo formado por un conjunto de situaciones y cuestiones en las que se solicitaban sus opiniones y tomar determinadas decisiones.

El **cuestionario** fue presentado a un grupo de futuros profesores (57), con el objetivo de obtener una información general sobre el tema. Los datos obtenidos fueron categorizados y analizados, y su estudio nos permitió detectar la presencia de ciertas tipologías entre los sujetos (Azcarate, Cardeñoso y Porlán, 1998). Para obtener una explicación más razonada de las informaciones y argumentos recogidos en el cuestionario y matizar las clasificaciones realizadas, **se entrevistó posteriormente** a una pequeña muestra de sujetos representativos de cada tendencia, previamente diferenciada (5). Las entrevistas nos permitieron explorar, más profundamente, en los razonamientos de los sujetos concretos y en los argumentos utilizados.

En cualquiera de los casos, ni el cuestionario ni los guiones de las entrevistas realizadas en nuestro estudio poseían una estructura cerrada y permitían a los sujetos expresar sus opiniones

o explicaciones. Los datos obtenidos, por tanto, eran de naturaleza textual y una de las primeras actividades consistió en hacer *un análisis categorial del contenido* (Rodríguez, Gil y García, 1996). Dado el significado global de las respuestas presentadas por los sujetos a las distintas cuestiones planteadas, tanto en el cuestionario como en la entrevista, hemos establecido como criterio de separación de las unidades básicas de información las respuestas consideradas en su totalidad.

El proceso de categorización ha reflejado características mixtas, pues las categorías utilizadas han sido el resultado de un contraste entre el sistema de categorías previo, elaborado desde las diferentes opciones que en la literatura e investigaciones anteriores habíamos detectado y el conjunto de datos obtenidos (Tesch, 1990). Este Sistema de Categorías no sólo se va surtiendo de los resultados encontrados en la indagación empírica, sino que nos va mostrando la necesidad de realizar nuevos estudios, para afrontar los retos que los nuevos problemas plantean.

Las limitaciones del propio diseño de la primera investigación realizada, pese a los altos índices de sujetos bien clasificados que se alcanza en el procedimiento de clasificación en tendencias y de las aportaciones que se realizan desde el posterior análisis discriminante de las mismas, no permiten afirmar su potencialidad predictiva y generalizadora, como procedimiento de identificación de la tendencia de pensamiento de cualquier persona que cumplimentase el cuestionario. Esto nos lleva a pensar que para una utilización más ágil en los procesos formativos sería necesario un instrumento más estructurado, que facilite la codificación y que denote su eficacia como detector de concepciones iniciales en el aula de formación de profesores. Esta idea nos llevó a plantear la necesidad de poder conocer más globalmente la realidad y, por tanto, ampliar el campo de estudio. Nuestra necesidad nace de cuestionar el carácter global de las evidencias empíricas aportadas, su aplicabilidad a cualquier grupo numeroso de profesores, en activo o en formación, suponiendo que dichas argumentaciones, instrumentos y tipologías de pensamiento, son parte significativa de las categorías de respuesta y concepciones posibles. En consecuencia, asumimos que los nuevos problemas de investigación no difieren fundamentalmente de los ya enunciados, pero referidos a una gran población: el conjunto de profesores en activo, en la Comunidad Andaluza (Cardeñoso, 2001).

Para ello utilizamos el método de encuesta sobre una muestra representativa de la población considerada. La muestra se organizó considerando como unidad de referencia los centros de primaria existentes en la Comunidad Andaluza y se seleccionaron 341 centros (14% del total), a los que se les remitió por correo un conjunto de cuestionarios para que fuera cumplimentado por sus profesores. El cuestionario utilizado recogía un inventario de situaciones afectadas por incertidumbre en la que los sujetos deberían de tomar unas determinadas decisiones entre las múltiples opciones que se le presentaban. Opciones que se elaboraron desde los prototipos de respuestas detectados en el estudio previo. Se configuró definitivamente a través de un proceso de validación con un estudio piloto y juicios de expertos. Aunque se eligió la opción de proponer repuestas cerradas representativas de las diferentes tendencias de pensamiento se optó por dejar una opción abierta que permitiera expresar ideas alternativas. De esta forma pensamos que podíamos evidenciar las potenciales argumentaciones alternativas que pudieran utilizar los profesores de primaria, tipologías de pensamiento que puedan surgir y las posible sensibilidad a los contextos de la tarea que se presente en el instrumento de investigación. Se recibieron 598 cuestionarios cumplimentados,

superando las 480 respuestas necesarias para la validez estadística.

## Procedimiento de análisis de los datos

Dada la finalidad del estudio, el tratamiento de los datos es uno de los instrumentos fundamentales que orientan su posterior interpretación. Tanto en un caso como en otro con los datos obtenidos de los cuestionarios se realizaron dos tipos de análisis:

**A) Análisis descriptivo: tratamiento de los datos considerando como eje organizador los ítems.** Centrado en el análisis independiente de las respuestas dadas por el conjunto de sujetos a las distintas cuestiones presentadas tanto en el primer cuestionario como en el segundo, realizado desde la matriz de datos que relaciona cada sujeto con las respuestas dadas a cada ítem. Para ello utilizamos el procedimiento "FREQUENCIES", del programa SPSS/PC+ (Norusis, 1990). Este primer tipo de estudio obtuvimos una primera visión de la realidad a través del propio cuestionario, al permitirnos detectar los tipos de argumentaciones predominantes en las explicaciones de los sujetos pero también nos permitió detectar la gran diversidad de explicaciones, y las diferentes proporciones de utilización en el conjunto de sujetos.

**B) Análisis multivariante: tratamiento de los datos considerando como eje organizador los sujetos.** El objetivo de este estudio era obtener un agrupamiento de los sujetos en función de sus semejanzas en la utilización de los tipos de argumentos y caracterizar las tendencias detectadas; es decir, el estudio estaba centrado en el conjunto de respuestas dadas por cada sujeto. Para ello, transformamos la matriz original de datos en otra matriz cuyas filas representaban el porcentaje de utilización de cada argumento o categoría por cada sujeto; considerado como indicador empírico de la estructura de conocimiento del sujeto. Obteníamos así, una caracterización de cada sujeto en función de la preponderancia de los diferentes argumentos o categorías en sus razonamientos, expresada en términos de tanto por ciento, información sobre la que aplicamos un análisis multivariante. Esta nueva organización de los datos, por tanto, ya no estaba en función de los ítems sino de los sujetos y nos permitió obtener una caracterización de los argumentos utilizados por los sujetos en su conjunto que posteriormente nosotros podríamos interpretar y asociar a determinadas tendencias. El procedimiento utilizado fue el análisis cluster, a través del procedimiento "CLUSTER" del mismo programa SPSS/PC+ (Norusis, 1990a). Utilizamos la *Métrica Euclídea* como herramienta para obtener indicadores de similitud entre sujetos, por ajustarse sus agrupamientos al objetivo buscado, pues de esta forma dos individuos estarán más próximos cuanto más coincidan en el porcentaje de utilización de las categorías establecidas. Y, como algoritmo de caracterización de los grupos, el método de las distancias máximas: *Complete linkage*. Este es un método jerárquico aglomerativo, es decir ascendente, que toma como criterio de agrupamiento la distancia entre los puntos más alejados.

La clasificación así obtenida la sometimos, en un segundo momento, a un análisis discriminante, auxiliándonos para ello del procedimiento "DISCRIMANT" del programa SPSS/PC+ (Norusis, 1990b). Ello nos permitió discernir y caracterizar los grupos construidos de forma más detallada y sistemática, y nos proporcionó información sobre la representatividad de cada uno de los sujetos incluidos en los distintos grupos o tendencias. La posterior interpretación de los datos obtenidos en este segundo tipo de estudio nos permitió obtener una cierta clasificación de los sujetos, caracterizando las grandes tendencias de pensamiento

que se detectaban en el conjunto de sujetos considerados, futuros profesores o profesores en ejercicio.

La aplicación del análisis “Discrimant” tras el primer cuestionario, nos permitió seleccionar un número reducido de sujetos para explorar más directamente las ideas predominantes en las diferentes tendencias detectadas, al facilitarnos la probabilidad de pertenencia de cada sujetos a su grupo. Se eligieron los de probabilidad cercana al 100%. A este grupo de sujetos se les entrevistó y los datos obtenidos fueron sometidos a un tercer análisis:

**C) Análisis cualitativo: tratamiento de los datos obtenidos en las entrevistas.** Su objetivo era matizar los resultados detectados en los estudios anteriores. Los resultados de las entrevistas, fueron tratados a través de un análisis cualitativo del contenido en la línea desarrollada por Porlán (1989). El proceso de categorización del contenido del discurso, previamente transcrito, fue el siguiente:

\* Diferenciar y organizar las unidades de información con los mismos criterios que en el cuestionario, asignado a cada unidad de información un código numérico.

\* Agrupar y transformarlas en formulaciones o proposiciones más estándar de significado similar, que nos permiten un trabajo de sistematización, descripción y comparación del contenido.

\* Agrupar las proposiciones en función del contenido conceptual, con el objetivo de poder establecer interpretaciones de los datos ya organizados (Bardin, 1986).

De esta manera disponemos de una reorganización del discurso inicial, expresado por los sujetos de forma más o menos natural, que nos permitía obtener una imagen más estructurada de las ideas y concepciones de los sujetos reflejadas en sus manifestaciones, con independencia del orden del discurso y de las cuestiones particulares que las motivan. Esta imagen nos permitió a su vez la construcción del 2º cuestionario utilizado en el método de encuesta.

## **Algunos resultados**

En un primer acercamiento a los resultados se reconoce la argumentación de Causalidad como aquella más ligada a posiciones deterministas que dificultan considerablemente el reconocimiento de la naturaleza aleatoria del fenómeno. Como Azcárate (1996a) afirma, estas condiciones suelen estar muy relacionados con la creencia, en la posibilidad del control de las condiciones de ocurrencia del fenómeno. Esta autora añade que dichas consideraciones deterministas también pueden provenir bien, del conocimiento del funcionamiento del fenómeno y desprecio del impacto del azar o bien, por tener posibilidades de acceder a la información que nos clarifiquen el funcionamiento de dichos fenómenos. Según dichas posiciones van perdiendo su dominio en el pensamiento de los sujetos, surgen otras argumentaciones como son las apoyadas en la simple descripción del carácter incierto del fenómeno y su funcionamiento. Estas permiten el predominio gradual, no sólo del reconocimiento global de la incertidumbre, sino del nivel de existencia de diferentes soluciones, cuya futura valoración permitiría la toma de decisiones con mayores garantías. Los resultados de Cardeñoso (2001) muestran que la tipología de argumentación más empleada es la explicación causal y en niveles muy cercanos, las apoyadas en la imprevisibilidad del fenómeno. Se han encontrado dos tipologías diferentes de fenómenos que originan tanto un nivel diferente de reconocimiento, como el uso de uno u otro criterio

de discriminación, en referencia a la representatividad de los diferentes contextos Cotidiano, Juegos y Físico-natural.

En definitiva, en nuestro trabajo se refleja la posibilidad de usar diferentes procedimientos de análisis de datos para realizar un estudio de la estructura relacional de un grupo de respuestas dadas por unos determinados sujetos de acuerdo a unas tareas, el problema no debe estar focalizado en el cambio de las técnicas cualitativas o cuantitativas como en su uso e interpretación.

### Referencias bibliográficas

Azcárate, P. (1996): *Estudio de las concepciones disciplinares de los futuros profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad*. Granada: Comares.

Azcárate, P. (1996a): El conocimiento profesional relativo al tratamiento del conocimiento probabilístico en la Educación Primaria. Revista: *UNO*, 7: 95-108.

Azcárate, P. & Cardeñoso, J. & Porlán, R. (1998): Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad. Revista. *Enseñanza de las Ciencias*, 16(1): 85-97.

Azcárate, P. & Cardeñoso, J. (2001): Probabilidad, en Castro, E. (Eds): *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*. Madrid: Síntesis.

Bardín, L. (1986): *Análisis del Contenido*. Madrid: Akal/Universitaria.

Cohen I. & Manion, I. (1990): *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La Muralla

Cardeñoso, J. (2001): *Las creencias y conocimientos de los profesores de Primaria andaluces sobre la Matemática escolar. Modelización de concepciones sobre la Aleatoriedad y Probabilidad*. Cádiz: Serv. de Publicaciones de la Univ. de Cádiz.

Cook, T. & Reichardt, CH. (1986): *Métodos Cualitativos y Cuantitativos en Educación*. Madrid: Morata.

Ghiglione, R. (1989): Encuestar. En Banchet y otros, *Técnicas de investigación en Ciencias Sociales. Datos, observación, entrevista, cuestionario*. Madrid: Narcea

Norusis, M.J. (1990): *SPSS/PC+ 4.0 Base Manual*. Chicago Il: SPSS Inc.

Norusis, M.J. (1990a): *SPSS/PC+ Statistics 4.0*. Chicago Il: SPSS Inc.

Norusis, M.J. (1990b): *SPSS/PC+ Advanced Statistics 4.0*. Chicago Il: SPSS Inc.

Porlán, R. (1989): *Teoría del Conocimiento, Teoría de la Enseñanza y Desarrollo Profesional. Las concepciones epistemológicas de los profesores*. Tesis Doctoral inédita. U. de Sevilla.

Rodriguez, G. & Gil, J. & García, E. (1996): *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga: Aljibe

Serradó, A. (2000): *Diseño de las unidades dedicadas al "Tratamiento del Azar" en los libros de texto de Educación Secundaria Obligatoria*. Trabajo investigación inédito. Univ. Cádiz.

Tesch, R. (1990): *Qualitative Research: Analysis Types and Software Tools*. The Falmer Press, Bristol.