

Resolución de problemas geométricos asistida por computadora: una experiencia innovadora en la formación inicial de los docentes de matemática

Martha Iglesias Inojosa y Miriam Mireles de Paz

Centro de investigación en enseñanza de la matemática utilizando nuevas tecnologías.
Universidad Pedagógica Experimental Libertador – Núcleo Maracay. Venezuela.
miglesias@telcel.net.ve.

Resumen

El rescate de la enseñanza de la Geometría en el ámbito escolar, desde una perspectiva psicopedagógica adecuada, está vinculada a la formación inicial y continuada de los docentes de Matemática, ya que, para alcanzar esta meta se requiere que los docentes logren integrar el conocimiento geométrico con el conocimiento didáctico asociado a éste. Esta idea motivó la realización de una investigación del tipo proyecto factible sustentada en una investigación documental y orientada a diseñar e implementar una propuesta didáctica que integrara elementos considerados innovadores y de un comprobado potencial didáctico en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría: (a) el uso de un software de Geometría dinámica como el Cabri II, (b) la aplicación del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele y (c) el llamado enfoque de resolución de problemas.

Introducción

A finales de la década de los años ochenta, la comunidad de educadores matemáticos estableció entre sus principales metas las siguientes: adoptar el llamado enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la Matemática y rescatar la enseñanza de la Geometría desde una perspectiva psicológica y pedagógica adecuada. Asimismo, en la década de los años noventa, los investigadores en Educación Matemática han dirigido sus esfuerzos hacia el uso de las llamadas nuevas tecnologías en el ámbito educativo y el desarrollo de software orientado a la enseñanza de la Matemática, entre los cuales destacan los software de Geometría Dinámica.

Por otra parte, en el ámbito latinoamericano, importantes especialistas en Educación Matemática han expresado que, en el proceso de formación inicial de los profesores de Matemática, sus formadores deben brindarles oportunidades instruccionales orientadas a la adquisición del conocimiento didáctico debidamente asociado al conocimiento matemático. Al respecto, las autoras han asumido que el rescate de la enseñanza de la Geometría en el ámbito escolar venezolano está estrechamente vinculado al proceso de formación académica de los profesores de Matemática, los cuales requieren desarrollar habilidades en la elaboración de diseños instruccionales basados en la *resolución de problemas geométricos*, el *Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele* y el *uso de software de Geometría Dinámica* como el *Cabri - Géomètre II*.

Este trabajo tuvo como propósito diseñar y desarrollar una propuesta didáctica sustentada en una amplia investigación documental y orientada a integrar estos elementos innovadores en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría por parte de los futuros docentes de Matemática que estudian en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL - Núcleo Maracay).

Esta propuesta se materializó mediante el diseño y la implementación de un curso de *Resolución de Problemas Geométricos Asistido por Computadora*, el cual estuvo dirigido a los estudiantes de la especialidad de Matemática de la UPEL (Núcleo Maracay) durante el período académico 99 - 2. Ha sido integrado al diseño curricular vigente de la especialidad de Matemática de la UPEL (Núcleo Maracay), previa aprobación del Consejo Departamental y la Comisión Curricular de esta institución y en él se ha logrado integrar elementos que brindan una alternativa de solución a la problemática de la enseñanza de la Geometría en el ámbito educativo y del proceso de formación inicial de los docentes de Matemática en Venezuela mediante la incorporación de tecnologías computarizadas. Este trabajo de investigación ha sido realizado en el contexto del *Centro de Investigación sobre la Enseñanza de la Matemática utilizando Nuevas Tecnologías* que funciona en la UPEL (Núcleo Maracay).

Planteamiento del Problema

El *sistema tradicional de enseñanza de la Geometría* ha sido seriamente cuestionado por la comunidad internacional de educadores matemáticos.

La enseñanza de la Geometría no ha sido abordada desde una perspectiva psicopedagógica que contribuya al desarrollo de las capacidades cognitivas de los niños y jóvenes y al logro de los objetivos actitudinales asociados a ésta y, por ende, solamente ha logrado propiciar un aprendizaje memorístico y repetitivo.

Esta problemática educativa ha captado la atención de los educadores matemáticos durante los últimos cuarenta años.

En la década de los años sesenta con el advenimiento de las llamadas “matemáticas modernas”, la Geometría Euclidiana fue marginada del ámbito escolar en muchos países, negándole a los estudiantes la oportunidad de establecer relaciones entre el mundo físico que los rodea y la Matemática y, además, impidiéndoles desarrollar la intuición y visualización espacial y el razonamiento lógico – deductivo.

A finales de la década de los años setenta, en el seno de la comunidad internacional de educadores matemáticos, se inició un movimiento orientado a rescatar la enseñanza de la Geometría en el ámbito escolar. A partir de la década de los años ochenta, los educadores matemáticos han reconocido la necesidad de reinsertar la enseñanza de la Geometría en el ámbito escolar desde una perspectiva matemática y psicopedagógica adecuada y, por ende, ellos han concentrado sus esfuerzos en el desarrollo de estrategias metodológicas acordes con las tendencias emergentes en la Educación Matemática.

Se reconoce que el conocimiento geométrico no debe ser presentado en forma acabada a los estudiantes y, por ende, es recomendable evitar una presentación rigurosamente sostenida de una Geometría Axiomática.

En este sentido, cabe preguntarse:

1. ¿Por qué la enseñanza de la geometría en forma tradicional no ha facilitado el aprendizaje significativo de esta área en la mayoría de los estudiantes?
2. ¿Cuáles son las repercusiones del uso de la computadora sobre la enseñanza de la Matemática y, en especial, de la geometría?
3. ¿En qué medida el uso de un programa interactivo para la enseñanza de la geometría puede propiciar el aprendizaje significativo de esta área del conocimiento matemático?

4. ¿Cómo propiciar el desarrollo de ciertas habilidades cognitivas y metacognitivas relacionadas con la resolución de problemas geométricos asistida con un programa interactivo?
5. ¿Es posible que los estudiantes de la especialidad de Matemática de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Núcleo Maracay) aprendan a enseñar geometría haciendo uso de estrategias y programas interactivos, a la vez que profundizan sus conocimientos geométricos?

Objetivo General

Diseñar e implementar un curso de resolución de problemas geométricos asistido con un software interactivo y dirigido a los estudiantes de la especialidad de Matemática del Instituto Pedagógico “Rafael Alberto Escobar Lara” de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador durante el período académico 99-2.

Aportes Teóricos

De acuerdo a la investigación documental que sustenta esta propuesta, se establece que entre los *rasgos relevantes de las nuevas tendencias en la enseñanza de la Geometría* destacan:

1. Se valora el papel de la intuición y visualización matemática en la construcción y manipulación del conocimiento geométrico y, por ende, es recomendable que los estudiantes partan de la exploración de los cuerpos geométricos y las construcciones con regla y compás.
2. Se ha introducido el uso de los llamados software de Geometría Dinámica en las aulas de muchísimos países, debido a que estos software facilitan la realización y exploración de los cuerpos geométricos y las construcciones con regla y compás.
3. Se ha aceptado el Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele como soporte conceptual y metodológico del proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría.
4. Se admite la necesidad de cambiar los procedimientos de evaluación, ya que, mediante este enfoque metodológico, es necesario evaluar las habilidades geométricas asociadas a los procesos de conceptualización, axiomatización, experimentación, visualización, clasificación, demostración y resolución de problemas.

Asimismo, los educadores matemáticos consideran muy importante que los docentes de Matemática, en formación o en servicio, tengan la oportunidad de profundizar en el entendimiento del conocimiento geométrico y la comprensión del proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría, mediante su participación activa en proyectos orientados a:

1. Diseñar y desarrollar estrategias instruccionales basadas en el Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele.
2. Diseñar y desarrollar estrategias instruccionales que propicien la manipulación dinámica de los objetos geométricos mediante el uso efectivo de los software de Geometría Dinámica.
3. Diseñar y desarrollar estrategias de evaluación que permitan evaluar en forma efectiva los procesos propios de construcción del conocimiento geométrico.
4. Crear ambientes de aprendizaje que propicien el desarrollo de las habilidades asociadas

al proceso de resolución de problemas geométricos.

5. Valorar el potencial didáctico del proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría en el desarrollo de habilidades cognitivas asociadas al quehacer matemático y, por ende, en la comprensión de la naturaleza científica de la Matemática.

De esta manera, se evidencia la importancia del llamado *aprendizaje por modelaje* en el proceso de formación inicial de los futuros docentes de Matemática. Es necesario que ellos participen, en forma constante, en cursos que sigan una orientación matemática y psicopedagógica adecuada, ya que, de esta manera, se reconoce que ellos lograrán integrar esta práctica didáctica en su quehacer profesional.

Los *software de Geometría Dinámica* han logrado ocupar un lugar privilegiado en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría en diversos países, tal cual quedó demostrado en la revisión de los antecedentes de este trabajo de investigación.

Las construcciones geométricas adquieren una condición dinámica, superando así la condición estática de una construcción realizada con lápiz y papel, lo cual posibilita contar con múltiples representaciones gráficas de una misma construcción geométrica y visualizar, en forma continua y en tiempo real, cómo se produce el cambio de un estado a otro en dicha construcción. Así, se logra introducir la experimentación en las clases de Geometría y, con ello, se logra crear un ambiente donde los estudiantes aprenden a conceptualizar y a conjeturar y, además, sienten la necesidad de validar o rechazar tales conjeturas.

Este proceso de construir, explorar, conjeturar, validar o rechazar conjeturas y demostrar propiedades geométricas está estrechamente vinculado al proceso de *resolución de problemas geométricos* y, por ende, los estudiantes logran desarrollar habilidades cognitivas asociadas a los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele y, además, logran configurar una visión más acertada del quehacer matemático.

Notables matemáticos y educadores matemáticos han destacado la trascendencia de la resolución de problemas en la construcción del conocimiento matemático y su valor didáctico en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática.

La investigación sobre *resolución de problemas matemáticos* es una de las áreas más importantes y activas en Educación Matemática.

En el caso particular de la *resolución de problemas geométricos utilizando el Cabri – Géomètre II*, se puede establecer que el individuo se enfrenta a una situación problemática en el ámbito de la Geometría, cuando se enfrenta a la necesidad de comprender y justificar cómo se vinculan las relaciones observadas entre objetos geométricos que configuran una construcción realizada y manipulada con el Cabri II.

La *resolución de problemas geométricos asistido por computadora* es un proceso que contempla, entre otros, los siguientes aspectos:

1. Realizar una construcción consistente con regla y compás usando el Cabri II.
2. Comprender el significado de las definiciones de cada uno de los objetos que conforman una construcción geométrica.
3. Visualizar las relaciones existentes entre los objetos que intervienen en dicha construcción.
4. Reconocer las llamadas características invariantes geométricas.
5. Formular conjeturas.

6. Introducir construcciones geométricas auxiliares (si fuese necesario).
7. Poder deducir consecuencias pertinentes a partir de la información disponible.

El proceso de resolución de problemas geométricos es ampliamente favorecido por el uso del Cabri–Géomètre II, debido a que los estudiantes disponen de una herramienta que facilita la *visualización matemática*.

Cabe decir que la visualización matemática trasciende a la simple percepción visual debido a que este proceso consiste en centrar la atención en representaciones geométricas concretas con el propósito de descubrir o develar las relaciones abstractas existentes entre los objetos.

La investigación en resolución de problemas ha demostrado que los expertos poseen imágenes visuales asociadas a los conceptos matemáticos, ellos han logrado desarrollar la intuición y la capacidad de percibir los conceptos y las relaciones existentes entre los objetos geométricos, lo cual estimula su creatividad. Los expertos son capaces de seleccionar las formas más eficaces de abordar la resolución de los problemas geométricos y su éxito está asociado a su capacidad de visualización.

En el proceso de *enseñanza de la resolución de problemas geométricos*, el seguimiento del *Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele* ha brindado a los docentes de Matemática una teoría coherente sobre la manera más efectiva de entender y orientar el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría y, además, la aplicación de este modelo se ha hecho indispensable en el diseño y desarrollo de ambientes de aprendizaje asistidos por el uso de los software de Geometría Dinámica.

El uso de nuevas tecnologías computarizadas como los software de Geometría Dinámica exige a los docentes que diseñen, desarrollen, implementen y evalúen propuestas didácticas orientadas a:

1. Instrumentar un diseño instruccional con un claro enfoque constructivista del aprendizaje y acorde a las nuevas tendencias pedagógicas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría.
2. Contribuir a la incorporación debidamente planificada de la tecnología computarizada en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría.
3. Propiciar el aprendizaje activo del conocimiento geométrico mediante el uso eficiente de un software interactivo.
4. Vivenciar el potencial didáctico de los software interactivos orientados a la enseñanza de la Geometría.
5. Aplicar el Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele como soporte conceptual y metodológico del proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría.
6. Estimular el desarrollo de destrezas asociadas a la resolución de problemas geométricos mediante el uso de tecnologías computarizadas.
7. Propiciar el estudio independiente y el trabajo cooperativo entre compañeros de estudio.
8. Respetar el ritmo y el estilo de aprendizaje de cada uno de los estudiantes.

En consecuencia, mediante el diseño y la implementación del curso de *Resolución de Problemas Geométricos Asistido por Computadora*, ha quedado demostrada la factibilidad de introducir a los futuros docentes de Matemática en el uso eficiente de las llamadas nuevas

tecnologías computarizadas, representadas por un software de Geometría Dinámica como el Cabri II, en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática. Factibilidad sustentada en: (1) El diseño y desarrollo de una propuesta didáctica que contempla estrategias basadas en las fases instruccionales del modelo de Van Hiele y la elaboración de materiales y recursos instruccionales que propician, por una parte, la construcción del conocimiento geométrico a través de la participación activa de los futuros docentes en el proceso de resolución de problemas geométricos y, por otra, el desarrollo de conocimientos pedagógicos y actitudes favorables hacia el rescate de la enseñanza de la Geometría en el ámbito escolar y (2) La integración de este curso al diseño curricular vigente de la especialidad de Matemática de la UPEL (Núcleo Maracay), previa aprobación del Consejo Departamental y la Comisión Curricular de esta institución a partir del período académico 99 – 2.

Referencias bibliográficas

- Allen, R. & Trilling, L. (1997). *Dynamic Geometry and Declarative Geometric Programming*. En *Geometry Turned on Dynamic Software in Learning, Teaching, and Research*. Washington: Mathematical Association of America.
- Arteaga, J. & Botero, M. (1998). *La Geometría con Cabri: un programa de capacitación para maestros*. Facultad de Ciencias de la Universidad de los Andes. Bogotá – Colombia.
- Castelnuovo, E. (1989). Panorama de la enseñanza matemática en el tiempo y en el espacio. *Educación Matemática*, 1(3), Diciembre 1989, 24 - 29.
- De Corte, E. (1996). *Aprendizaje apoyado en el computador: Una perspectiva a partir de investigación acerca del aprendizaje y de la instrucción*.
- De Villiers, M. (1996). *The Future of Secondary School Geometry*. La letter de la preuve, Novembre – Décembre 1999.
- Galindo, C. (1996). *Desarrollo de Habilidades Básicas para la Comprensión de la Geometría*.
- González, F. (1993). Aprender a Enseñar Matemática: Elementos para configurar una estrategia. *Enseñanza de la Matemática*, 2(2), Agosto 1993, 4 - 22.
- Gravina, M. (1996). *Geometría Dinámica: Una Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria*.
- Hoffer, A. (1990). La geometría es más que demostración. *Notas de Matemática*, N° 29, 10 - 24.
- Jaime, A. & Chapa, F. & Gutiérrez, A. (1992). Definiciones de triángulos y cuadriláteros: errores e inconsistencias en libros de texto de E.G.B. *Epsilon*, N° 23, 49 - 62.
- Pérez, A. (1993). Cabri - Géomètre, un programa para trabajar en clase. *Epsilon*, N° 26, 93 - 102.
- Ponte, J. (1995). Novas tecnologías na aula de Matemática. *Educação e Matemática*, N° 34, 2° trimestre de 1995, 2 - 9.
- Preface: Making Geometry Dynamic. (1997). En King, J. R. y Schattschneider, D. *Geometry Turned On! Dynamic Software in Learning, Teaching and Research*. Washington: Mathematical Association of America.
- Santos, L. (1992). Resolución de Problemas; el trabajo de Alan Schoenfeld: una propuesta a considerar en el aprendizaje de las Matemáticas. *Educación Matemática*, 4(2), Agosto 1992, 16 - 24.