

Existen razones para dudar de la validez de las inferencias hechas, a partir de los resultados de la prueba de matemáticas en el examen de estado en Colombia?

María Rosa González Barbosa⁹
mariarosa_gb@yahoo.com
Julio Hernando Romero¹⁰
juliohernandorr@yahoo.com

Resumen

Este trabajo es producto de una investigación que los autores desarrollaron como requisito para obtener el título de magíster en docencia de las matemáticas, que otorga la Universidad Pedagógica Nacional. El estudio consistió en establecer la validez de las inferencias que se realizaron, a partir de los resultados del Examen de Estado en Colombia, en los años 2003 y 2004.

Dos aspectos fueron fundamentales en el desarrollo del estudio: la teoría sobre el concepto unificado de validez y la relación entre la competencia matemática (objeto de evaluación del Examen de Estado para el instrumento de matemáticas) y la comprensión del concepto de *función lineal*. El análisis sobre la validez de las inferencias derivadas de los resultados del Examen se fundamentó en la coherencia que debe existir entre los elementos que componen la prueba de Matemáticas: El instrumento de evaluación, el marco conceptual y el marco de interpretación de resultados.

Fundamentación teórica

Características de un modelo de evaluación educativa externa

En la década de los años noventa del siglo pasado, se experimentó un crecimiento considerable en el diseño de directrices educativas en América Latina tendientes a establecer el nivel de calidad de los procesos de los sistemas educativos nacionales. El interés por medir la calidad educativa surge, principalmente, de la preocupación gubernamental por controlar la eficacia y eficiencia de la inversión de los recursos que se destinan al sector educativo. En este contexto, la mayor parte de los sistemas¹¹ oficiales de evaluación se crearon durante los años noventa.

Algunos países como Colombia, cuentan con pruebas nacionales desde hace más de treinta años; sin que esto sea suficiente para considerar que existía, desde entonces, un sistema de evaluación educativa

⁹Profesora I.E.D San Pedro Claver y catedrática de la Universidad Pedagógica Nacional.

¹⁰Profesora I.E.D Reino de Holanda y catedrática de la Universidad Pedagógica Nacional

¹¹En teoría, el término "sistema" da cuenta de una organización y articulación relativamente compleja entre las partes de un todo. En este trabajo se designa la denominación de "sistema" para los programas nacionales de evaluación de aprendizajes, sin entrar en detalles respecto de su estructuración y sofisticación



externa; puesto que para la planificación y creación de un sistema de evaluación educativa se deben tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Definición de objetivos
- Diseño y elaboración de las pruebas²²
- Determinación del marco institucional
- Difusión y usos de los resultados

En el diseño del sistema de evaluación se debe considerar la población que será informada de los resultados y el impacto de los mismos, esto hace parte de la responsabilidad política que implica el diseño, ejecución y administración de un sistema de evaluación nacional. Además este aspecto es esencial en el establecimiento de la validez de la prueba.

Concepto unificado de validez

La validez, se concibe como algo incompleto si no se consideran: las implicaciones del significado del resultado de una prueba, como un fundamento para tomar decisiones en torno al sistema educativo, y las consecuencias sociales del uso de estos resultados.

Como alternativa para superar la naturaleza fragmentada e incompleta del concepto de validez y dadas las investigaciones del psicólogo norteamericano Samuel Messick, se ha fundado una nueva visión denominada: concepto unificado de validez. La cual en su propósito de crear una teoría más comprensiva de la validez, toma como aspectos fundamentales el significado de los resultados y los valores sociales en la interpretación y uso de la prueba, integrando así tanto aspectos propios del diseño de la prueba (contenido y constructo) como el papel que los resultados de ésta pueda llegar a desempeñar en un individuo o grupo poblacional determinado.

Seis aspectos conforman las características esenciales del concepto unificado de validez, son ellos: el de contenido, el de sustantividad, el estructural, el de generalizabilidad, el externo y el de consecuencias. Camperos (1997) propone la validez de constructo como elemento de cohesión de estos aspectos.

Una vez establecida una teoría de base para el concepto de validez de las pruebas, se procedió a identificar los aspectos matemáticos y didácticos del concepto de función lineal, ya que nos interesó establecer la validez de las inferencias hechas en torno a la competencia matemática relacionada con este concepto.

Aspectos matemáticos del concepto de función lineal

La presentación de la función lineal como una fórmula o una recta en el plano cartesiano, banaliza el concepto y lo muestra como algo de poca importancia. La función lineal es un objeto matemático con múltiples relaciones con otros conceptos que se hacen más complejas en la medida en que se profundiza en su estudio.

Los conceptos que se consideran esenciales en la construcción de la noción de linealidad son: espacio vectorial, combinación lineal, dependencia e independencia lineal.

²² La prueba se entiende como la conjunción entre el instrumento de evaluación, el marco conceptual que lo sustenta y los reportes de sus resultados

Una combinación lineal entre dos espacios vectoriales \mathbf{V} y \mathbf{V}' se definen de tal manera que si $\vec{u} \in \mathbf{V}$ es combinación lineal de los vectores $\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_p \in \mathbf{V}$ en la forma

$\vec{u} = \alpha_1 \vec{v}_1 + \alpha_2 \vec{v}_2 + \dots + \alpha_p \vec{v}_p$ entonces $f(\vec{u}) \in \mathbf{V}'$ es una combinación lineal de los vectores transformados $f(\vec{v}_1), \dots, f(\vec{v}_p)$ es decir, $f(\vec{u}) = \alpha_1 f(\vec{v}_1) + \alpha_2 f(\vec{v}_2) + \dots + \alpha_p f(\vec{v}_p)$.

Este tipo de funciones conserva las propiedades definidas en un espacio vectorial, es decir, la suma y el producto por un escalar. Esta propiedad es la que conduce al concepto de aplicación lineal definido como:

Sean \mathbf{V} y \mathbf{V}' dos espacios vectoriales. Una aplicación f de \mathbf{V} en \mathbf{V}' se dice que es lineal si para cualquier $u, w \in \mathbf{V}$ y $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ se verifica

1. $f(\vec{u} + \vec{w}) = f(\vec{u}) + f(\vec{w})$

2. $f(\alpha \vec{u}) = \alpha f(\vec{u})$

O de manera equivalente: $f(\alpha \vec{u} + \beta \vec{w}) = \alpha f(\vec{u}) + \beta f(\vec{w})$

De donde se deduce que $\alpha \vec{u} + \beta \vec{w}$ es la combinación lineal que define algún vector de \mathbf{V} .

Si se utiliza el concepto de aplicación lineal sobre el campo de los números reales, se obtiene que las únicas transformaciones lineales de \mathbf{R} en \mathbf{R} , tomando como conjunto de escalares los reales, son de la forma: $f(x) = mx$ para algún número real m .

De otra parte, las aplicaciones lineales se relacionan con la proporcionalidad directa entre dos magnitudes M y N , pues queda definida cuando se establece un isomorfismo f entre sus cantidades,

Aspectos didácticos del concepto de función

En el contexto de los trabajos sobre la adquisición de los conocimientos matemáticos y sobre los problemas que su aprendizaje suscita, aparece el término de representación semiótica referido a un sistema particular de signos: el lenguaje, la escritura algebraica o los gráficos cartesianos. De acuerdo con lo que Duval (1999) señala, para que en un sistema de signos se pueda hablar de registro de representación semiótica, se requiere que el sistema permita tres actividades cognitivas fundamentales: la formación de representaciones, el tratamiento de representaciones y la conversión de representaciones.

Janvier (1987) es uno de los primeros investigadores que asume el estudio del papel de las representaciones semióticas en el proceso de aprendizaje de las Matemáticas. Un aspecto que plantea Janvier como asunto central en el estudio de las Matemáticas, es el uso permanente del proceso de conversión entre representaciones. A manera de ejemplo, Janvier propone los distintos



modos de representación del concepto de función y las traducciones entre ellos, organiza esta información en una configuración como la que se muestra en la siguiente tabla.

Hacia / Desde	Descripción verbal	Tabla	Gráfica	Fórmula
Descripción verbal	-----	Medida	Boceto	Modelo
Tabla	Lectura	-----	Trazado	Ajuste
Gráfica	Interpretación	Lectura	-----	Ajuste
Fórmula	Interpretación	Cómputo	Gráfica	-----

Tabla N°1. Variedad de traducciones entre representaciones de la función. Tomado de Azcárate y Deulofeu. (1996). p.63

Metodología

La investigación fue de tipo cualitativo, se caracterizó por ser descriptiva e interpretativa. La técnica empleada fue el Análisis de Contenido, con tres etapas de desarrollo: el preanálisis, la explotación del material y el tratamiento e interpretación de los resultados. En la primera etapa, se eligieron y estudiaron superficialmente los documentos que fueron objeto de análisis (el instrumento de evaluación de matemáticas correspondientes a los años 2003 y 2004, su marco conceptual y su marco de interpretación de resultados), se establecieron las categorías de análisis y se plantearon los objetivos del estudio. En la explotación del material, se analizaron los documentos. La elaboración de los análisis de los resultados y las conclusiones se llevaron a cabo en la última etapa.

Con base en los distintos elementos presentes en el enunciado de los problemas, se estableció una categoría de análisis: los registros de representación que propone Janvier (1987) ; para cada representación se elaboraron variables como se muestra a continuación:

Gráfica: tratamiento, conversión, elementos informativos presentados en el exterior de la gráfica, elementos informativos presentados en el interior de la gráfica e invariante.

Fórmula: tratamiento, conversión e invariante

Tabla: tratamiento, conversión, sistema numérico e invariante.

Descripción Verbal: Conversión e invariante

Conclusiones

- En el análisis de los cuestionarios, se pudo establecer que de los 220 problemas, 21 utilizaban los conceptos de función lineal para su resolución, lo que representa menos del 10%.
- Existe predominio de la descripción verbal como registro de representación que se usa en el enunciado de los problemas.

- Existe contradicción entre la definición y la intención de los ejes conceptuales que se mencionan en el sustento teórico del examen. De una parte, se establece que los ejes se componen de un conjunto de conceptos que se relacionan entre sí; de otra, se enuncia, en el marco conceptual, que la intención de los ejes es poder ver desde distintas perspectivas un mismo concepto.
- Los problemas que requieren de los conceptos de función lineal para su resolución, se agrupan en máximo dos ejes conceptuales.
- La competencia matemática se toma como sinónimo de comprensión en Matemáticas, lo que comporta un error conceptual, pues la primera se relaciona con el conocimiento procedimental y la segunda con el conocimiento conceptual. Por lo que no pueden ser términos intercambiables entre sí.
- Las inferencias sobre la competencia matemática en general, no permite establecer el nivel en los diferentes dominios matemáticos (numérico, algebraico, geométrico, métrico).
- Los problemas que se plantearon en el Examen de Estado de los años 2003 y 2004, no son relevantes ni representativos para evaluar la competencia matemática en torno al concepto de función lineal.

Bibliografía

- Azcárate, C. y Devolfeu, J. (1996). *Funciones y gráficas*. Ed Síntesis
- Camperos, M. (abril de 1997). El concepto unitario de validez y la evaluación educativa. *Revista de pedagogía, Universidad Central de Venezuela*. 23 (50), 9-32.
- Duval R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. (M. Vega, Trad) Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía. (trabajo original publicado en 1995)
- García, G. Espitia, L. y Serrano, C. (1995). *Elementos para la construcción de una didáctica de la función: En serie cuadernos de investigación*: Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional
- ICFES. (2000). *Marco de interpretación de resultados Examen de Estado*. Bogotá.
- Janvier, C. (1987) *Translation processes in mathematics education*. En C. Janvier, (Ed), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Hillsdale N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Krippendorff, K. (1990). *Metodología del Análisis de Contenido*. Barcelona: Ed. Paidós.
- Messick, S. (1995). *Validity of psychological assessment. Validation of inferences from person's responses and performances as scientific inquiry into score meaning*. Educational Testing Service. Recuperado el 24 de marzo de 2005, de <http://classes.kumc.edu/son/nrsg953/readings/messick.pdf>
- Ministerio de Educación Nacional. MEN (1998) *Lineamientos curriculares. Área de matemáticas*. Cooperativa editorial MAGISTERIO
- Vergnaud (1991). *El niño, las Matemáticas y la realidad*. México D.F: Ed. Trillas.

LAS ACTIVIDADES A LA LUZ DE LOS PROCESOS GENERALES

		PROCESOS GENERALES				
		LA RESOLUCIÓN Y EL PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS	RAZONAMIENTO	COMUNICACIÓN	MODELACIÓN	LA ELABORACIÓN, COMPARACIÓN Y EJERCITACIÓN DE PROCEDIMIENTOS
ACTIVIDADES	LA TIRA GEOMÉTRICA	Esta situación permite al estudiante planear las estrategias de ejecución de la misma, a partir de una orden impuesta, independientemente del camino que este tome, la situación lo lleva a una única solución.	Comprender lo que le pide la situación es el primer proceso de razonamiento que enfrenta el estudiante, después de éste, escoger la estrategia a emplear y comprobar su eficacia hace parte del razonar matemático.	Comunicar es una constante dentro de la actividad, pues el estudiante siempre esta en la búsqueda de la aprobación bien sea de sus compañeros o del profesor de su estrategia y ve la necesidad de comunicarla, de defenderla y sustentarla de forma clara a través de ejemplo.	Encontrar las expresiones que representen las longitudes de las tiras, hacen parte de la solución de la actividad, que ha sido mediada por el empleo de material manipulativo que le permite al estudiante observar de forma concreta y hallar significado a los procesos que sigue.	El comunicar, razonar y modelar, son actividades efectuadas por el estudiante, a los cuales llega después de haber logrado encontrar una estrategia que lo lleva a una acción y a validar la misma a partir de procedimientos lógicos, que lo conllevan al establecimiento de relaciones entre las magnitudes, que son corroborables desde lo concreto.

	ARMANDO CUADRILÁTEROS				
<p>La actividad está encaminada a que sea el mismo estudiante quien siguiendo instrucciones precisas, sea capaz de encontrar las formas que se ajustan a los requerimientos de ésta, que cumplan con las propiedades de las figuras que se pide obtener y que sea capaz de establecer relaciones entre ellas en términos de áreas.</p>	<p>El proceso de razonar dentro de la actividad está ligado con la forma en la cual los estudiantes logran construir los diferentes cuadriláteros y de la forma que se le asocia a los mismos.</p>	<p>Al elegir la estrategia, emplearla y validarla, el estudiante tiene la necesidad de comunicar su procedimiento, buscando una validación por parte del grupo, pero que al final descubre que es la misma situación la que permite la aprobación o no de la estrategia usada.</p>	<p>El uso de material manipulativo permite al estudiante visualizar la situación, y reconocer en ella las figuras que obtiene y que se van ajustando a los requerimientos de la actividad, permite además el explorar posibilidades y comprobar de manera directa porque determinada figura no hace parte de los cuadriláteros, pues evidentemente no cumple con las propiedades de los mismos.</p>	<p>Cada idea que se le ocurra al estudiante lo lleva a una acción, la cual, y gracias a que cuenta con material concreto, es posible de ser modelada y validada de inmediato, situación que lo va llevando a que sus procedimientos empleados sean cada vez mas acertados, en la medida en que tenga en cuenta todas las variables presentes en la actividad, en este caso obtener cuadriláteros haciendo uso de triángulos y que le permite al final llegar al establecimiento de la propiedad: "el área del triángulo es la mitad del área del cuadrilátero que lo sustenta"</p>	

PROCESOS GENERALES				
LA RESOLUCIÓN Y EL PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS	RAZONAMIENTO	COMUNICACIÓN	MODELACIÓN	LA ELABORACIÓN, COMPARACIÓN Y EJERCITACIÓN DE PROCEDIMIENTOS
La actividad permite que el estudiante a través de la manipulación del material concreto logre consolidar una representación concreta del Teorema de Pitágoras y de sentido y significado a la expresión algebraica que lo modela.	Al establecer las estrategias de acción a seguir, validarlas y probar su acierto, el estudiante es capaz de razonar su acción y comprobar de manera directa que su estrategia ha sido bien empleada, pues ha obtenido la expresión que se esperaba que obtuviera.	La manipulación del material por parte de los estudiantes y el uso de estrategias, hacen que constantemente estén en la tarea de comunicar al otro sus acciones acertadas o no frente a la estrategia que decidió emplear.	Lograr encontrar la figura que modela el Teorema de Pitágoras y encontrar además la expresión que lo representa hace parte de los procesos de modelación a los que se enfrentan los estudiantes con la actividad.	Los procedimientos que propone el estudiante, le permite entender la pertinencia de lo que propone y comprobar de forma concreta que la propiedad del teorema se cumple: "el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos "
ROMPECABEZAS PITÁGORICO				
ACTIVIDADES				

DESCUBRIENDO EL MUNDO EGIPCIO				
<p>Durante la actividad, todo el tiempo el estudiante anda buscando estrategias que lo encaminen a la obtención de representaciones de cuadrados o rectángulos, donde hace uso de la cantidad de fichas que se le asignan, además de estar constantemente comprobando las propiedades de las figuras que obtiene, situación que lo lleva a desechar o no la estrategia.</p>	<p>En esta actividad el estudiante esta en un proceso de razonamiento constante, además de hacer uso de la cantidad de fichas que la actividad requiere, debe estar atento que cada construcción que obtenga cumpla con las especificaciones dadas, bien sea la obtención de un cuadrado o de un rectángulo, además de las operaciones que debe establecer para hallar la longitud y el área de cada figura</p>	<p>Debido a que la actividad requiere que el estudiante tenga en cuenta diferentes variables dentro del desarrollo de la misma, se hace constante la comunicación con sus compañeros, en la búsqueda de la mejor manera para obtener la figura que se ajuste a los requerimientos de la situación. El estudiante indaga acerca de hechos que no recuerda, como el cómo hallar el área de un cuadrado o de un rectángulo.</p>	<p>Esta actividad permite una modelación a partir del uso de las fichas algebraicas, y le permite al estudiante validar su procedimiento, además se requiere que modele a través de expresiones algebraicas, las longitudes y el área de la figura obtenida.</p>	<p>En el desarrollo de la actividad, los estudiantes hacen uso de varios procedimientos que los llevan a establecer las expresiones algebraicas, entre ellos se encuentran: establecer el área de la figura como suma de partes o como producto de la suma de las longitudes de los lados. Además en la construcción de las figuras se tienen en cuenta las propiedades de éstas, reconociendo la pertinencia de ésta como modeladora de la situación.</p>

PROCESOS GENERALES				
LA RESOLUCIÓN Y EL PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS	RAZONAMIENTO	COMUNICACIÓN	MODELACIÓN	LA ELABORACIÓN, COMPARACIÓN Y EJERCITACIÓN DE PROCEDIMIENTOS
<p>La actividad se basa en una serie de instrucciones que el estudiante debe seguir para la obtención de una expresión algebraica, que es posible modelar haciendo uso del contexto geométrico, la misma actividad lo lleva a validar sus acciones y a verificar sus estrategias.</p>	<p>El estudiante debe concentrarse en los requerimientos de la actividad, pues fallar en uno de ellos puede ocasionar el no alcance del objetivo. La actividad requiere entonces un razonamiento constante, donde el estudiante debe estar atento a las variables que le presenta la situación.</p>	<p>Dada las instrucciones que se dan en la actividad, el estudiante comunica cada acción, buscando que el grupo o el profesor valide su proceder, y así continuar, además cuando culmina la actividad es capaz de comunicar y sustentar su procedimiento desde el trabajo concreto que ha efectuado.</p>	<p>La manipulación del material y el seguimiento de instrucciones permiten que el estudiante obtenga un modelo concreto de una expresión algebraica, la cual se corresponde en términos de área y longitud con las magnitudes de las fichas que en ella intervienen.</p>	<p>Esta es una actividad que requiere de la concentración y de la eficacia en el uso de una estrategia por parte del estudiante, que lo induce a realizar procedimientos acertados o no, en la medida en que reconozca cada una de las variables presentes en la situación, al final de la actividad se le pide que mire una figura y establezca su equivalencia con otra, efectuada la totalidad de la actividad el estudiante estará en la capacidad de reconocer la equivalencia de éstas en términos de área.</p>
SIGUIENDO EL MUNDO EGIPCIO				
ACTIVIDADES				

ORFEBRERÍA EXACTA	<p>La actividad permite que el estudiante reconozca las diferentes magnitudes en los cuerpos geométricos, es así que, dado un cubo puede identificar las aristas como la longitud de los lados, cada cara del cubo como el área y la figura total como un cuerpo que posee alto, ancho y largo y que el producto entre ellas constituyen el volumen de la misma.</p>	<p>La actividad permite al estudiante razonar en cada una de las etapas que en ella se distinguen, es así que al reconocer las diferentes magnitudes que en ella intervienen hace parte de procesos de interiorización de conceptos que debe haber alcanzado el estudiante debido a los trabajos previos.</p>	<p>El proceso de comunicación es constante y es interesante en la medida en que el estudiante logra expresar el volumen de las figuras obtenidas teniendo como referente cada una de las dimensiones de sus lados y diferenciándola de las magnitudes que se obtenían con anterioridad.</p>	<p>Lograr la modelación de las diferentes piezas que componen el cubo haciendo uso de plastilina, permite dar sentido y significado a la expresión algebraica que se corresponde con la misma.</p>	<p>Los diferentes procedimientos empleados en la ejecución de la actividad, permiten al estudiante identificar de manera directa y desde un contexto concreto identificar una expresión que puede asociarse a una construcción geométrica</p>
-------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------