

# Las disciplinas Matemáticas en las carreras de Ingeniería: ¿Su estructuración contribuye a la formación del pensamiento matemático?

Lourdes Tarifa Lozano, Rosa del C. González Romero y Raisa Rodríguez Alvarez

Universidad de Matanzas. Cuba

rosa.gonzalez@umcc.cu    lourdes.tarifa@umcc.cu    raisa.rodriguez@umcc.cu

## Resumen

En el trabajo se aborda cómo el diseño de la disciplina Matemática en las carreras de Ingeniería, puede contribuir a la formación y desarrollo del pensamiento matemático, impartiendo los métodos numéricos en el momento en que se estudia cada tema, resolviendo problemas vinculados con la especialidad y con un enfoque computacional de los mismos, logrando que los estudiantes se apropien del algoritmo de estos métodos y que además conozcan algunos de los software más difundidos por su eficiencia y puedan decidir cuál de ellos escoger.

Este diseño se puso en práctica experimentalmente en el curso 1995-1996 en tres de las asignaturas de la disciplina lográndose buenos resultados, el que se validó en tres cursos siguientes y se generalizó a partir del curso 2000-2001.

## Introducción

En su conferencia magistral, Philip A. Griffiths (2000), decía:

*El siglo XX ha sido un verdadero Siglo de Oro de las Matemáticas. Muchos problemas importantes, planteados hace mucho tiempo, y a la espera de solución, se han resuelto gracias, en gran medida, a la creciente comprensión de las complejas relaciones que existen entre las distintas áreas de las Matemáticas. La continua expansión y la profundización en estas relaciones están permitiendo que las Matemáticas se aventuren en la exploración de interacciones con otras áreas del conocimiento científico. Estas interacciones de distintas áreas de las Matemáticas entre sí y, al mismo tiempo, entre las Matemáticas y otros campos científicos, han conducido a novedosas y poderosas intuiciones que han impulsado el avance del conocimiento matemático.*

El presente trabajo aborda cómo el diseño de la disciplina Matemática en las carreras de Ingeniería, puede contribuir a la formación y desarrollo del pensamiento matemático, impartiendo los métodos numéricos en el momento en que se estudia cada tema, resolviendo problemas vinculados con la especialidad y con un enfoque computacional de los mismos.

## Desarrollo

A lo largo de los siglos, a la educación se le ha atribuido un papel decisivo en el desarrollo de la sociedad y en particular en la formación del ser humano, pues ella permite la transmisión cultural de generación en generación, así como la formación de valores humanos que garanticen la adecuada incorporación de hombres y mujeres a la vida social (Llivina, M., 1999).

En los últimos años se han producido cambios muy profundos en la enseñanza de las Matemáticas y aún hoy se vive una situación de experimentación y cambio, la que ha transitado por un proceso de perfeccionamiento, constituyendo objeto de estudio e investigación

de profesores universitarios.

El vertiginoso desarrollo de la ciencia y el avance de la Revolución Científico Técnica necesita cada vez más de la formación de profesionales capaces de vencer los retos que enfrenta el hombre en la construcción de la nueva sociedad y por lo tanto los problemas que se modelan llevan frecuentemente el uso de los métodos numéricos para su solución, los cuales requieren realizar un gran volumen de cálculos aritméticos por lo que se hace necesario el uso de medios de cómputo que ayuden a optimizar el tiempo de solución y obtener con mayor exactitud los resultados.

Los planes A, B y C de la Educación Superior Cubana plantearon elementos en el perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática Superior, pero aún no lo suficiente, ya que la presentación de los contenidos es en alguna medida fragmentada y no como un sistema único con interrelaciones entre los temas que la componen, aunque se reciben los contenidos como un conjunto de partes no suficientemente vinculadas entre sí. Con la aplicación de los planes C' en la Enseñanza Superior Cubana se logró un estadio superior en la vinculación de cada asignatura o disciplina de la carrera de que se trata. Sin embargo, los resultados obtenidos en los primeros años en las asignaturas que conforman la disciplina Matemática no son buenos por lo que nos dedicamos a investigar cuáles serían las causas fundamentales de los mismos

Existe una importante discusión en muchos países del mundo, acerca de cómo estructurar el conocimiento y en particular el conocimiento matemático, y los métodos numéricos no están ajenos a ellos, pues el futuro de las disciplinas para carreras de Ciencias Técnicas dependen del mejoramiento de su enseñanza ya que la activación del proceso docente constituye en el mundo entero uno de los temas de mayor actualidad tanto en los círculos de investigación pedagógica como en los centros de educación a todos los niveles. Específicamente en la Matemática en la Educación Superior, se precisa de métodos que amplíen el universo de conocimientos de los estudiantes, enseñándoles a pensar y por tanto a aprender, a la vez que les motiven hacia el estudio de esta ciencia. Se necesita encontrar vías y técnicas de trabajo que posibiliten al profesor disminuir al máximo el rechazo natural de los alumnos hacia el aprendizaje de lo nuevo, lo cual no existe en la enseñanza tradicional. Por otra parte el enfoque moderno de la Ingeniería, en cuanto a la formación del profesional en esta rama, tiende al desarrollo de las habilidades que permitan expresar los problemas de ésta en términos cuantitativos precisos para poder formular científica y correctamente el problema, así como interpretar los experimentos, utilizando los principios propios de cada ciencia y los procedimientos para su solución.

Por lo que la tarea es doble: proveer a los futuros ingenieros de las herramientas Matemáticas útiles y fijar las bases para su estudio posterior, es decir, el objetivo principal de la disciplina Matemática en las carreras de Ingeniería es dotar al estudiante de los conceptos y técnicas matemáticas que le permitan identificar, conceptualizar y resolver problemas reales, los cuales en su mayoría necesitan de métodos numéricos para su solución. El tema de los Métodos Numéricos, es un ejemplo de lo planteado anteriormente, el cual en las disciplinas de Matemática de las diferentes carreras, aparece al final del ciclo de asignaturas, lo que rompe la generalidad del contenido y hace que los alumnos no se apropien de estos métodos como la consecución de otros tópicos matemáticos estudiados y que por distintas causas no deben o no pueden ser utilizados.

Por estas razones se ha realizado un estudio de los contenidos de forma tal que se superen

estas debilidades, teniendo en cuenta que el objetivo principal es la formación y desarrollo del pensamiento matemático.

Se ha demostrado que el pensamiento surge de una situación problemática y se dirige a su solución. En el proceso del pensamiento se aplican; pero también se forman nuevos conocimientos y procedimientos de la actividad mental (Majmutov, M.I., 1983). Así pues S.L. Rubinstein: “Define el pensamiento, proceso que carecería de contenido si no concretáramos en qué consiste dicho proceso. El proceso de pensar es ante todo un análisis y una síntesis de lo que éste nos proporciona, es además, una abstracción y una generalización” (Rubinstein, S.L, 1959).

Mejorar los propios procesos de pensamiento transcurre, naturalmente, por la práctica a fondo del mismo. Como bien afirman G. Polya y G. Szego, dos grandes maestros en el arte de pensar matemáticamente, “en el aprendizaje del pensar sólo la práctica del pensar es verdaderamente útil”.

Las clases de Matemática contribuyen al desarrollo fundamentalmente del pensamiento lógico; pero para esto el profesor debe prestar principal atención en el proceso de enseñanza-aprendizaje a las operaciones o acciones mentales o habilidades lógicas. Las definiciones del concepto de problema matemático son diferentes en varios textos (Polya, G. 1969, A., 1980, Schoenfeld, A., 1991) pero conceptualmente parecidas. En todas ellas está más o menos expresada la idea de que, en un problema matemático se debe dar respuesta a alguna interrogante, y la forma de encontrar esa respuesta, es desconocida inicialmente por el sujeto que pretende encontrarla.

En una célebre conferencia el famoso matemático David Hilbert expresó: “Es por medio de la solución de problemas que se templa la fuerza del investigador, descubriendo nuevos métodos y nuevos enfoques y ganando un horizonte más vasto y más libre.” (Ortiz, J., 1994). La solución de problemas puede significar para muchos un placer y para otros una tragedia, pero lo cierto es que el ser humano no siempre puede evadir el enfrentamiento con ellos, por lo que es necesario desarrollar habilidades para resolverlos.

En cuanto al trabajo que corresponde desarrollar a los profesores con los estudiantes Calderón, R., (1995) plantea: “...no sólo prepararlos para resolver los problemas actuales, sino formar y desarrollar las particularidades que le permitan resolver, creadoramente, otros problemas, en situaciones nuevas.”

Para la solución de un problema matemático, Labarrere, A.,(1987), y muchos otros autores, tienen opiniones muy similares a las de Polya, G. (1969.), el que considera que las principales fases son las siguientes:

- 1) Comprender el problema.
- 2) Captar las relaciones que existen entre los diversos elementos. Ver lo que liga la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan.
- 3) Poner en ejecución el plan.
- 4) Volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla.”

En el tránsito de los estudiantes por la Disciplina Matemática, se enfrentan sistemáticamente a ejercicios y problemas que deben aprender a resolver con un mínimo de esfuerzo y la máxima probabilidad de éxito, con un uso racional de su labor intelectual, de ahí la importancia

que tiene en el desarrollo intelectual de los alumnos y la asimilación de los contenidos. El presente trabajo tiene sus antecedentes en la investigación que se realiza sobre esta temática en el Departamento de Matemática de la Universidad de Matanzas cuyos resultados han sido presentados en los eventos COMAT'95, COMAT 97, COMAT 99, III Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, el 2do y 3er Evento Científico Metodológico de Enseñanza de la Matemática del Instituto Superior Pedagógico "Juan Marinello", RELME 11, 13, y 14, en el 2do, 3er y 4to Taller de Enseñanza de la Matemática para Ingeniería y Arquitectura en el ISPJAE y Pedagogía 99, Tesis de Maestría en Matemática Numérica, defendida en julio de 1997. Los resultados que aquí se muestran fueron validados a través del experimento pedagógico realizado entre los cursos 1995-2000.

En el Plan C' de las Disciplinas Matemáticas, el último tema o asignatura aborda los Métodos Numéricos, entre los cuales se encuentran los destinados a:

- Solución de sistemas de ecuaciones lineales
- Determinación de raíces
- Integración numérica
- Aproximación de funciones
- Solución de Ecuaciones Diferenciales.

La metodología que tradicionalmente se ha empleado en la enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral, no es adecuada para que los estudiantes desarrollen habilidades en la aplicación del Cálculo a la solución de problemas. Las definiciones y los conceptos de estas operaciones matemáticas, son analizadas casi siempre, sólo en las primeras clases dedicadas a cada uno de estos temas; y en ocasiones, atendiendo exclusivamente al aspecto formal y al rigor matemático extremo, sin que exista mucha preocupación porque los conceptos sean interpretados y asimilados intuitivamente.

En las clases siguientes la atención del profesor y la de los estudiantes, se centra en lograr el desarrollo de habilidades en la aplicación de las reglas, las tablas y los métodos existentes para el cálculo de estas operaciones matemáticas.

En las últimas clases de cada uno de estos temas, se suelen resolver algunos problemas, en la solución de los cuales se utilizan estas operaciones matemáticas, y se piensa erróneamente que eso es suficiente para que los estudiantes adquieran una interpretación general de cuándo deben aplicar cada una de estas operaciones en la solución de problemas. Lo cierto es que los estudiantes universitarios, en su gran mayoría, presentan dificultades para aplicar los conocimientos que han adquirido en la solución de problemas nuevos para ellos y con este diseño se trata de resolver esta problemática.

A partir del diseño elaborado para la disciplina Matemática, en el que se redistribuyeron los contenidos atendiendo a un enfoque estructural funcional en la Matemática I y a un enfoque genético en la Matemática II, se analizó que los métodos numéricos debían impartirse en diferentes momentos de acuerdo al tema que se estuviera abordando y que en la primera asignatura que se trataran se impartiría el tema relacionado con la teoría de errores, siguiendo el criterio que la Matemática es una, ya sea Analítica o Numérica, y que de esta manera se contribuía a la formación del pensamiento matemático, logrando el enfrentamiento de los estudiantes a la resolución de problemas de forma íntegra. Así los métodos numéricos serían tratados de forma tal que:

- Cuando se imparten los Sistemas de Ecuaciones Lineales, después del estudio y análisis de los métodos analíticos, se desarrollan los métodos numéricos: Gauss, Jacobi, y Gauss Seidel para la solución de los mismos, pudiendo así comparar con problemas prácticos concretos de modelos ingenieriles qué tipos de sistemas requieren del uso de uno u otro método y por qué, y analizar cómo se pueden llegar a obtener soluciones erróneas si no se tienen en cuenta los aspectos teóricos de nuestra ciencia, educándolos así en la importancia de estos conceptos y su valoración y utilización práctica, es decir, el cómo, qué y para qué se estudiaron estos contenidos.
- Cuando se tratan los temas sobre funciones continuas, se estudian y analizan los métodos numéricos de determinación de raíces: Bisección, Regula Falsi y Newton Raphson, valorando la utilización práctica de estos teoremas y la necesidad de su uso en la utilización de muchos problemas prácticos.
- Al trabajar las Integrales Definidas, se analizan los métodos numéricos Trapecios y Simpson, valorando la necesidad de utilización de los mismos en los casos en que no es posible obtener la solución exacta del problema.
- En el estudio del tema de Ecuaciones Diferenciales, se trabajan seguidamente de los analíticos los métodos numéricos para la solución de este tipo de ecuaciones, haciendo que al igual que en todos los casos anteriores, el tratamiento del tema sea desde todo punto de vista lo más general posible, pues se van abordando todos los casos permisibles cuya solución se resuelve aplicando este contenido.
- La aproximación de funciones a través de métodos numéricos se estudia después del tema de Series, para que los estudiantes no los vean como algo aislado, sino como otra forma de aproximar funciones.

Esta distribución hace que los estudiantes desarrollen un pensamiento lógico y creador pues se apropian mucho mejor de cuándo la solución de un problema debe ser resuelta por un método analítico o numérico y permite lograr una mayor interrelación entre las disciplinas de la carrera desde el primer año, pues muchos problemas ingenieriles necesitan del uso de los métodos numéricos.

Por otra parte con la aplicación desde hace más de 30 años de la computación en la docencia, la enseñanza de los métodos numéricos cobra mayor fuerza, siendo necesario un conocimiento sólido de los métodos matemáticos para su solución, sin perder de vista que las microcomputadoras son una herramienta del trabajo.

Por estas razones se ha diseñado la enseñanza de los métodos numéricos en la disciplina Matemática de forma tal que los estudiantes adquieran en conferencias los requerimientos teóricos y prácticos del algoritmo de estos métodos, en clases prácticas, se desarrollen habilidades en el desarrollo de estos métodos y posteriormente se realizan clases prácticas en laboratorios de computación, utilizando los software más difundidos en el mundo y cuyo uso en asignaturas de la carrera es amplio (especialmente DERIVE y TK-Solver), además son muy útiles en el trabajo ingenieril del futuro profesional y que requiere del equipamiento mínimo, teniendo en cuenta las condiciones actuales del país.

Para las clases prácticas en el laboratorio de computación se preparan y se entregan con antelación, diferentes ejercicios, los que se encuentran en los materiales didácticos de la

disciplina que se han confeccionado teniendo en los requerimientos de M.P. Bujanda Jáuregui (1981), en los cuales se deberá analizar primeramente la condición necesaria y suficiente para la solubilidad y en muchos tendrán que modelar el problema antes de introducir los datos en la computadora.

Dentro de esta experiencia debemos señalar que la modelación de problemas de Química, Física, Resistencia de los materiales, Transferencia de calor y masa, etc., ocupan un lugar importante en la vinculación con estas disciplinas y en aras de elevar la motivación de los estudiantes por la carrera que cursan, aunque en algunos casos es necesario impartir consultas adicionales sobre algunos aspectos de estas disciplinas como por ejemplo: Leyes de Kirchoff., Sistemas hiperestáticos, entre otros.

Con la puesta en práctica de esta experiencia, desde el curso 1995-96 se han obtenido resultados como:

- Formación del pensamiento matemático en los estudiantes, que los hace utilizar nuestras técnicas de trabajo en la modelación y solución de problemas en otras asignaturas de la carrera.
- Profesionales mejor preparados para el enfrentamiento con el desarrollo de la ciencia y la tecnología.
- Resultados cualitativos y cuantitativamente superiores en la asimilación de los contenidos.
- Amplia vinculación interdisciplinaria.  
Una mayor integración de los contenidos.

## Referencias bibliográficas

- Blanco, S. R. (1994). La orientación de las acciones del estudiante en el proceso de asimilación. *Revista Cubana de Educación Superior*, Vol.14, No. 2.
- De Guzmán, M. (1995). *Para pensar mejor. Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos*, Pirámide, Madrid.
- Galperin, P. (1982). *Introducción a la Psicología*. Editorial Pueblo y Educación.
- García, O. (1999). *Contribución de las habilidades lógicas en el pensamiento matemático*. Memorias COMAT'99.
- González, O. (1989). *Aplicación del enfoque de la actividad al perfeccionamiento de la Educación Superior*. U.H. CEPES.
- Hernández, H. (1993). *Didáctica de la Matemática. Artículos para el debate*. Escuela Politécnica Nacional de Quito. Ecuador.
- Labarrere, A. F. (1987). Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria. Editorial Pueblo y Educación, La Habana.
- Llivina, M. J., (1999). Una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos. Tesis presentada en opción al grado de Dr. en Ciencias Pedagógicas.
- Bujanda, M. P. (1981). Tendencias actuales en la enseñanza de la matemática. Ed. S.M. Madrid.
- Majmutov, M. I. (1983). La Enseñanza Problémica. Editorial Pueblo y Educación, La Habana.
- Ortiz, J. (1994), Conferencia de Hilbert: Los Futuros Problemas de la Matemática. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, 1(1), Caracas.
- Griffiths, P. A (2000). Las Matemáticas ante el cambio de milenio Institute for Advanced Study Princeton, N.J., USA La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española Vol.3, nº1, Enero-Abril 2000, pp. 23-41
- Polea, G. (1978). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas. México..
- Rubinstein, S. L. (1959). *El pensamiento y los caminos de su investigación*. Publicación Montevideo, Uruguay.
- Schoenfeld, (1991). *Ideas y tendencias en la resolución de problemas*, EDIPUBLI, S.A., Buenos Aires.
- Talizina; N. F. (1985). Conferencias sobre los fundamentos de la enseñanza en la Educación Superior. Universidad de La Habana. Ciudad de La Habana.
- Talizina; N. F. (1987). *Procedimientos iniciales del pensamiento lógico*. DEPES-MES, Universidad de Camagüey. Camagüey.