

## **La enseñanza de la Matemática desde una óptica vigotskiana**

*Juan Raúl Delgado Rubí*

Instituto Superior Politécnico “José Antonio Echeverría” (CUJAE). Cuba.

[rdelgado@ind.cujae.edu.cu](mailto:rdelgado@ind.cujae.edu.cu)

### **Resumen**

A partir de la pasada década comenzaron a tener auge, en el ámbito de la Matemática Educativa, las ideas de Vigotsky y su teoría psicológica; sin embargo, aún entre los docentes e investigadores latinoamericanos se conoce poco sobre los principales presupuestos de su teoría psicológica y lo más importante, de sus implicaciones para la enseñanza de las matemáticas.

El enfoque histórico-cultural ha servido durante muchos años de referente teórico en las investigaciones educativas en Cuba, influidas por la formación de profesionales cubanos de alto nivel en la desaparecida Unión Soviética y enriquecidas por ese laboratorio permanente que es la práctica educacional cubana.

Este trabajo tiene como objetivo divulgar entre los profesores e investigadores de la comunidad de educadores matemáticos latinoamericanos, los principales presupuestos teóricos de esta escuela psicológica, significándolos en el contexto de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, aunque con énfasis especial en el nivel superior, a tono con el nivel de enseñanza donde el autor desarrolla sus investigaciones.

### **Presentación del enfoque histórico-cultural**

El enfoque histórico-cultural en la psicología tiene sus orígenes a principios del siglo XX, en la primera década de vida de la Revolución Socialista de Octubre en Rusia y surge como una respuesta de su creador, el maestro y psicólogo ruso Lev Semiónovich Vigotsky<sup>1</sup> (1896-1934) y sus colaboradores más cercanos, al problema de encontrar una psicología, que respondiendo al enfoque materialista dialéctico e histórico de la filosofía, superara la obsoleta psicología vigente a principios de siglo.

La profunda revolución económico-social que arribaba al poder era concebida y aupada por una mayor y más profunda revolución ideológica, que estremecía todos los estamentos de la sociedad y la propia concepción del mundo: de la naturaleza, la sociedad y el pensamiento.

Fue precisamente en este último campo donde Vigotsky se propuso hacer su mayor contribución y el resultado fue extraordinario. La concepción vigotskiana de la psicología constituiría toda una revolución en esta esfera y sentó las bases para la creación de una de las más importantes escuelas psicológicas del siglo XX.

Concibió la psicología como una ciencia de la psiquis humana con todas sus características y complejidades, que si bien tomaba en cuenta los resultados de las investigaciones en animales, debería superarlos por la condición primera de concebir al hombre como un ser social que piensa, interactúa, se transforma y se comunica con los demás a través de un lenguaje articulado y complejo que se corresponde con el desarrollo alcanzado por su pensamiento, en tanto sistema de funciones psíquicas superiores; ciencia que dejaba atrás la introspección como método fundamental y pasaba a estudiar al individuo en su desarrollo como integrante de un grupo social del cual no se podía sustraer, pues se perdería la quinta esencia de su humanidad.

---

<sup>1</sup> Para el apellido del insigne psicólogo se adopta en el presente trabajo la ortografía que es habitual entre los psicólogos cubanos, la cual además está sugerida y justificada en Castorina et al. (1996).

Al asumir conscientemente la filosofía marxista como marco filosófico-metodológico de las investigaciones, la concepción vigotskiana de la psicología es consecuente con las posiciones y enfoques del materialismo dialéctico e histórico.

En consecuencia con ello, Vigotsky concibe una teoría psicológica esencialmente genetista, que centra su atención y sus explicaciones en el *desarrollo* como categoría principal, visto este en sus diferentes niveles: el filogenético (desarrollo de la especie humana), sociogenético (desarrollo de los grupos sociales), ontogenético (desarrollo del ser individual) y microgenético (desarrollo de aspectos específicos de la personalidad).

Consideraba que la conjunción compleja de estos niveles en cada individuo en un momento dado de su desarrollo personal traza una impronta que distingue a la especie humana del resto de las especies. Un enfoque así es típicamente sistémico, dialéctico e histórico, a tono con el enfoque marxista.

El psicólogo norteamericano Jerome Bruner al referirse a la teoría creada por Vigotsky apuntaba:

*“En realidad su teoría educacional es una teoría de transmisión cultural como también una teoría de desarrollo. Ya que ‘educación’ no sólo implica para Vigotsky el desarrollo del potencial del individuo sino también la expresión y el crecimiento históricos de la cultura humana de la que surge el Hombre”*(Bruner, 1987)

No debe extrañar entonces, la creencia de Moll (1993) y otros estudiosos de que la pedagogía fue la ruta esencial del acercamiento de Vigotsky a la psicología y en consecuencia que la concepción vigotskiana enfatice en las aplicaciones de los resultados teóricos de la enseñanza y el papel de la escuela y en general de la enseñanza institucionalizada, en la transmisión cultural.

La llamada “troika rusa” Vigotsky-Luria-Leóntiev constituyen los tres primeros y principales pilares del surgimiento de la concepción y desarrollo del enfoque histórico-cultural.

A los resultados de investigación basados en la nueva concepción psicológica se fueron sumando apellidos tales como Zaparozhets, Slavina, Bozhovich, Morozova, Levina, Zinchenko y Galperin entre otros, todos psicólogos jóvenes que posteriormente dirigieron sus propias investigaciones, pero ya bajo el marco del enfoque histórico-cultural.

En su corta, pero fructífera vida (apenas 37 años) Vigotsky escribió más de 180 obras. Muchas de sus ideas nunca se publicaron. Otras se dieron a conocer mucho tiempo después de su muerte. Gracias a Luria y Bruner se conoció fuera de las fronteras de Rusia su obra mayor “Pensamiento y Lenguaje” y otros de sus más importantes trabajos.

L.S.Vigotsky es considerado uno de los grandes *monstruos* de la psicología educacional del siglo XX.

### **Principales presupuestos**

Los temas que constituyen el núcleo de la estructura teórica de Vigotsky son:

1. la creencia en el método genético o evolutivo de investigación y la interacción de los distintos niveles (filogenético, sociogenético, ontogenético y microgenético) en los procesos de aprendizaje y desarrollo del individuo.
2. la tesis de que los procesos psicológicos superiores tienen su origen en procesos sociales y

3. la tesis de que los procesos mentales pueden entenderse solamente mediante la comprensión de los instrumentos y signos que actúan como mediadores.

En esta exposición se desarrollarán los dos últimos temas porque son los que tienen incidencia directa sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje, ilustrándose con ejemplos relacionados con la Matemática Educativa. Asimismo, se expondrá la óptica vigotskiana de las relaciones existentes entre desarrollo, aprendizaje y enseñanza.

### **Los procesos psíquicos superiores tienen su origen en procesos sociales.**

Para Vigotsky los procesos de aprendizaje ocurren como procesos de asimilación de la cultura y del conocimiento del grupo social al que pertenece el individuo, ocurren siempre de afuera hacia adentro, como un proceso de interiorización que permite la transformación de las funciones psicológicas y en general del pensamiento.

Así, toda función psíquica, todo conocimiento, toda actividad que será aprehendida y dominada por el individuo, aparece en acción dos veces, primero en el plano interpsicológico -donde el individuo intercambia con el medio social e interactúa con otros sujetos- y sólo después en el plano intrapsicológico -el de la individualidad, donde el sujeto ha hecho suyos los signos sociales, los significados de ellos y ha elaborado nuevas herramientas psicológicas para actuar en situaciones relacionadas con esos signos.

Esto no ocurre sólo en el terreno cognitivo, sino que involucra a todas las esferas de la personalidad. De acuerdo con Martha Kohl de Oliveira:

*“El proceso de internalización, que corresponde a la misma formación de la conciencia, también es un proceso de constitución de subjetividad a partir de situaciones de intersubjetividad. El pasaje del nivel interpsicológico a intrapsicológico involucra, así, relaciones interpersonales densas, mediadas simbólicamente, y no cambios mecánicos limitados a un terreno meramente intelectual”* (Oliveira, 1992, Pág. 68).

Esta interpretación tiene implicaciones directas en concepción pedagógica con soporte en el enfoque histórico-cultural, la cual defiende el principio de la unidad instrucción-educación y en consecuencia lo perjudicial de la separación de los objetivos de enseñanza en instructivos y educativos.

En el caso particular de la matemática educativa, debe destacarse que esta concepción vigotskiana viene a reforzar teóricamente lo que quizás por su experiencia personal, formación e investigaciones en el campo particular de la enseñanza de las matemáticas, algunos educadores (por ejemplo Schoenfeld, 1985) defienden como indispensable en la formación del pensamiento matemático en los estudiantes, a saber: las clases de matemática deben desarrollarse como un *microcosmos matemático*, donde no se instruya formalmente, sino se eduque, se transmitan los modos de actuación característicos de quienes hacen bien las matemáticas, se aprenda el conocimiento, se desarrollen las habilidades a la par que se forman valores (éticos, estéticos, morales...) y se configuran actitudes y un sistema de creencias (belief system) sobre las matemáticas, su lugar en la cultura, su papel en una concepción científica del mundo y en particular sobre las potencialidades y orientaciones necesarias para resolver problemas dentro de determinados marcos.

En el propio desarrollo del enfoque histórico-cultural surgió la Teoría de la Actividad a partir de los trabajos de Leóntiev y colaboradores, la cual reforzó la idea de la dinámica entre la actividad externa e interna del sujeto, de la apropiación de los signos y significados sociales a través de la actividad del sujeto con el medio y con otros individuos.

Esta teoría explica los procesos de aprendizaje a través del paso de la actividad externa del sujeto en el medio social (plano interpsicológico) a ser actividad interna y mental del sujeto cognoscente (plano intrapsicológico) transitando por ciertas etapas del proceso de asimilación, a través de las cuales se va transformando no sólo el carácter de apropiación de dicho conocimiento, sino además las cualidades mismas de esa apropiación (dominio, reflexión, solidez, independencia, generalización, etc.).

Esas etapas son la motivacional, la de elaboración de las bases de orientación de la actividad, la material o materializada, la verbal y la mental (Galperin, 1959), las cuales constituyen estadios por los que transita con mayor o menor evidencia todo conocimiento o actividad en su proceso de interiorización en el sujeto.

La Teoría de la Actividad asume el enfoque holístico o sistémico vigotskiano al concebir la actividad psíquica superior descompuesta en unidades que conservaran la esencia del todo. Se presenta así a toda actividad humana como esa unidad, provista de una estructura funcional que toma en cuenta la motivación, la orientación, la ejecución y el control.

Por su parte Wertsch (1985) ha destacado que la unidad de estudio “*no podía derivarse de divisiones o abstracciones artificiales de la actividad psicológica real. Tenía que ser un microcosmos de los complejos procesos interfuncionales que caracterizan la actividad psicológica real*” (citado por Moll, 1993)

Retomando nuevamente la concepción de Schoenfeld se puede apreciar que una clase de Matemáticas convertida en un microcosmos matemático, donde se caracterice a escala docente la actividad del matemático, en tanto experto, y se evidencien, en toda su complejidad, los procesos heurísticos y metacognitivos en su interrelación, durante el proceso de resolución de problemas, esencia misma de la actividad matemática, está en consonancia con la idea vigotskiana del carácter sistémico y social de la transmisión de la cultura y la formación del pensamiento en el estudiante.

Asimismo, bajo una óptica vigotskiana se destaca la importancia y el valor del *autocontrol* durante los procesos de aprendizaje, pues a tenor con el enfoque histórico-cultural, este no es más que la actividad de control, desarrollada primeramente en un plano interpsicológico: de otra persona hacia el sujeto que aprende, de él hacia su par y finalmente de él hacia su yo, cuando ya ha sido internalizada y se encuentra en un plano intrapsicológico (Hernández, 1998).

En el proceso de enseñanza de las matemáticas, la mayoría de las veces, no se hace transparente al estudiante, los elementos de control que deben tomarse en cuenta en la realización de cualquier actividad. Ciertamente es que en unas actividades más que en otras es viable realizar el autocontrol o brindar al estudiante elementos de control, pero ya sea bajo el apoyo de un recurso heurístico (gráficas, tablas, calculadoras, asistentes matemáticos), o del control mediante procesos inversos, o mediante el desarrollo por otras vías de solución alternativas, debiera estar presente esta actividad en todo el quehacer de las matemáticas escolares y universitarias.

También el control por parejas es un buen recurso para lograr aprendizajes en un medio social adecuado, promover el intercambio de puntos de vista y representaciones diversas de un mismo objeto.

Abreviadamente se puede concluir que la actividad mental es el resultado del aprendizaje social, de la interiorización de los signos sociales y de la internalización de la cultura y las

relaciones sociales. Por ello, el proceso de internalización tiene carácter *mediatizado, cultural e histórico*.<sup>2</sup>, como se explicita a continuación:

- **Mediatizado**, porque los procesos mentales superiores se desarrollan y manifiestan a través de herramientas y signos que median entre la realidad a aprehender, la representación que el hombre se hace de ella y la forma en que propone transformarla. Las herramientas están orientadas hacia afuera, hacia la transformación de la realidad física y social. Los signos, por el contrario, están orientados hacia adentro, hacia la autorregulación de la propia conducta.

Como ejemplos de “*herramientas psicológicas y sus sistemas complejos*”, Vigotsky mencionaba los siguientes: *el lenguaje; varios sistemas para contar; técnicas mnemónicas; sistemas de signos algebraicos; obras de arte; escritura; esquemas; diagramas; mapas y dibujos mecánicos; toda clase de signos convencionales, etc.*” (Blank, 1993).

Como se puede apreciar de la cita de Guillermo Blank, los objetos matemáticos son en su mayoría, mediadores por excelencia, es por ello que la Matemática es considerada un lenguaje universal para todas las ciencias y constituye hoy más que nunca un segundo idioma después del lenguaje natural.

En consecuencia con el enfoque histórico-cultural, es plausible suponer que una de las causas fundamentales de los bajos rendimientos en el aprendizaje de las matemáticas en los distintos niveles de enseñanza y de la poca acogida que tiene por un gran número de personas, puede buscarse en el deficiente dominio que sobre los signos matemáticos –y los conocimientos que ellos representan- logra alcanzar el estudiante medio.

Esto pudiera advertirse en cualquier materia o esfera del conocimiento, pero en el caso particular de la matemática, cuyo objeto de estudio son conocimientos, teoremas y procedimientos que se expresan en un lenguaje altamente estructurado y a través de sistemas de símbolos que constituyen abstracciones complejas de la realidad y de las relaciones entre las magnitudes y los objetos, las dificultades se acrecientan.

Si se toma en cuenta que los conceptos matemáticos son “palabras” del lenguaje científico universal –que además cada vez penetran más la cotidianidad del hombre común- y que sus representaciones, los símbolos matemáticos, son las “letras” de dicho lenguaje, los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas son verdaderos procesos de alfabetización, a pesar de que en la literatura psicopedagógica no se les trate como tales; y a diferencia de lo que se concibe como un proceso de alfabetización o de la enseñanza de un segundo idioma, no es posible “alfabetizarse” en Matemática de una vez y a partir de ahí enriquecer el acervo cultural matemático. Si no en todo momento, al menos al inicio del estudio de determinados cuerpos de conocimientos (Aritmética en los dos primeros grados, Geometría Inicial, Álgebra Elemental, Introducción al Cálculo Infinitesimal, etc.) se producen verdaderos procesos de alfabetización; sin embargo, de común no se le dedican el tiempo, los esfuerzos y las acciones que una empresa tal requerirían para que la persona pueda asimilar esos nuevos sistemas de signos que serán los futuros mediadores de los nuevos aprendizajes matemáticos y de otras materias.

No hay que proporcionar muchos argumentos para convencerse de lo complejo que es el aprendizaje de todo el sistema de símbolos matemáticos y las formas particulares del

---

<sup>2</sup> Luria (1979) recordaba que Vigotsky concebía su psicología como instrumental, cultural e histórica.

pensamiento matemático que permiten usarlos, para poder dominarlos y aplicarlos en la resolución de problemas.

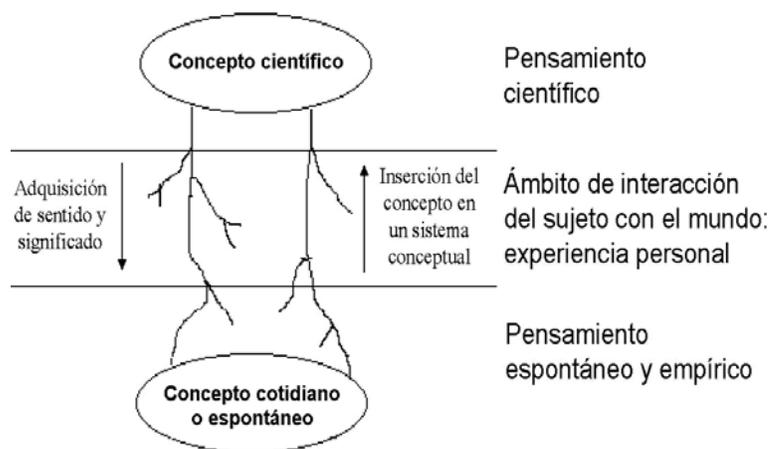
El correcto aprendizaje de los sistemas de numeración y las operaciones definidas en ellos, en tanto sistema de herramientas psicológicas, por ejemplo, produce en el sujeto un desarrollo de su pensamiento; por una parte, porque el dominio de los mismos y sólo éste, le permitirá abordar y apropiarse de otros conocimientos y procedimientos matemáticos. En este sentido, puede percibirse claramente cómo el aprendizaje de los nuevos conocimientos científicos es prácticamente imposible sin el uso de ese mediador que es el sistema de numeración.

Por otra parte, el ser depositario de ese conocimiento nos sitúa en una posición social diferente, pues ahora se pueden comprender muchísimas cosas, hasta ese momento incomprensibles, a saber, se pueden realizar análisis, mediados por los números, que ensanchan los horizontes de nuestro pensamiento. Podrían citarse innumerables ejemplos como el anterior respecto al aprendizaje de otros contenidos matemáticos.

Vigotsky establecía una diferencia entre los “conceptos cotidianos” o espontáneos y los “conceptos científicos” (escolarizados) y también en su interrelación se pone de manifiesto la mediación. Los conceptos cotidianos median en la adquisición de los conceptos científicos; no es posible explicar el contenido de un concepto científico sin el auxilio de los conocimientos y conceptos que ha adquirido la persona de su experiencia cotidiana.

Los conceptos científicos crecen hacia abajo, hacia lo cotidiano, hacia el dominio de la experiencia personal, adquiriendo sentido y significado, y al hacerlo marcan el camino para el desarrollo de los conceptos cotidianos hacia arriba, hacia lo científico.

El siguiente esquema trata de ilustrar de manera gráfica lo dicho anteriormente y la explicación de la brasileña Martha Kohl de Oliveira que aparece a continuación:



*“...los conceptos espontáneos y científicos se desarrollan inicialmente en direcciones contrarias, pero terminan encontrándose, permitiendo el enraizamiento de los conceptos científicos en la experiencia y la estructuración de los conceptos espontáneos en sistemas”.*(Oliveira, 1996).

En el proceso de enseñanza son usados determinados medios auxiliares, herramientas culturales: el lenguaje (dentro del cual entran los conceptos cotidianos), los símbolos matemáticos y otras muchas representaciones y convenciones que permiten la transmisión cultural, o sea los mediadores.

Esos mediadores se usan primero para la comunicación en el plano interpsicológico, pero después son dominados por la persona y son usados en el plano intrapsicológico, nos ayudan a pensar e internalizamos su uso.

La mediación que en sus inicios sólo era vista por Vigotsky a través del uso de las herramientas culturales o mediadores, pasó a ser interpretada también en el proceso de colaboración, como la acción desarrollada por el sujeto que apoya o suministra las ayudas al que aprende.

Todo maestro o profesor de matemáticas con alguna experiencia reconoce el valor que tiene explicar, aunar al que aprende, utilizando exactamente los *impulsos* necesarios para que “por sí solo” sea capaz de aprehender el nuevo contenido o resolver el problema o tarea dados. Se trata justamente de no ayudar tanto que el estudiante prácticamente no haga nada, porque nada quedará como huella en su aprendizaje, ni tan poco que le sea inalcanzable el cumplimiento de la tarea docente y con ello el desaliento y la formación de creencias referidas, al menos, al aprendizaje de ese contenido de estudio, para no pensar en que pueda marcar para siempre su actitud negativa ante las matemáticas.

- **Cultural e histórico** porque las funciones psíquicas superiores -la estructura de la percepción, la atención voluntaria, la memoria voluntaria, los afectos superiores, el pensamiento, el lenguaje, la resolución de problemas, así como la conducta y otros -adquieren formas diferentes en culturas y relaciones sociales históricamente distintas.

La acepción **cultural** significa que la sociedad le proporciona al miembro de un grupo social, metas e instrumentos estructurados para alcanzarlas. El lenguaje es uno de esos instrumentos claves creados por la Humanidad para la organización de los procesos del pensamiento.

Instrumentos como el lenguaje, creados no por la experiencia personal, sino como resultado de una cultura, de un determinado nivel sociogenético alcanzado, les son brindados al hombre, quien al dominar su uso y utilizarlos se enriquece y desarrolla en el plano personal (ontogenético).

Los instrumentos culturales, o sea desarrollados por una determinada cultura o grupo social, han sido creados a lo largo de su historia; es por ello a la componente cultural se le une la **histórica**.

En época de Leonardo de Pisa (hasta 1202 en que sale a la luz su *Liber abaci*), en la Europa medieval no hispánica, se calculaba aún mediante instrumentos culturales desarrollados por la civilización romana, el sistema aditivo de números romanos. Las personas de esa cultura y etapa histórica sólo concebían la escritura de números bajo la concepción de un sistema aditivo. Esto creaba dificultades, no sólo para la masificación de su dominio, sino para abordar nuevos desarrollos matemáticos, porque, por ejemplo, operaciones como la división, eran realizadas por procedimientos muy engorrosos.

Sin embargo, contemporáneos de Leonardo de Pisa y vecinos no tan lejanos en la propia Europa, pero del otro lado de los Pirineos, los escribanos y contadores árabes, realizaban

cálculos cómodamente utilizando el sistema indoarábigo. El pensamiento de los matemáticos árabes era más generalizado respecto al uso de los sistemas de numeración, pues conocían la existencia de dos maneras diferentes de simbolizar las cantidades: la posicional y aditiva.

Lo anterior ilustra el carácter instrumental, cultural e histórico del pensamiento, o sea cómo la actividad mental y sus funciones están condicionadas por los instrumentos que ha incorporado un individuo integrante de un determinado grupo sociocultural en un período determinado de su desarrollo histórico (sociogenético). Leonardo de Pisa fue el primero que introdujo el sistema posicional de numeración indoarábigo en la Europa visigoda, lo cual provocó un desarrollo a nivel social e individual de todos aquellos, que como él, dominaron el uso del “nuevo” sistema de numeración.

### **Relación desarrollo-aprendizaje-enseñanza**

#### *1. El aprendizaje en un medio social condiciona el desarrollo del individuo.*

Para la concepción vigotskiana el desarrollo ontogenético tiene su esencia en la formación y desarrollo de las funciones psíquicas superiores y esta como se expresó anteriormente no ocurre al margen de las relaciones sociales.

Si bien el desarrollo ontogenético tiene como base el desarrollo biológico, es sin embargo, en la formación y desarrollo de los “órganos artificiales” del hombre, o sea de las funciones psíquicas superiores, donde tiene su esencia.

El proceso de internalización se realiza en el transcurso del desarrollo ontogenético en sociedad, a partir de la actividad del niño con los adultos, transmisores de la experiencia social.

A diferencia de otras especies, “*el hombre es miembro de una especie para cuyo desarrollo el aprendizaje desempeña un papel central*” Oliveira (1996), pues sólo así es que ha podido erigirse sobre el resto del reino animal, acumular tanto conocimiento no transmitido genéticamente y transformar su entorno en la magnitud que lo ha hecho.

Por ello, para Vigotsky existe una estrecha relación entre desarrollo y aprendizaje, pero como básicamente éste último ocurre en condiciones de vida social, generalmente se ponen de manifiesto procesos de enseñanza (deliberada o no). Así, según Martha Kohl de Oliveira (1996), para Vigotsky:

- desarrollo y aprendizaje “*están íntimamente relacionados: dentro de un contexto cultural que le proporciona la “materia prima” del funcionamiento psicológico, el individuo cumple su proceso de desarrollo movido por mecanismos de aprendizaje accionados externamente*”.
- “*aunque en la relación del individuo con el medio los procesos de aprendizaje tienen lugar en forma constante, cuando en éste existe la intervención deliberada de un otro social, enseñanza y aprendizaje comienzan a formar parte de un todo único, indisociable, que incluye al que enseña, el que aprende y la relación entre ambos*”.

Ese todo único que envuelve a los sujetos que están involucrados en ese proceso de “*transposición didáctica*” (en el sentido de Chevallard) y la relación que se establece entre ellos, es lo que en ruso Vigotsky utiliza bajo el vocablo “*obuchenie*” que no puede ser identificado como enseñanza ó aprendizaje, por separados, sino en su compleja

interrelación<sup>3</sup>, o sea que siempre incluye al que enseña, al que aprende y la relación entre ambos.

Así, “todo desarrollo presupone un aprendizaje, viene precedido de él, pero necesariamente no todo aprendizaje provoca desarrollo” (Hernández, 1998)

*2. El aprendizaje no puede ocurrir al margen de las relaciones sociales y la enseñanza puede promover el desarrollo.*

Como se vio arriba, el aprendizaje es visto como un proceso de apropiación, de internalización de la cultura, proceso que ocurre inmerso en un medio social.

Para Hernández (1998) este presupuesto vigotskiano condiciona otra concepción del aula, del grupo escolar, del aprendizaje. Esto hace que se desplace una comunicación nunca a nunca entre los estudiantes hacia una comunicación cara a cara, con intercambios de logros y fracasos, de estímulos y desalientos.

La aparentemente absoluta aseveración de que el aprendizaje no puede ocurrir al margen de las relaciones sociales no implica que para que haya aprendizaje sea necesaria la presencia física del otro que enseña. La televisión, la prensa escrita, los libros, los tutoriales, las comunicaciones mediante las nuevas tecnologías de la Información y las Comunicaciones entre otros, son medios que manifiestan un determinado nivel de relaciones sociales, las cuales crean ambientes propiciadores de aprendizajes y en los cuales el individuo, aparentemente solo, puede aprender.

Sin embargo, fuera cual fuese la concepción de enseñanza concebida (presencial, semipresencial, a distancia, a través de Internet, etc.) la única enseñanza buena es la que adelanta al desarrollo, o sea la que lo promueve, lo cual no debe ser confundido con acciones para “acelerar el desarrollo”, término usado en experiencias con niños con limitaciones mentales.

Una buena enseñanza es aquella que le permita al estudiante construir sus propias bases de orientación ante los nuevos contenidos de estudio, pero no mediante el ensayo-error ni la adopción mecánica de esquemas y “recetas” presentados por otros, sino asimilando la ayuda del profesor o de los medios de enseñanza para obtener representaciones propias, insertadas sistémicamente en sus propias estructuras de conocimientos, concepciones y valores con un determinado grado de generalización y completitud, tales que le permitan, de forma independiente, resolver problemas y ejecutar tareas en un espectro relativamente amplio de situaciones nuevas para él.

Asimismo, Vigotsky enfatizaba que la enseñanza debía propender al desarrollo de la toma de conciencia y al control voluntario del conocimiento.

*3. El aprendizaje no ocurre fuera de los límites de la Zona de Desarrollo Próximo*

En la explicación de esa compleja interrelación enseñanza-aprendizaje-desarrollo, Vigotsky adelanta la hipótesis de la Zona de Desarrollo Próximo (o Potencial), la cual es un resultado que surge de su pensamiento de manera natural y consecuente con toda su teoría. Una amplia gama de ideas suyas se conectan a través de dicho concepto, el cual es considerado el presupuesto teórico suyo más sugerente, que más desarrollos teóricos pudiera propiciar con vistas a su instrumentación didáctica.

---

<sup>3</sup> Para más información consultar el trabajo de Valsiner (1988)

En sus palabras, Vigotsky concibe la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) como la distancia entre “*el nivel de desarrollo real del niño, tal y como puede ser determinado a partir de la resolución independiente de problemas, y el nivel potencial, determinado por la resolución de problemas bajo la guía de un adulto o en colaboración con un compañero más capaz*” (Vigotsky, 1979).

Vigotsky sostiene que las medidas estáticas (test de inteligencia y otros instrumentos) evalúan funcionamientos psicológicos que ya han madurado, que se han fosilizado, pero que no sirven para informarnos sobre la posibilidad del desarrollo venidero.

Plantea que se debe alentar y evaluar la maduración o el desarrollo de las funciones psicológicas a través de actividades de colaboración, pues lo que los sujetos pueden realizar en colaboración o con ayuda hoy, lo podrán realizar independientemente y con eficiencia mañana. A decir de Cazden (1981) se trata de lograr “*el desempeño antes de la competencia*”, o como se preferiría entre los teóricos del enfoque histórico-cultural, lograr que el sujeto realice tareas y resuelva problemas hoy con el uso de determinados sistemas de ayuda, antes de que la actividad sea dominada, se automatice y se convierta en habilidad.

Este dominio psicológico que mueve sus fronteras en el tiempo, es un dominio en constante transformación, es el dominio psicológico donde están dadas las condiciones para que se puedan producir los aprendizajes.

Es el movimiento de la ZDP, el cambio de sus fronteras, lo que conduce al desarrollo del individuo, y eso sólo es posible mediante aprendizajes significativos, que le permitan al sujeto dominar los conceptos e instrumentos de su cultura.

La ZDP es un concepto complejo, el cual no puede ser determinado simplificarmente, como que bastaría establecer un nivel de dificultad para el alumno, propiciar el desempeño con ayuda y evaluar el desempeño independiente del mismo.

Por ejemplo, no puede hablarse de la comprensión del concepto de límite de funciones reales, si no se tienen claras las nociones de infinito y de densidad en  $\mathbb{R}$ , de dominio de una función, de la significación lógica de la expresión “para todo  $\varepsilon > 0$ ”, entre otros conocimientos.

No es cuestión de que exista una determinada cantidad de conocimientos acumulados, sino de que haya una estructura de conocimientos asimilada significativamente que propicie la inserción del nuevo conocimiento en ella y para la cual exista una predisposición positiva del sujeto a asimilarla.

Tiene que haber como precedente, la observación de procesos de convergencia en la naturaleza y el significado que para el sujeto tengan los términos “convergencia”, “límite”, etc., muchos de los cuales en el momento de aprendizaje del concepto matemático de límite, son conceptos cotidianos, que difieren en su significado.

La presencia de todos esos elementos (cognoscitivos y afectivos) constituyen el preámbulo necesario para la identificación de la ZDP correspondiente, la cual propiciaría no sólo el aprendizaje del concepto de límite matemático per se, si no más aún, de un salto cualitativo en el pensamiento del sujeto al poder en lo adelante comprender la abstracción que constituye el paso de procesos discretos a continuos, de procesos finitos a infinitos, de la diferencia de lo infinito y lo ilimitado (no acotado), de la convergencia en el infinito, etc.

Es importante, desde el punto de vista de la enseñanza de la matemática, que el docente pueda conocer o diagnosticar el llamado nivel de partida del estudiante en el momento de

comenzar el aprendizaje de un nuevo conocimiento, sobre todo si es medular ese aprendizaje para su desarrollo y crear en consecuencia sistemas de tareas y ayudas que posibiliten crear la ZDP en el mismo y finalmente permitir que se produzca el aprendizaje desarrollador.

### **Conclusiones**

En la presente conferencia se expusieron los principales presupuestos del llamado enfoque histórico-cultural, cuyo genial fundador fue el soviético Lev Semionóvich Vigotsky, escuela que aún continúa cultivándose en las más diversas latitudes. En particular en Cuba, un gran número de investigaciones psicopedagógicas en los diferentes tipos de enseñanza y centros e institutos de investigación educacionales se realizan en la actualidad dentro de este marco teórico.

Esta teoría psicológica se ha mantenido en el tiempo, a pesar de la muerte temprana de su fundador, del silenciamiento durante el período stalinista en la ex-Unión Soviética, la desaparición misma de este estado multinacional y la disgregación y poca divulgación de los importantes resultados científicos alcanzados en sus institutos, universidades y sistema educativo, entre otras razones.

Esta conferencia terminará mediante unos comentarios en torno a una reciente entrevista realizada al destacado psicólogo no vigotskiano Juan Ignacio Pozo (2000).

Para Pozo el enfoque histórico-cultural *"...por destacar esa génesis social,..., es un marco teórico más adecuado para analizar fenómenos sociales, como es la educación"*, comparándolo con el enfoque piagetiano, prevaleciente en América Latina durante décadas.

En la propia entrevista el citado psicólogo madrileño argumenta que *"La teoría vigotskiana nos puede dar pautas para comprender la intervención educativa como una ayuda pedagógica, para comprender como los escenarios sociales fomentan la construcción individual, para entender el papel asimétrico de los profesores en la construcción de los saberes por los alumnos, etc....."* (Pozo, 2000)

Sin embargo, a continuación apunta que *" los problemas del aprendizaje y la enseñanza en dominios y tareas concretas (la enseñanza de conceptos concretos, de procedimientos e incluso de valores) debemos definirlos desde otros marcos teóricos que su teoría no llegó a desarrollar..."*.

La psicóloga cubana Dra. Liliana Morenza (1997) caracterizó al enfoque vigotskiano como una metateoría psicológica y aunque no en el mismo sentido que ella, también J. I. Pozo (2000) la considera como tal y es de la opinión que ella acoge bajo sus marcos, desarrollos teóricos particulares que expliquen cómo las personas aprenden y cómo deben ser enseñados determinados conceptos, procedimientos y valores.

Bajo la dirección de la Dra. Herminia Hernández, este conferencista desarrolló su tesis por la opción del grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas (Delgado, 1999) en la cual se revelaban puntos de contacto y complementaciones entre la Teoría de la Actividad (bajo el enfoque histórico-cultural) y la llamada Psicología Cognitiva del Procesamiento de la Información en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos.

Asimismo, se considera a priori que los resultados obtenidos en investigaciones sistematizadas bajo el paradigma de la Didáctica de la Matemática francesa o bajo el

paradigma socioepistemológico, por ejemplo, pueden ser insertados sin contradicciones en una enseñanza desarrolladora concebida bajo la óptica vigotskiana. Claro está, esto debe ser objeto de cuidadosa investigación y plantea de hecho un problema abierto para las investigaciones en Matemática Educativa.

### Referencias bibliográficas

- Blank, G. (1993). "Vygotsky: El hombre y su causa" en L.C. Moll (comp.) *Vygotsky y la educación. Connotaciones y aplicaciones de la psicología sociohistórica en la educación.* Buenos Aires. Aique Grupo Editor S.A.
- Bruner, J. (1987). Prologue to the English edition. In L.S. Vygotsky. *Collected works*, Vol.1, pp.1-16.
- Cazden, C. (1981). "Performance before competence: Assistance to child discourse in the zone of proximal development". *Quarterly Newsletter of the Laboratory of Comparative Human Cognition*. 3 (1), 5-8.
- Castorina et al. (1996). *Piaget-Vygotsky: contribuciones para replantear el debate*. Buenos Aires. Paidós Educador.
- Chevallard, Y. (1985). "La transposition didactique". *Recherches en Didactique des Mathématiques*, París, La Pensé Sauvage Editions.
- Delgado, J.R. (1999). *La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: la estructuración sistémica del contenido de estudio y el desarrollo de las habilidades generales matemáticas* (Tesis de Doctorado, Universidad de la Habana).
- Galperin, P. Ya. (1959). "Tipos de orientación y tipos de formación de las acciones y los conceptos". Folleto *Acerca de la atención*. Editado por la EMS "Cdte. Arístides Estévez Sánchez". La Habana, Cuba.
- Hernández, H. (1998). "Vigotsky y la estructuración del conocimiento matemático. Experiencia cubana". Conferencia Magistral dictada en la XI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Morelia, México. Aparecida en *Cuestiones de didáctica de la matemática. Conceptos y procedimientos en la Educación Polimodal y Superior*. Rosario, Argentina. Serie Educación. Homo Sapiens Ediciones. ISBN 950-808-173-2.
- Moll, L. (1993). "Introducción" en L.C. Moll (comp.) *Vygotsky y la educación. Connotaciones y aplicaciones de la psicología sociohistórica en la educación.* Buenos Aires. Aique Grupo Editor S.A.
- Morenza, L. (1997). "Psicología Cognitiva Contemporánea y representaciones mentales. Algunas aplicaciones al aprendizaje". Folleto del curso pre-congreso homónimo en el evento internacional Pedagogía '97). Ciudad de al Habana, Cuba.
- Oliveira, M. K. De (1992). Vigotsky: algunos equívocos na interpretacao de seu pensamento, *Cadernos de Pesquisa*, 81.pp.68
- Oliveira, M. K. De (1996). "Pensar la educación: las contribuciones de Vigotsky" en Castorina et al. *Piaget-Vygotsky: contribuciones para replantear el debate*. Buenos Aires. Paidós Educador.

- Pozo, J.I. (2000). "La posición vigotskiana es adecuada para analizar la educación" entrevista aparecida en la Revista *Novedades Educativas*, Buenos Aires, Edición 113, Mayo del 2000.pp.10
- Schoenfeld, A. (1985c). "Ideas y tendencias en la resolución de problemas" en *La enseñanza de la Matemática a debate*. Madrid, M.E.C.
- Valsiner, J. (1988). *Developmental psychology in the Soviet Union*. Sussex, The Harvester Press citado en Castorina et al. (1996). *Piaget-Vigotsky: contribuciones para replantear el debate*. Buenos Aires. Paidós Educador. Pág. 48
- Vigotsky, L. S. (1979). El desarrollo de los procesos psíquicos superiores. Barcelona, Grijalbo.
- Vigotsky, L. S. & Luria, A. (1930). "Estudios de historia de la conducta: el simio, el hombre primitivo, el niño" (en ruso). Moscú
- Wertsch, J.V. (1985). *Vygotsky and the social formation of mind*. Cambridge, MA: Harvard University Press.