

# EL EMPLEO DE LA INSTRUCCIÓN HEURÍSTICA EN EL TRATAMIENTO DE LA SUCESIÓN DE INDICACIONES CON CARÁCTER ALGORÍTMICO

Neldi V. Castro Hermidas y Antonio Rosales Marrero.  
Instituto Superior Pedagógico “José de la Luz y Caballero”. Holguín. Cuba.  
[dpto.matematica@isp.holguin.inf.cu](mailto:dpto.matematica@isp.holguin.inf.cu)

## RESUMEN:

La heurística como disciplina científica es relativamente joven. En el mundo se han realizado múltiples investigaciones sobre el uso de los elementos heurísticos, lo que está indisolublemente ligado con la resolución de problemas. En 1998, Castro, N. elaboró un modelo de actuación didáctica para el trabajo con la instrucción heurística con los estudiantes del ISPH de la carrera Matemática - Computación, el les ha propiciado una mejor preparación en los componentes académico, investigativo y laboral.

En la enseñanza de la Matemática los elementos heurísticos son de gran aplicación y se pueden vincular con todas sus situaciones típicas. Es por ello que este trabajo tiene como objetivo mostrar como se puede emplear la instrucción heurística en la elaboración o socialización de la sucesión de indicaciones con carácter algorítmico dentro de la disciplina Geometría.

## INTRODUCCIÓN

En el mundo se han realizado múltiples investigaciones sobre el uso de los procedimientos de solución en Matemática. Existen dos tipos de procedimientos de solución: los heurísticos y los algorítmicos. Aunque tienen en común que se aplican en la solución de ejercicios y problemas de diversos tipos, también tienen diferencias.

Los procedimientos heurísticos fundamentalmente, se han empleado en la resolución de problemas y esencialmente de problemas matemáticos, aunque también se han aplicado en otras ramas del saber humano, su uso sistemático ayuda a encontrar caminos y vías de solución e incluso a formar nuevos algoritmos de solución que hasta un cierto momento son desconocidos para el alumno.

También se trabajan mucho y con más insistencia los procedimientos algorítmicos. Sin embargo, en observaciones a clases se han detectado dificultades en la elaboración o socialización de algorítmicos, pues la tendencia general en clases es darlos directamente sin elaborarlo con los estudiantes o sin socializarlo, lo que trae como consecuencia que no se convierta en estrategia personal de cada alumno, y lleve a que estos actúen de forma mecánica en su empleo.

Por otra parte, cuando los docentes intentan elaborar algún procedimiento algorítmico no planifican las preguntas a utilizar, haciendo esta actividad de forma empírica, por lo que no se logra la adecuada fijación de los procedimientos.

Es por ello que el *objetivo* del trabajo es: mostrar como se puede emplear la instrucción heurística en la elaboración o en la socialización de procedimientos algorítmicos dentro de la disciplina Geometría.

## DESARROLLO

### Se entiende por instrucción heurística:

[...]La enseñanza consciente y planificada de reglas generales y especiales de la heurística para la solución de problemas... (Ballester, 1992, p.225).

Es necesario que cuando se declaren explícitamente por primera vez las mismas; se destaquen de un modo claro, preciso y que se recalque su importancia en clases posteriores hasta que los alumnos las aprendan y las utilicen independientemente de manera generalizada, por lo que su uso debe ejercitarse en numerosas y variadas tareas.

Se coincide con Algarabel, en su planteamiento sobre el entrenamiento en heurísticos, donde expresa que este puede ser un método instruccional útil para mejorar el rendimiento en la solución de problemas y se debe añadir que en el aprendizaje de los estudiantes en cualquier rama del saber, ya que dicho entrenamiento influye positivamente en el desarrollo de su pensamiento.

La instrucción heurística es parte esencial de la formación de un graduado de la especialidad de Matemática-Computación, pues dentro de la carrera tendrá que emplearla con mucha regularidad para su propia formación y después de graduado tiene la responsabilidad de aplicarla en su trabajo, para facilitar a sus estudiantes la comprensión clara de los contenidos matemáticos que les enseña. En la asignatura Matemática, hay elementos que se pueden aprender fácilmente a través de un algoritmo, como son algunos conocimientos de Álgebra, por ejemplo, la resolución de ecuaciones, el trabajo con variables, etc; sin embargo, como se ha planteado existen dificultades en la elaboración y socialización de estos.

El año 1945 marcó una pauta en la Heurística, cuando el húngaro Polya trabajó esta línea en las matemáticas y escribió su obra, "Cómo plantear y resolver problemas" y como expresara Schoenfeld en una de sus obras, desde entonces se reconocen dos etapas: antes de Polya y después de él, por la importante contribución que hizo a los elementos heurísticos.

Se requiere, por ello, responder la pregunta sobre lo que se asume por el concepto fundamental empleado por Polya, es decir,

### **¿A qué se llama problema?**

Problema es " *toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo*" (Campistrous y Rizo, 1996, p. IX).

En este sentido se destaca que al menos deben cumplirse dos condiciones necesarias para que tal situación constituya problema:

- ◆ La *vía* para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida *tiene que ser desconocida*; cuando es conocida deja de ser un problema.
- ◆ El individuo quiere hacer la transformación, es decir, quiere resolver el problema.

En 1998, Castro, N. elaboró un modelo de actuación didáctica para el trabajo con la instrucción heurística con los estudiantes de la carrera Matemática - Computación del ISP "José de la Luz y Caballero", el que les ha propiciado una mejor preparación en los componentes académico, investigativo y laboral.

Para llevar a efecto el modelo se inicia hablando en términos generales de procedimientos heurísticos, no obstante en el trabajo se especifica si se trata de una regla heurística (RH), una estrategia heurística (E H) o un principio heurístico (PH).

En síntesis se puede plantear que el modelo consta de tres etapas, en el que se emplean tres estrategias didácticas.

Las tres etapas son: **Introducción, Ampliación y Aplicación.**

Para la ejecución del modelo de actuación didáctica que se propone, se han establecido las estrategias didácticas siguientes: *el empleo de hojas de trabajo, la ficha de contenido y la autointerrogación.*

En la primera etapa se emplean las hojas de trabajo, para introducir los procedimientos heurísticos, luego se sistematiza su uso empleando la ficha de contenido y la autointerrogación. En la etapa de ampliación, se elaboran estrategias colectivas e individuales para la resolución de problemas, empleando la ficha de contenido y la autointerrogación y en la última etapa se precisa de los estudiantes que elaboren problemas para sus alumnos y compañeros de clases y que elaboren las estrategias de solución.

“En la enseñanza de la matemática los alumnos deben realizar actividades mentales muy diversas: *resolver problemas, demostrar teoremas, realizar construcciones geométricas, etc.*, lo cual exige de ellos una planificación adecuada del trabajo, dirigida hacia el objetivo que se quiere alcanzar, de modo que se racionalice el esfuerzo mental y práctico y que el tiempo disponible se utilice con efectividad.” (Ballester, et al., 1992) Los elementos heurísticos contribuyen con esa racionalización del trabajo mental y práctico debido a que son de gran aplicación y se pueden vincular con todas las situaciones típicas de la enseñanza de la matemática.

## **ACERCA DE LA SUCESIÓN DE INDICACIONES CON CARÁCTER ALGORÍTMICO**

Según Jungk (1981):

*“Toda sucesión de indicaciones con carácter algorítmico consiste en una serie de indicaciones sobre la realización de un cierto sistema de operaciones en un orden determinado. Estas indicaciones tienen carácter algorítmico cuando inducen operaciones unívocas, rigurosamente determinadas y del mismo tipo en aquellos individuos hacia los cuales están dirigidas. En esto se muestra la importante propiedad de los algoritmos de dejarse determinar (determinabilidad). Cualquier indicación es un algoritmo solamente cuando determina completamente, un cierto proceso, una actividad y cuando conduce, siempre, en presencia de determinados datos iniciales del mismo tipo, a los mismos resultados finales.”*

Sin embargo, aclara que las indicaciones generales que se consideran procedimientos heurísticos elementales, aunque son indicaciones, no tienen carácter de algoritmo, pues son indeterminadas.

El concepto proceso algorítmico es diferente del concepto algoritmo, si algoritmo es el sistema de operaciones para la solución de una tarea, entonces el proceso algorítmico es la solución de una tarea según el algoritmo dado.

Se puede señalar que la sucesión de indicaciones con carácter algorítmico (SICA) y cuasialgorítmico, están asociadas con acciones de transformación: magnitudes iniciales se transforman, mediante un sistema de operaciones, en magnitudes finales, y con acciones de identificación.

En la elaboración de sucesiones de indicaciones se deben tener en cuenta los tres objetivos siguientes:

1. En el transcurso de la formación matemática del alumno se le debe hacer cada vez mayor conciencia a este de que el trabajo racional se hace posible en gran medida, en muchos campos de la matemática y en su aplicación, solo mediante la utilización

de procedimientos algorítmicos, por lo que tales procedimientos deben ser elaborados y asimilados en la enseñanza de la matemática.

2. Los alumnos deben asimilar determinadas sucesiones de indicaciones con carácter algorítmico indicadas en el programa, haciéndoles ver en esta ocasión, la gran importancia que ellas tienen en la enseñanza ulterior.
3. Los alumnos deben aprender cómo se procede en la obtención de sucesiones de indicaciones con carácter algorítmico en diferentes dominios matemáticos.

### **EL PROCESO DE COMUNICACIÓN EN LAS CLASES DE MATEMÁTICAS.**

Si de vital importancia resulta que los alumnos se apropien de los diferentes procedimientos, también lo es el que el maestro conduzca adecuadamente el proceso y para ello debe establecerse una adecuada comunicación dentro del mismo.

En la comunicación, uno de los elementos que resulta indispensable para la dirección del aprendizaje es la formulación de preguntas. Cada maestro imprime su sello personal en la clase cuando formula su sistema de preguntas, que dirigido adecuadamente estimula la actividad mental de los alumnos (Majmutov, 1975). Los maestros siempre han desarrollado esta actividad, luego ¿Por qué en el proceso docente no existe una actividad cognoscitiva activa y sistemática de los escolares?

1. Por el desconocimiento que en los maestros existe sobre la naturaleza de las preguntas como forma de expresar el pensamiento.
2. Las preguntas que estimulan el pensamiento de los alumnos se hacen de manera empírica, empleándolas esporádicamente, careciendo de carácter de sistema.

Aspectos sustancialmente importantes de la formulación de preguntas para dirigir el aprendizaje de los estudiantes lo constituyen los siguientes: la significación de la pregunta en la enseñanza, los tipos de preguntas que se emplean, el arte del maestro de hacer preguntas y la habilidad del alumno de formular preguntas.

La dirección de la actividad cognoscitiva mediante preguntas, es un procedimiento flexible, en dependencia del objetivo que el maestro se plantee. Formulando preguntas se puede enseñar al alumno a encontrar las diferencias y similitudes entre los objetos y fenómenos, a seleccionar los rasgos necesarios y suficientes para formular las definiciones, a seleccionar los hechos para las demostraciones, a hallar las regularidades de los fenómenos, a ver un fenómeno en todo su comportamiento y con ello llegar a conclusiones, generalizaciones y establecer procedimientos para *la solución de situaciones que presenten características semejantes*. Todos estos aspectos deben ser conocidos por los docentes en ejercicios y los que están en formación para optimizar el proceso de enseñanza – aprendizaje y de forma consciente y planificada contribuir al desarrollo del pensamiento de sus alumnos.

### **EJEMPLO DE ELABORACIÓN DE SICA EMPLEANDO PROCEDIMIENTOS HEURÍSTICOS EN GEOMETRÍA.**

Se escoge para ejemplificar la construcción de la mediatriz de un segmento, la que constituye una invariante del contenido geométrico.

Para asegurar el nivel de partida se deben recordar los siguientes contenidos: Definiciones de segmento y de mediatriz de un segmento, teorema sobre la desigualdad

triangular, axiomas de circunferencia C1 y C2, las figuras planas: el trapezoide simétrico y el cuadrilátero equilátero, teorema sobre el cuadrilátero equilátero (rombo) y los pasos para realizar una construcción geométrica.

Para la elaboración de la sucesión de indicaciones con carácter algorítmico, se propone el siguiente ejercicio:

***Dado un segmento, construir su mediatriz.***

Se realizarán preguntas que permitan a los estudiantes la elaboración de la SICA, las cuales se relacionan con los diferentes procedimientos heurísticos. Se proponen las siguientes preguntas:

1. ¿Qué es lo dado? ¿Qué es lo buscado?

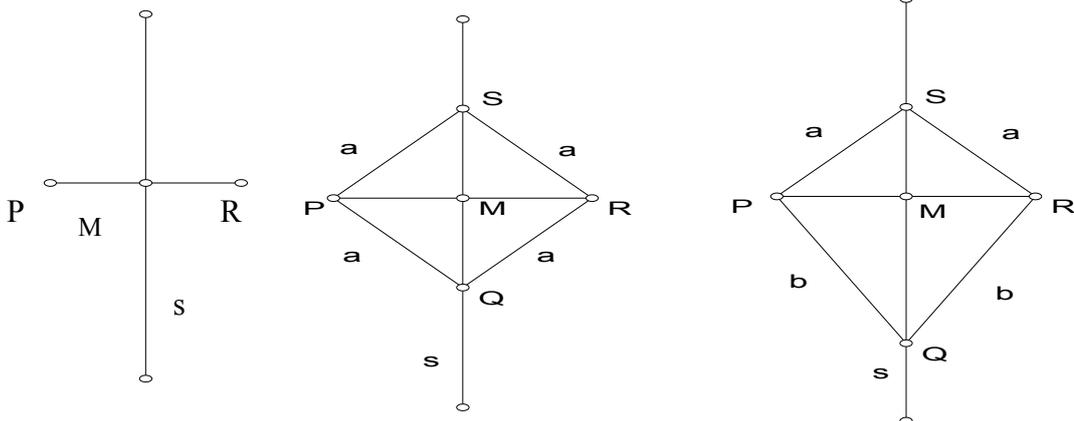
RH: Separar lo dado y lo buscado.

2. ¿Qué conceptos aparecen en el ejercicio?

3. Sustituye el concepto de mediatriz por su definición. R/ La mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al segmento en su punto medio.

RH: Sustituir el concepto por su definición.

4. ¿Es posible ilustrar lo dado y lo buscado en una figura de análisis? R/ Si



RH: Construcción de figura de análisis RH: Considerar el problema resuelto.

EH: Trabajo hacia atrás.

5. ¿Cómo podemos encontrar una recta perpendicular al segmento  $\overline{PR}$ , que pase por su punto medio, usando solamente regla y compás?. ¿Qué figuras planas has estudiado que puedan ayudarte a hacer una construcción auxiliar para lograr el objetivo? R/ Se ha estudiado el trapezoide simétrico y el cuadrilátero equilátero (rombo).

¿Cuál es más conveniente, el más óptimo para aplicar en el algoritmo de la construcción? ¿Por qué?

R/ El cuadrilátero equilátero, pues los lados son iguales y con solo una abertura del compás se puede realizar la construcción.

RH: Construcción de líneas auxiliares. RH: Sustituir concepto por su definición.

6. ¿Qué teorema has estudiado sobre el cuadrilátero equilátero?

R/Para todo cuadrilátero equilátero se cumple:

- a) los lados opuestos son paralelos
- b) las diagonales se bisecan y son perpendiculares entre sí.
- c) Las diagonales bisecan los ángulos del cuadrilátero.

RH: Recordar teoremas del dominio matemático

¿Cuál de estas propiedades se puede emplear para la construcción que hay que realizar?  
R/ La del inciso b)

7. ¿Qué elementos serán el segmento  $\overline{PR}$  y su mediatriz del cuadrilátero equilátero? R/  
Una diagonal y la recta que contiene a la otra diagonal.

8. ¿Qué propiedad debe cumplirse para que existan Q y S? R/ La desigualdad  
triangular, es decir  $2a > l(\overline{PR})$

RH: Recordar teoremas del dominio matemático PH: Movilidad.

9. ¿Cómo proceder entonces para construir la mediatriz del segmento  $\overline{PR}$ ? ¿Qué se  
debe hacer primero y con posterioridad?

Al responder esta pregunta se va elaborando el algoritmo para la construcción de la  
mediatriz de un segmento dado.

### ***Sucesión de indicaciones con carácter algorítmico.***

1. Se trazan las dos circunferencias de centro P y R del mismo radio  $a$ , el cual satisface  
la condición  $2a > l(\overline{PR})$ , es decir,  $a > \frac{1}{2} l(\overline{PR})$ . Sean Q y S los puntos de  
intersección de estas circunferencias.

2. La recta de unión de Q y S es la mediatriz del segmento  $\overline{PR}$ , luego lo corta en su  
punto medio M.

Es importante proponer a los estudiantes que analicen la posibilidad de simplificar la  
construcción y que ellos arriben a las conclusiones siguientes:

➤ De las circunferencias se necesitan trazar solamente arcos en los dos semiplanos de  
borde la recta que contiene al segmento  $\overline{PR}$

➤ De la recta QS se necesita trazar solamente el segmento en el que está contenido M.

➤ La recta QS es la mediatriz del segmento  $\overline{PR}$ .

A partir de la elaboración de esta sucesión de indicaciones, los alumnos pueden realizar  
la sucesión de indicaciones para otras construcciones como: el de la bisectriz de un  
ángulo, la perpendicular a una recta por un punto interior de esta y la perpendicular a  
una recta por un punto exterior a esta.

### **CONCLUSIONES.**

Se puede concluir que:

➤ Para la elaboración de Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico es  
necesario que el maestro planifique un sistema de preguntas apropiado, sin  
ambigüedades que permita a los estudiantes reflexionar y obtener los pasos de la  
misma.

➤ Es de gran importancia que a los estudiantes se lleven modelos de cómo elaborar  
Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico que les permiten formar una  
base orientadora para realizar otras construcciones y para elaborarlas con sus  
alumnos en la escuela media, que les permita resolver otros problemas del campo de  
la matemática, empleando los elementos heurísticos conocidos y empleados por  
ellos en las diferentes clases.

### **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Algarabel, S. et al. (1996). "Solución de problemas: una revisión del uso de heurísticos  
y una evaluación de su utilización en Matemáticas" *Revista Española de  
Pedagogía*. Año LIV, No 203 enero-abril, España. pp.143-165.

Ballester, S. et al. (1992). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática*. Tomo I.  
Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.

- Campistrous, L. & Rizo, C. (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. Cuba.
- Castro, N. (1998). *Propuesta de instrucción heurística mediante la disciplina geometría*. (Tesis de maestría), I. S. P., Holguín.
- De Corte E. (2000). "Marrying Theory Building and the Improvement of School Practice: A Permanent Challenge for Instructional Psychology". *Learning and Instruction*. USA.
- Farfán, R. M. (1995). *Heurística*, Sección de Matemática educativa. CINVESTAV-INP. México.
- Jungk, W. (1976). *Conferencias para la Enseñanza de la Matemática*. Segunda parte. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.
- Majmutov, (1975). *La enseñanza problémica*. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.
- Monereo, C. (1995). Enseñar a Conciencia. ¿Hacia una didáctica meta cognitiva?, en Revista *AULA de Innovación Educativa* No 34. Barcelona. España, enero. Pág. 74-80.
- Polya, G. (1985). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas, p.171-186.
- Schoenfeld, A. (2000). *Purposes and Methods of Researching in Mathematics Education*. University of California.U.S.A.
- Vigotsky, L. (1982). *Pensamiento y Lenguaje*. Editorial Pueblo y Educación, La Habana.