

REFLEXIONES ACERCA DE LA MATEMÁTICA EN LA INCERTIDUMBRE

MSc. Guillermo López Domínguez
CUJAE, La Habana, Cuba
glopez@ind.cujae.edu.cu

RESUMEN

Durante siglos se ha sostenido que la Naturaleza está obligada a seguir ciertas reglas que conducen a estructuras basadas en la certeza, no debe extrañar, pues, que la Matemática, y junto a ella prácticamente todas las ramas de la Ciencia, se hayan apoyado en este principio, pero en unos sistemas sociales cada vez más complejos y mutantes resulta difícil imaginar que bastan esas reglas deterministas para explicar el mundo actual y predecir el futuro.

En el año 1965 se inician los trabajos que permitieron el surgimiento de una nueva matemática, la Matemática de la incertidumbre, enriquecida con el aporte de miles de investigadores en todo el mundo y que ha probado ampliamente su utilidad para abordar los nuevos problemas que se presentan en la actualidad.

Los resultados de una búsqueda realizada en Internet arrojan que en un gran número de universidades e incluso en varios centros de enseñanza media superior se abordan los contenidos fundamentales de esta, también llamada Matemática borrosa, sobre todo en Europa y América del Norte y principalmente en ingeniería y ciencias económicas. Este trabajo pretende tributar hacia el objetivo de comenzar a preocuparnos seriamente en nuestra región por la difusión de estos temas y su futura incorporación a planes y programas de estudios.

El principio de la simultaneidad gradual

La matemática tradicional está basada en el principio del tercio excluso. Un único operador lógico permite encadenar proposiciones hacia adelante con el “modus ponens” y hacia atrás con el “modus tollens”. El razonamiento lógico expresado mediante símbolos ha dado lugar al desarrollo de la matemática, que con el tiempo se fue enriqueciendo, pero siempre dentro de cierto mecanicismo. Sobre estos razonamientos lógicos se han elaborado técnicas específicas, casi siempre en forma de modelos y algoritmos, con el objetivo de construir instrumentos capaces de prestar una ayuda para la toma de decisiones.

En los momentos actuales no es posible asentar toda la actividad investigadora sobre el principio del tercio excluso, pues ya no explica las complejas realidades de nuestra época; cada vez más lo subjetivo cobra mayor importancia. De esta necesidad surgió el principio de la simultaneidad gradual:

“Una proposición puede ser a la vez verdadera y falsa, a condición de asignar un grado a su verdad y un grado a su falsedad.”

Este principio generaliza el del tercio excluso al incluirlo como un caso particular y permite sustentar los distintos operadores lógicos que habían ido surgiendo como consecuencia del desarrollo de la matemática de la incertidumbre. Trataremos de explicarlo a continuación.

Hay ciertas proposiciones que caben perfectamente dentro del principio del tercio excluso, tales como “Pedro pertenece al sexo masculino”, pero se pueden encontrar otras proposiciones para las cuales el cumplimiento de dicho principio no resulta tan claro. Proposiciones tales como “Pedro es alto” plantean ciertos problemas dada la relatividad del calificativo alto. Para solucionarlos, tradicionalmente se ha acudido a ciertos umbrales (subjetivos y arbitrarios) a partir de los cuales se asume la verdad de la proposición. Si, por ejemplo, se aceptara en este caso un umbral de 1.80 m, quienes lleguen o sobrepasen esa

altura serán considerados personas altas y no altas los restantes. De esta forma siempre se producen contradicciones, tales como aceptar que una persona de 1.80 m es alta y otra de 1.799 m no. La aceptación del principio de la simultaneidad gradual permite resolver estos inconvenientes, expliquemos cómo.

Busquemos aquellas medidas para las cuales se cumple plenamente la verdad y la falsedad de la proposición “Fulano es alto”. El hombre más alto del mundo reconocido en el libro de récords Guinness midió 2.72 m y el más pequeño 0.57 m. A partir de estas cotas, en este caso numéricas aunque no tienen por qué ser siempre así, se establece un orden desde la verdad (alto) hasta la falsedad (bajo), que puede enmarcarse por un intervalo como el $[0,1]$ o por cualquier otro concepto que permita el ordenamiento. Si se acepta el intervalo $[0,1]$ asignaremos un 1 a la verdad y un 0 a la falsedad y entonces el gigante de 2.72 m será alto en grado 1 y el enano de 0.57 m alto en grado 0. Personas de 1.70 m pudieran considerarse altas en un grado quizás 0.3 y aceptaríamos que cuando más nos acercamos a la verdad de la proposición el grado asignado se halla más próximo a 1 y cuando más nos alejamos más próximo a 0. En la práctica es usual asociar los valores del intervalo $[0,1]$ a cierta escala semántica, fácil de interpretar por todos como la siguiente, denominada escala endecadaria por sus 11 posiciones:

- 1 Perfecto
- 0.9 Muy bueno
- 0.8 Bueno
- 0.7 Bastante bueno
- 0.6 Más bien bueno
- 0.5 Regular
- 0.4 Más bien malo
- 0.3 Bastante malo
- 0.2 Malo
- 0.1 Muy malo
- 0 Pésimo

Pero cuando se formula la falsedad de la proposición, ahora “no alto”, o si se quiere “bajo”, el gigante sería bajo en grado 0 y el enano bajo en grado 1. De esta manera cualquier persona es alta y baja a la vez, si acompañamos el calificativo de un grado, expresable numéricamente o no.

Se ha encontrado un principio que resuelve las limitaciones existentes en la lógica formal surgida del rigor derivado del principio del tercio excluido y que permite el desarrollo de las llamadas lógicas multivalentes y su aplicación a prácticamente todas las ramas de la Ciencia.

Los números borrosos

La matemática de la incertidumbre se divide en dos grandes campos: matemática numérica y matemática no numérica. En la primera el eslabón fundamental es el número borroso, cuya definición inicia el proceso de reivindicación de lo subjetivo como elemento integrante del conocimiento científico, ya que con estos números se pueden representar los fenómenos a partir de estimaciones objetivas pero también subjetivas y generalizar los modelos y algoritmos clásicos sustituyendo el número cierto o el aleatorio por el número incierto (borroso).

Un número borroso es un subconjunto borroso que posee tres características:

- El referencial pertenece al campo de los reales.

- La función característica de pertenencia es normal.
- La función característica de pertenencia es convexa.

La representación más simple de un número borroso A es el intervalo de confianza:

$$A = [a_1, a_2]$$

Es fácil ver que un número así es muy adecuado para representar estimaciones o predicciones (con mayor o menor grado de subjetividad) acerca de la futura ocurrencia de fenómenos, signados cada vez más por la incertidumbre. Por ejemplo, si una empresa se viera precisada a estimar sus ganancias para el próximo año podría afirmar que estarían entre \$1,000,000 (a_1) y \$1,200,000 (a_2) y sus directivos estarían más a gusto que si fueran forzados a dar una cifra exacta. Si respondieran que pronostican ganancias entre \$1,000,000 y \$1,200,000, pero lo más probable es un valor de \$1,050,000 ya esto no es un intervalo de confianza sino lo que se conoce como tripleta de confianza $[a_1, a_2, a_3]$, donde a_1 y a_3 equivalen a los extremos del intervalo de confianza y a_2 representa el valor más probable (máximo de presunción). También son muy utilizados los cuádruplos de confianza $(a_1, [a_2, a_3], a_4)$ donde a_1 y a_4 son los extremos del intervalo de confianza y $[a_2, a_3]$ es el intervalo de máxima presunción.

Para todas estas representaciones de un número borroso se ha desarrollado una aritmética que amplía la aritmética tradicional con la introducción de nuevos operadores, tales como los de maximización, minimización, comparación y otros que permiten el desarrollo de teorías, métodos y procedimientos para el tratamiento de los problemas decisionales en prácticamente todas las esferas de la actividad humana. Combinando adecuadamente la aritmética de la incertidumbre y la investigación operativa tradicional se pudo crear instrumentos “incierto” cada vez más perfeccionados.

Aplicaciones

Entre otras muchas, las matemáticas de la incertidumbre han mostrado su versatilidad en los siguientes campos:

- Ciencias Económicas y de Gestión

Se abordan múltiples problemas, tales como la circulación monetaria, la contabilidad, la actividad presupuestaria, el análisis de inversiones y de riesgos, la renovación de equipos y otros. Existe una importante organización, la SIGEF (Sociedad Internacional de Gestión y Economía Fuzzy) con gran aval científico y práctico que lidera la actividad mundial en esta rama.

- Ciencias Técnicas

El desarrollo fundamentalmente del trabajo con las lógicas multivalentes ha permitido obtener componentes, dispositivos y sistemas de control inimaginables hasta hace poco tiempo, aplicables tanto en la industria como en la vida doméstica (controles de velocidad en medios de transporte, equipos electrodomésticos “inteligentes” y muchos más).

- Ciencias Sociales

El trabajo dirigido a la búsqueda de elementos que permitieran mitigar el grado de subjetividad inherente a la mayor parte de las informaciones numéricas disponibles en las Ciencias Sociales llevó a la elaboración del concepto de **expertón**, número incierto considerado como el más general resultante de la agregación del conocimiento de varios expertos. El desarrollo de la matemática no numérica de la incertidumbre consolidó la “Teoría de los efectos olvidados” y creó la “Teoría de las afinidades” como generalización de los conceptos de semejanza y similitud.

- Teoría de la Decisión

La Teoría de la Decisión en la incertidumbre, de reciente aparición, construida sobre la base de cuatro conceptos fundamentales: relación, asignación, agrupación y ordenación permite adoptar decisiones sin necesidad de recurrir a elementos numéricos. Su utilidad está dada por el hecho de que actualmente la incertidumbre en muchos procesos es tal que ni siquiera es posible acotar los fenómenos para asignarles el más elemental de los números inciertos.

Como conclusiones de este trabajo se pueden resaltar los siguientes aspectos:

- La matemática tradicional, con todo y su desarrollo a lo largo de miles de años no puede dar respuesta cabal a muchos de los problemas prácticos que se le presentan a la humanidad en nuestros tiempos.
- La matemática de la incertidumbre aprovecha el desarrollo matemático anterior, ha probado su amplia eficacia en la solución de múltiples problemas actuales y parece estar apta para abordar los que se pudieran presentar en el futuro.
- El mayor desarrollo obtenido en esta nueva matemática se encuentra fundamentalmente en Europa y Norteamérica. Es necesario que nuestros investigadores y docentes de América Latina se vayan interesando de modo creciente en esta temática, incluso que se vaya pensando en su introducción en nuestras escuelas y universidades, a fin de prepararnos para dar solución a los múltiples problemas que irán surgiendo en este mundo cada vez más globalizado e impredecible.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Gil ,A. (1990) *El análisis financiero en la incertidumbre*. Editorial Ariel, Barcelona.
2. Kaufmann,A. y Gil, J. (1990). *Las matemáticas del azar y de la incertidumbre. Elementos básicos para su aplicación en economía*. Editorial Centro de Estudios Ramón Areces, Madrid.
3. Kaufmann, A. y Gil, J. (1993). *Técnicas especiales para la gestión de expertos*. Editorial Milladoiro, Santiago de Compostela.