

# LA CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADOS DE LA MULTIPLICACIÓN Y DE LA DIVISIÓN: ESTUDIO DE CASOS

Marcela Escobedo Díaz y Marta Elena Valdemoros Álvarez  
CINVESTAV-IPN, Departamento Matemática Educativa. México  
[mescobed@mail.cinvestav.mx](mailto:mescobed@mail.cinvestav.mx) [mvaldemo@mail.cinvestav.mx](mailto:mvaldemo@mail.cinvestav.mx)

## RESUMEN:

El presente trabajo fue elaborado a partir de la realización de un estudio de casos llevado a cabo con cuatro niños de cuarto grado de educación básica. Con un enfoque cognoscitivista planteamos como problema de investigación la exploración de los significados en términos de Maza (1991) de la multiplicación como “combinación, comparación, conversión y razón”; y de la división como “agrupamiento y reparto”, que construyen los alumnos cuando resuelven problemas planteados en el terreno de las “estructuras multiplicativas” Vergnaud (1983)<sup>1</sup> Los casos, aquí expuestos, ilustran ciertas dificultades cognitivas cuando resolvieron problemas multiplicativos. Algunos de los obstáculos evidenciados por los casos fueron de: semántica, de cálculo numérico y de selección de estrategias. Estos son los rasgos centrales que nos permitieron describir e interpretar los casos que nos ocupan.

## MARCO TEÓRICO

Ausubel *et al.* (1983) dicen que construimos significados cada vez que somos capaces de establecer relaciones “sustantivas y no arbitrarias” entre lo que aprendemos y lo que ya conocemos. Es decir difícilmente el alumno podrá construir significados si el contenido es vago, está poco estructurado o es arbitrario. Al igual que Coll (1989) coincidimos en que los significados que se construyen se almacenan en la memoria configurando complejas redes de significados interrelacionados. De hecho, el mayor o menor grado de solvencia de un aprendizaje depende, en buena medida, de la amplitud y complejidad de las relaciones que establece entre los significados construidos al respecto, por una parte, y los significados ya existentes en la “estructura cognoscitiva”, por otra.

En este sentido, consideramos que la resolución de problemas debe constituir un objetivo fundamental para la construcción de significados.

Al plantear situaciones nuevas e imprevistas el alumno se ve obligado a reorganizar sus conocimientos y buscar entre ellos nuevas relaciones. Rico (1990) menciona que cada niño elabora un esquema a partir de sus conocimientos y sus experiencias previas que le permite reorganizar la información disponible hasta alcanzar una respuesta a la cuestión planteada.

Reconociendo que los significados, de la multiplicación y de la división brindan un soporte fundamental al conocimiento matemático básico y que el punto de partida de tales construcciones lo constituyen la resolución de problemas, por parte del sujeto cognoscente, se retoman las aportaciones de Maza (1991) con respecto a que es importante considerar todos los tipos de problemas de estructura multiplicativa (de multiplicación: “combinación, comparación, conversión y razón”; y de división: “agrupamiento y reparto), afines a los problemas clasificados por Vergnaud (1993) en tres categorías: “Proporción simple, producto de medidas y proporción múltiples”.

---

<sup>1</sup> En estrecha relación con estas operaciones se crea la idea de “campo conceptual” Un conjunto de problemas y situaciones para cuyo tratamiento resulta necesario utilizar conceptos, procedimientos y representaciones de diferentes tipos estrechamente interconectados (Vergnaud, 1983).

En primer lugar porque la resolución de los mismos es distinta y de diferente nivel de dificultad. Sólo con ello podríamos asegurarnos que el aprendizaje es adecuadamente progresivo, desde los problemas más sencillos a los más complejos Sastre (1999) comprueba que el niño amplía de manera progresiva la capacidad de aplicar correctamente un mismo concepto a situaciones cada vez más complejas. En segundo lugar, porque al ser distinta la forma de resolución las destrezas y conocimientos que se emplean difieren y ello permite desarrollar un tratamiento de las operaciones más flexibles de más amplio nivel conceptual.

Es por eso que sabemos que desarrollar problemas de multiplicación exclusivamente resolubles por la suma reiterada y de división como reparto, no capacita al alumno para resolver otros problemas que se le pudieran presentar porque deja el conocimiento de la multiplicación y de la división reducida a una parte.

## **ESTUDIO DE CASOS**

El estudio que estamos comunicando aquí está referido a cuatro casos (Jesús, Jessica, Leslie y Brenda), cuyo punto de partida lo brindó un cuestionario exploratorio fue aplicado a un grupo de cuarto grado en una escuela primaria pública.

El propósito perseguido en la aplicación del cuestionario era obtener información general del grupo, para facilitar una selección más eficaz de los alumnos que exhibían un perfil destacado, para desarrollar con ellos un estudio de casos. Realizamos entrevistas semiestructuradas e individuales que constituyeron el recurso metodológico básico del estudio de casos.

## **MÉTODO**

Los instrumentos metodológicos considerados en la presente investigación fueron los siguientes:

1. Aplicación de un **cuestionario exploratorio** aplicado a 31 estudiantes de cuarto grado de primaria. Dicho instrumento estaba compuesto por diez problemas de distinta naturaleza; las que promovían una indagación general acerca de las nociones básicas a los significados de la multiplicación y de la división, así como la exploración de las estrategias de solución frente a problemas multiplicativos. Fue el primer instrumento involucrado en dicho estudio ya que nos permitió abstraer el perfil básico de estos y la correspondiente selección de los cuatro casos.
2. El **desarrollo de la enseñanza**, tiene un enfoque constructivista, con apego a lo destacado por Coll (2000). Desde este punto de vista, tuvo como propósito crear un ambiente propicio que habilitara a los alumnos a construir conocimientos básicos sobre los significados de la multiplicación y de la división. Se llevaron a cabo ciertas actividades de enseñanza con los cuatro casos para introducir nuevos problemas y con ellos nuevos significados y nociones de la multiplicación y de la división; además esta situación de enseñanza me permitió seguir de cerca los procesos de construcción por parte de cada alumno, para explorar estos significados y el reconocer los procesos de solución de cada alumno. Las actividades que conformaron la enseñanza fueron diseñadas tomando en consideración los resultados obtenidos del cuestionario inicial ( de aquí la forma de abordar los significados, del más complejo al más sencillo) y los objetivos que se pretenden alcanzar en nuestra investigación.

3. El **cuestionario final**, fue aplicado después de la enseñanza a los cuatro casos con el propósito explorar los significados de la multiplicación y de la división, considerando y valorando los avances que alcanzaron durante el desarrollo de la enseñanza. Los aspectos considerados para el análisis de este instrumento fueron análogos al cuestionario inicial, así como también el diseño de las tareas.

4. Las **entrevistas** fueron semiestructuradas (según Cohen y Manion, 1990), ya que contábamos previamente con un protocolo, los casos fueron sometidos a indagación a través de entrevistas individuales de carácter didáctico, en las que -desde un enfoque constructivista- se promovieron las reelaboraciones de los entrevistados y se accedió a modos muy activos de retroalimentación (conforme a la caracterización que en Valdemoros *et al.*, 1996, se realiza de la “entrevista didáctica”) se asumió un papel propositivo, procurando introducir tareas paralelas o problemas simplificados, organizadas por seis tareas ligadas a los significados de la multiplicación y a la división.

Los **procedimientos de validación** adoptados para legitimar la experiencia de campo y los resultados obtenidos, fueron los “controles cruzados” entre dos observadores y la “triangulación de tareas similares”, susceptibles de ser comparados y de permitir constatar la persistencia de las respuestas y procesos de resolución de observados.

## **ANÁLISIS DE RESULTADOS**

Presentamos los primeros resultados obtenidos, concentrando la atención en aquellos que concitan las interpretaciones y el análisis fundamental de estos datos de campo.

El cuestionario exploratorio nos facilitó el reconocimiento de ciertas regularidades manifiestas en algunos alumnos: En el problema de “razón” fue resuelto por casi la mayoría de los alumnos, utilizando como estrategia “la multiplicación como suma reiterada”, mientras que el resto de los significados fue gradualmente aumentando el grado de dificultad, ya que el problema de “combinación” (la multiplicación como la operación que permite calcular el número de combinaciones posibles entre los elementos de dos conjuntos), solamente el caso de Jessica pudo resolverlo, utilizando como estrategia “el algoritmo convencional de la multiplicación”

Por otro lado sucede lo mismo con los significados de la división, la mayoría de los alumnos resolvió exitosamente los problemas de “reparto”, presentando dificultades en los problemas de “agrupamiento”.

Lo que nos demuestra que no todos los significados han sido construidos por los cuatro alumnos.

Cuando se abordó el “significado de combinación” a través de la enseñanza, en un comienzo tanto Jesús, Jessica, Leslie y Brenda interpretaron el problema de una manera estática, no lo representaron mentalmente con la idea de temporalidad, de movimiento, de ahí que las combinaciones no fuesen sino las que vieron en el momento inicial. Sin olvidar el caso contradictorio de Jessica, que resuelve el problema utilizando la multiplicación.

Los niños hicieron una representación calculable del problema, es decir, lo interpretaron de manera tal que consideraron necesario seleccionar y utilizar una operación para resolverlo.

A la luz de cuestionario final, se observa utilizaron una representación dinámica del problema en donde fue incorporada la idea de tiempo, de movimiento, dichos logros les permitieron

imaginar y buscar en el tiempo, las diferentes combinaciones posibles. Con ello incorporaron un progreso fundamental: sus procedimientos de búsqueda se transformaron sistemáticos y exhaustivos.

A la luz de las entrevistas observamos que los niños construyeron estrategias para resolver problemas donde la multiplicación revestía el significado de operación que permite calcular el número de combinaciones posibles entre los elementos de dos conjuntos. Tales estrategias mostraron evolución que expuso el nivel de conceptualización de los niños en relación a este tipo de problemas.

A lo largo de toda la experiencia de campo, (Jesús, Jessica, Leslie y Brenda) evidenciaron manejar con eficiencia los algoritmos canónicos de la multiplicación y de la división aunque no exhibían signos claros de comprender su sentido. Al final de la experiencia esta situación mejoro, al quedar dichos algoritmos canónicos inmersos en problemas aritméticos plenamente comprendidos por ellos.

## CONCLUSIONES

En nuestros primeros resultados encontramos que cuando los alumnos se enfrentan desde el principio a todos los tipos de problemas de estructura multiplicativa, no sólo propicia que los alumnos amplíen los diversos significados de la multiplicación y de la división, sino que también favorece la construcción de estrategias que integran los procesos de solución de los alumnos y promueve el desarrollo de amplios cálculos, vinculados a los problemas multiplicativos.

Es posible que cada niño elaboro un esquema a partir de sus conocimientos y experiencias previas que le permiten reorganizar la información disponible hasta alcanzar una respuesta a la cuestión planteada.

Los alumnos construyeron por sí mismos estrategias de solución, no fueron meros recipientes pasivos que recibieron información seleccionada por otro.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ausbel, D., Novak, J, y Hanesian, H. (1983). *Psicología Educativa*. México: Trillas.
- Cohen, L. y Manion, L. (1990) *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- Coll, C. (1989) *Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento*. Buenos Aires: Magisterio Río de la Plata.
- Coll, C (2000). *El constructivismo en el aula*. Barcelona: Editorial Grao.
- Maza, C. (1991) *Enseñanza de la multiplicación y división*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Maza, C. (1991). *Multiplicar y dividir. A través de la resolución de problemas*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- Resnick, L.(1999) *La educación y el aprendizaje del pensamiento*. Argentina: Aique.
- Rico, L (1990). *Memorias del 1º Congreso Iberoamericano de Educación matemática*. Sevilla: Colección de documentos.
- Sastre, G., Moreno Monserrat. (1999). Descubrimientos y construcción de conocimientos.

España: editorial gedisa.

SEP (1993). *Plan y programas de estudio. Educación Básica. Primaria*. Dirección General de Materiales y Métodos educativos de la Subsecretaría de Educación y Normal. México.

SEP (1993) *Matemáticas cuarto grado*. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México.

Valdemoros, M., Orendain, M., Campa, A. Y Hernández, E. (1996). La interpretación ordinal de la fracción. En: Hitt (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa, I* (441-455). México: Editorial Iberoamericana.

Vergnaud, G. (1983) Multiplicative structures. En Lesh, R. Y Landau, M. (Ed), *Adquisition of mathematical concepts and proceses*, (127). New York: Academic Press.

Vergnaud, G. (1993) *El niño, las Matemáticas y la Realidad*. México: Trillas.