FLEXOGEOMETRÍA SIN REGLA NI COMPAS
EN LA CONCTRUCCIÓN DE POLÍGONOS Y POLIEDROS REGULARES

Oscar Pacheco Ríos
Grupo Internacional de Estudios de Etnomatemática. Cap. Bolivia: ISGEm-BOL
cepdi@mailcotas.com.bo   ospar62@latinmail.com

RESUMEN:

Por alguna razón no muy bien explicada hasta ahora, el aprendizaje de la Geometría es el segundo tabú que crea anticuerpos en los profesores de todo nivel pues, siempre postergan a la geometría para los temas finales o ven el modo de soslayarlo, cuando deberían ser los temas geométricos los que coadyuven a los temas matemáticos. Consideramos que, con flexogeometría esa situación puede revertirse, pues, su aplicación es sencilla, no hace falta regla, compás ni transportador de ángulos y se puede hacer una geometría plana y tridimensional con un simple cuadrado de papel, para luego pasar a la matematización.

Este artículo va dirigido a los profesores de cualquier nivel de enseñanza y en él se discuten ideas aplicadas tanto a la geometría bidimensional como tridimensional.

INTRODUCCIÓN

La Flexogeometría sin regla ni compás es un recurso didáctico, basado en el papel en desuso que es lo que más abunda. Se inicia con la construcción de polígonos regulares mediante una simple fórmula $(\frac{1}{2})^{n\leq 128<n}$: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$ ... punto de partida para tener una idea de lo que es la seriación aplicada al plegado en una hoja cuadrada al Trígono, Tetrágono, Pentágono, Hexágono, Heptágono, etc., luego se pasa a la construcción de los poliedros regulares.

En la geometría bidimensional primero se realizan trabajos de modelado o sea la etapa de geometrización, que, dependiendo del ciclo y nivel, desde la cardinalización por el número de lados de los polígonos para luego pasar a la matematización, iniciando con tablas de adición, y/o multiplicación según sea el requerimiento temático.

Del mismo modo se realizan actividades de Perímetro y Área mediante los diseños de contorno una vez construidas las figuras. Inclusive casi jugando con una especie de tangran, los aprendices ingresan a solucionar problemas complejos, casi sin darse cuenta de la complejidad por el aspecto lúdico que ofrece el recurso.

Para geometría tridimensional o del espacio, se usan los pasos didácticos de la geometría bidimensional, y se puede trabajar con Área y Volumen de los poliedros regulares según el nivel de aprendizaje, ciclo y grado de los aprendices. Los poliedros se construyen a partir de la triangulación de un círculo de papel y permiten visualizar de inmediato las áreas lateral y basal de cada poliedro, al ser armados, el volumen respectivo, creando sus propias fórmulas.

CONSTRUCCIÓN BIDIMENSIONAL POLIGONAL

Los primeros polígonos regulares más usuales

Construcción del polígono triangular equilátero

Para construir El *triángulo equilátero*, tomar el cuadrado de papel de cualquier tamaño que se desee y colocarlo en la posición que indica la (*Fig.* 1). Luego nombrar respectivamente, cada uno de los cuatro ángulos rectos con las letras "A", "B", "C" y "D".

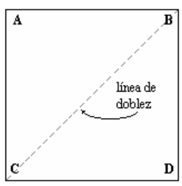


Fig. 1

Por los ángulos "A" y "B" doblar hacia abajo de modo que coincidan "A" con "C" y "B" con "D" (*Fig.* 2), y presionar con el dedo índice para obtener un doblez que sea la línea mediana.

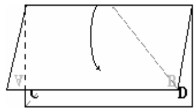


Fig. 2

Luego se la desdobla y se procede a marcar con las letras minúsculas "**a**", "**b**" (*Fig.* 3).

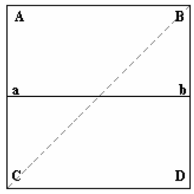


Fig. 3

Sobre la línea marcada por el doblez "**a**"—"**b**" (mediana del cuadrado "ABCD") llevar la punta del ángulo "B", iniciando otro doblez agudo en el vértice del ángulo "D", tal como indica la (*Fig.* 4), luego, pasar con el reverso de la uña del dedo pulgar en el pliegue resultante. Es importante que ese remarcado sea bien fuerte, pues ello facilitará el paso siguiente.

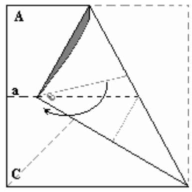


Fig. 4

Desdoblar el papel para tener nuevamente la posición inicial.

Con el cuadrado desdoblado vemos que se presenta un pliegue que parte del ángulo "D" hacia el lado opuesto "A"; "B", marcamos el punto "**d**" sobre el lado "A" "B" para determinar ese pliegue "D" "d". (*Fig.* 5).

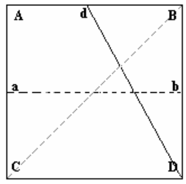


Fig. 5

Repetimos el procedimiento anterior, llevando el ángulo "A" sobre la mediana "**a**"—"**b**" (*Fig.*6) haciendo agudo el ángulo en "C" y también remarcamos con la parte posterior de la uña del dedo pulgar y, tenemos el pliegue "C", "c". (*Fig.* 6).

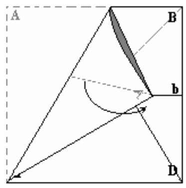


Fig. 6

Sin embargo, ahora ya no es necesario desdoblar el plegado, por el contrario se lo debe mantener en ese estado. Observamos que, hay una parte sobrante en forma de trapecio recto, sobre el filo "D", "d", como si fuera una a leta (*Fig.* 7), a la que llamaremos "S" en lugar de sobrante. Siguiendo el pliegue "D", "d", doblamos "S" sobre este pliegue y así concluimos con todos los pliegues del triángulo equilátero o ***Polígono triangular regular***.

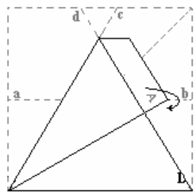


Fig. 7

Damos la vuelta al plegado y tenemos el polígono "DCE" listo (*Fig.* 8) para ser utilizado como patrón de trazado triangular, para crear otras formas geométricas, bordeando la ***Fig.* 6** misma con un lápiz o bolígrafo, cual si se tratara de un tangrán chino, como modelo que presentamos (*Fig.* 8a) que puede ser utilizado desde el nivel inicial coloreando, luego en el nivel primario con la cardinalidad del perímetro como veremos más adelante.

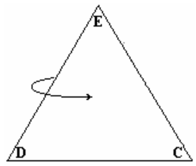


Fig. 8

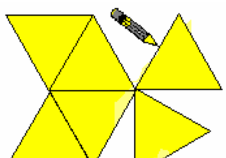


Fig. 8a

Construcción del pentágono.

Paso 1

Se toma la plantilla de la (*Fig.* 1) y, se la pliega por la diagonal "B", "C" (*Fig.* 11) colocándola en la posición indicada, luego se procede a nombrar los ángulos "**abc**" de la figura, así como sus catetos y la hipotenusa. En educación inicial, bastará indicar que son los nombres que recibe la figura por tener un ángulo recto en "c", posteriormente se explicará el por qué.

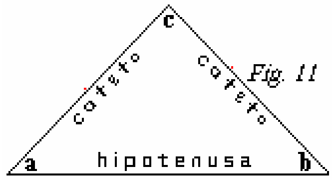


Fig. 11

Paso 2

Se lleva el ángulo agudo "**a**" doblando por el medio, sobre "**b**" (“**a/b**”) como si quisiéramos obtener un medio triángulo (*Fig.* 12), pero, apenas marcamos como unos 6 mm. presionando el papel. Y, desdoblamos la figura. Esa marca la resaltamos con el lápiz o bolígrafo y denotamos el "Punto Medio" "**PM**" (*Fig.* 13) que, en un futuro será el eje, a partir del cual se generará el plegado del polígono respectivo.

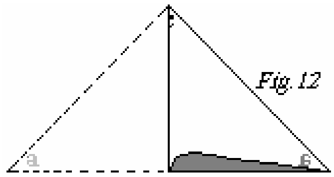


Fig. 12

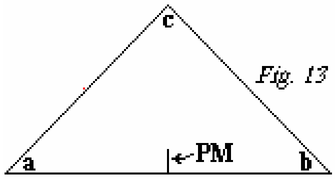


Fig. 13

Paso 3

En el cateto determinado por los ángulos "**a**" y "**c**", tomamos el ángulo agudo "**a**" y lo llevamos sobre el ángulo recto "**c**" e igual que en el "*paso 2*" (*Fig.* 14), marcamos como unos 6 mm. presionando con las uñas el canto del papel. Desdoblando la figura, resaltamos la marca con el lápiz o bolígrafo y, anotamos la mediatriz "$\frac{1}{2}$" (*Fig.*15)

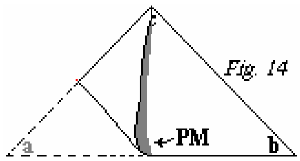


Fig. 14

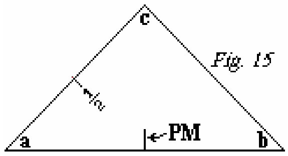


Fig. 15

Paso 4

Retomamos, el ángulo agudo "**a**" y lo llevamos sobre la marca de la mediatriz, (*Fig.* 16) y marcamos como en el "*paso 3*" con la yema de la uña del pulgar apenas unos 6 mm.. De este modo hemos obtenido otro punto mediatriz del segmento comprendido entre "**a**" y "$\frac{1}{2}$", al que llamaremos "cuartatriz $\frac{1}{4}$", que resulta ser el primer $\frac{1}{4}$ del cateto "**a—c**" (*Fig.* 17) como si todo el cateto se hubiera dividido en cuatro cuartos. Pero, lo llamaremos simplemente: "$\frac{1}{4}$"

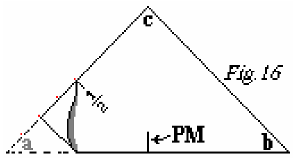


Fig. 16

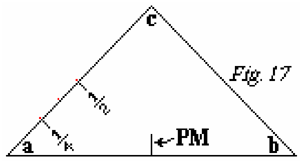


Fig. 17

Paso 5

Otra vez, tomamos el ángulo agudo "**a**" y con dirección al ángulo "**c**" llevamos la marca de la "cuartatriz $\frac{1}{4}$" y hacemos coincidir ese punto con la señal "$\frac{1}{2}$" del cateto "**a—c**" (*Fig.* 18).

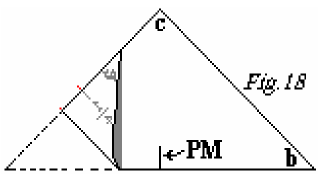


Fig. 18

Realizamos la respectiva marca de unos 6 mm. Luego desdoblamos y resaltamos la marca, obteniendo así, la mediatríz entre los puntos "$\frac{1}{4}$" y "$\frac{1}{2}$". A este nuevo punto lo denominamos "octatriz $\frac{1}{8}$" que vendría a ser el tercer $\frac{1}{8}$ del cateto "**a—c**" (*Fig.* 19) que hipotéticamente hemos dividido en ocho octavos, e igualmente lo llamaremos simplemente: "$\frac{1}{8}$"

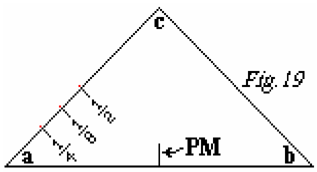
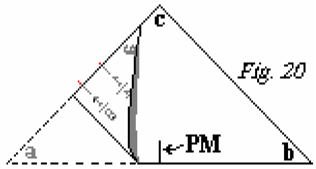
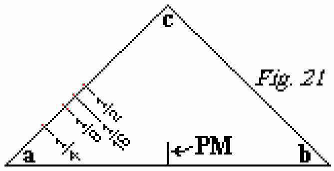


Fig. 19

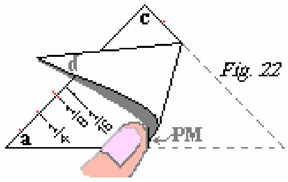
Paso 6

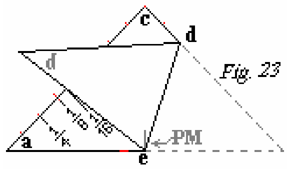
Nuevamente, tomamos el ángulo agudo "**a**" y con dirección al ángulo "**c**" llevamos la marca de la octatriz "$\frac{1}{8}$" y hacemos coincidir ese punto con el de "$\frac{1}{2}$" del cateto "**ac**" (*Fig.* 20). Realizamos la respectiva marca de unos 6 mm. Luego desdoblamos y resaltamos la marca, obteniendo así, la mediatriz entre los puntos "$\frac{1}{8}$" y "$\frac{1}{2}$". A este nuevo punto lo denominamos "$\frac{1}{16}$ dieciséisavatriz" que vendría a ser la séptima $\frac{1}{16}$ parte del cateto "**a—c**" (*Fig.* 21).



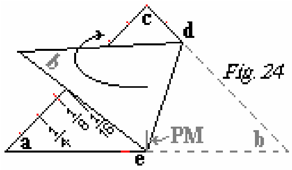


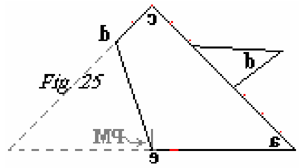
Paso 7
Presionando con el dedo índice de la mano izquierda en "**PM**" y tomando el ángulo "**b**" con la derecha (*Fig.* 22) se lo lleva sobre la marca "$\frac{1}{16}$", determinando así el pliegue "**d —e**" (*Fig.* 23).

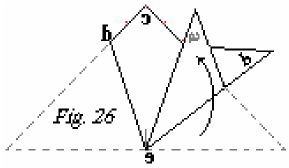


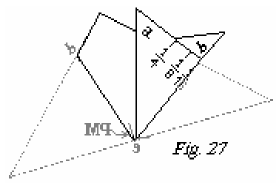


Paso 8
Después de ese refilado se da la vuelta al plegado (*Fig.* 24) y se tiene tal como se puede ver en (*Fig.* 25), donde el borde "**a—e**" parece señalar la *bisectriz* del ángulo "**e**". Realizamos un leve giro a la izquierda como muestra (*Fig.* 26) y obtenemos la posición deseada en (*Fig.* 27) para proceder a marcar la línea de lo que será el lado.



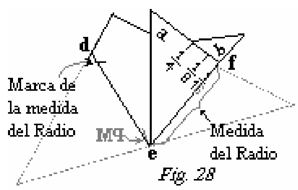


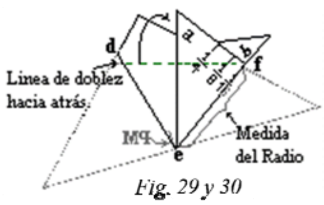




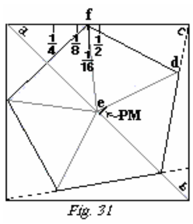
Paso 9

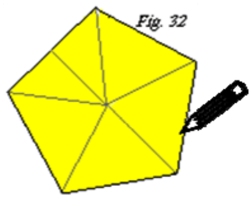
Luego del paso anterior, tomamos la medida del radio del polígono utilizando la distancia comprendida entre **"e y f"** y, marcamos al lado opuesto en "**e—d**" (Fig. 28). Señalamos la línea de doblez que se inicia un poco más abajo del punto **"d"** hacia **"f"** (Fig. 29). Por esta línea doblamos hacia atrás la parte superior sobrante (*Fig.* 30), remarcando con las uñas el filo "**d—f**" que viene a ser uno de los lados del polígono de estudio, hecho esto, colocamos ese nuevo borde "**d—f**" hacia abajo. Observamos que hemos construido un triángulo isosceles con los lados "**e—d**" y "**e—f**" iguales. Finalmente.





Desdoblamos el plegado y tenemos el pentágono regular (*Fig.* 31). La que después de doblar hacia adentro las partes sobrantes resulta como (*Fig.*32), con la que se puede realizar el trazado en el cuaderno de trabajo contornando con el lápiz el borde.



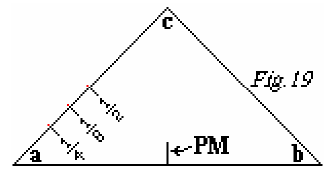


Problematizacíón.-
Si el lado del pentágono de la fig. 32 mide 2 cm. ¿Cuánto mide todo el contorno?
Aplicando la fórmula de Herón halla el área de uno de los triángulos y después el área total.

Construcción del Hexágono.-

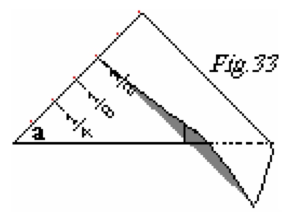
Paso 1

En la construcción del *hexágono*, se siguen los cinco primeros pasos de la construcción del pentágono, por lo tanto daremos inicio en el paso cinco determinado por (*Fig.* 19)

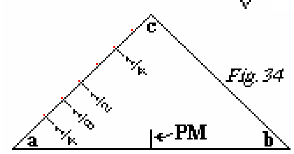


Una vez que se tiene el "*paso5*" de la construcción del pentágono, resulta mucho más sencillo construir el hexágono, pues, con los mismos procedimientos procederemos a marcar puntos en la parte derecha de la mediatriz "$\frac{1}{2}$", basando nuestro accionar en el razonamiento siguiente: si el lado del pentágono es mayor que el del hexágono y el pentágono, lo hemos construido determinando puntos en la parte izquierda de la mediatriz "$\frac{1}{2}$", esto implica que para el hexágono debemos utilizar la parte derecha de la mediatriz "$\frac{1}{2}$", siguiendo los procedimientos ya conocidos.

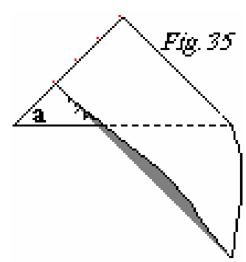
Paso 2



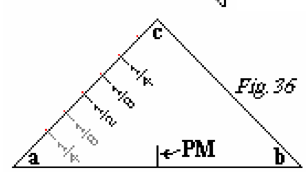
Los puntos determinados de la parte izquierda de la mediatriz "$\frac{1}{2}$" serán nuestros puntos referenciales para los siguientes pasos. Por tanto, tomamos el ángulo recto "**c**" y lo llevamos sobre la mediatriz "$\frac{1}{2}$" (*Fig.* 33) haciendo coincidir el borde del cateto "**b—c**" con la marca de "$\frac{1}{2}$" y procedemos a marcar presionando con la uña, como siempre unos 6 mm. Luego, desdoblamos el plegado y marcamos el punto "$\frac{1}{4}$" que viene a ser la mediatriz de la mediatriz "**a—c**". Si todo el cateto estuviera dividido en cuatro cuartos, éste sería el tercer "$\frac{1}{4}$" del mismo (*Fig.* 34).



Paso 4

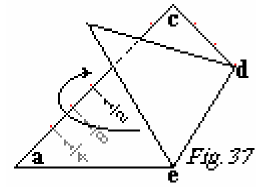


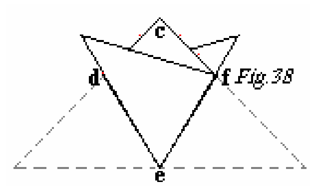
Nuevamente, tomamos el ángulo recto "**c**" y lo llevamos sobre el punto $\frac{1}{4}$ a la izquierda de la mediatriz "$\frac{1}{2}$" (*Fig.* 35), haciendo coincidir el borde del cateto "**b—c**" con la marca de "$\frac{1}{4}$" y procedemos a marcar presionando con la uña, con la medida ya conocida (6 mm), a continuación, desdoblamos el pliegue y tenemos para marcar el punto "$\frac{1}{8}$" u octatriz. Si el cateto "**a—c**" estuviera dividido en octavos, éste sería el quinto "$\frac{1}{8}$". Pero, lo tomamos apenas como punto referente, para facilitar la construcción del polígono hexagonal. Los otros puntos referenciales, están en gris para no confundirnos con los que estamos trabajando



Paso 5

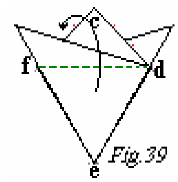
Tomamos el ángulo agudo "**b**" y lo llevamos sobre el punto "$\frac{1}{8}$" a la derecha de la mediatriz "$\frac{1}{2}$" (*Fig.* 37), haciendo coincidir el borde del cateto "**b—c**" con la marca de "$\frac{1}{8}$" y presionando con la uña, procedemos a refilar creando el borde o lado "**d—e**", a continuación, doblamos el pliegue hacia atrás y haciendo coincidir con el borde "**d—e**", igualmente lo refilamos con el reverso de la uña del pulgar y tenemos el lado "**e—f**" (*Fig*. 38).

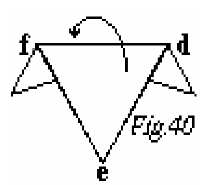


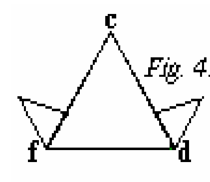


Paso 6

Con un bolígrafo sin tinta trazamos una línea recta desde "**f** "a "**d**" para determinar la línea del pliegue (*Fig.* 39) y doblamos hacia atrás por esa línea (*Fig.* 40). Ahora tenemos un triángulo equilátero "**f—e—d**", después, invertimos esa figura de modo que "**fd**", como base quede en posición horizontal (*Fig*.41) y comprobamos que tenemos un triángulo equilátero. Al desdoblar el plegado tenemos el hexágono regular construido







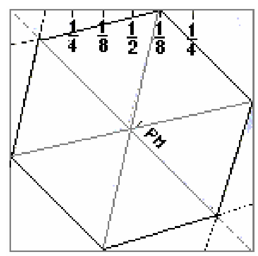


Fig. 42a

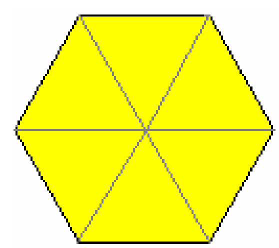
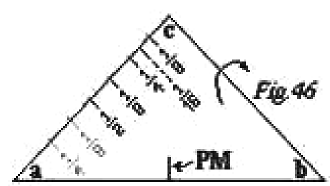


Fig. 42b

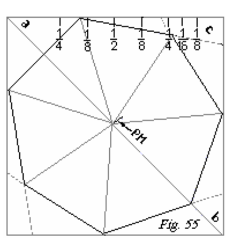
Construcción del Heptágono.

Con la construcción de los polígonos anteriores ya tenemos cierta experiencia, en consecuencia, construir el *heptágono*, resultará más fácil, los pasos ya conocidos y análogos para marcar los puntos referenciales hasta llegar al punto "$\frac{1}{16}$" de la Fig. 46



Siguiendo la modalidad del Pentágono y Hexágono tomamos el ángulo agudo "**b**" y lo llevamos sobre la marca del punto "$\frac{1}{16}$", haciendo coincidir el borde de la hipotenusa "**a—b**" Se refila, como en las Figs. 37 a 41

Desdoblamos el plegado y tenemos las Figs. 55 y 56.



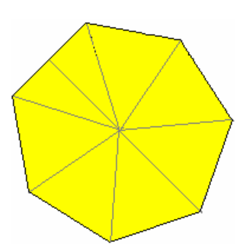
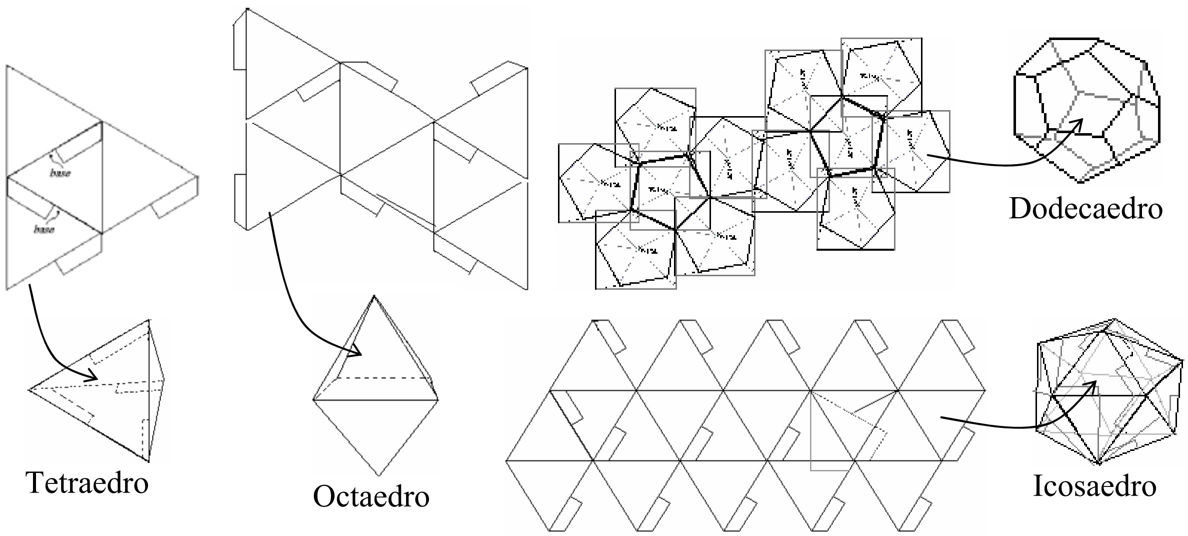


Fig. 56

CONSTRUCCION DE LOS POLIEDROS REGULARES

También por falta de espacio sólo presentaremos la planificación los respectivos poliedros, creemos que el armarlos no ofrecerá ninguna dificultad.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Martínez, A. y Rivaya, F. (1989). "*Una Metodología Activa y Lúdica para La Enseñanza de La Geometría*".Editorial. Síntesis Madrid, España.

Gran VOX. (1990) "*Diccionario de Matemáticas*" Bibliograf. SA Barcelona, España.

Marastroni M. (1980). "*Hagamos Geometría*" Ediciones Fontanela Madrid España.

Pacheco, O. (2000). "*El cuadrado un Rompecabezas*" Edit. CEPDI Santa Cruz, Bolivia.

Pacheco, O. (1992). "*Geommática-Enseñar Matemática Partiendo de la Geometría*" Edit. CEPDI Santa Cruz, Bolivia.

Smogorzhevski, A.S. (1967). "*La Regla en Construcciones Geométricas*" Editorial MIR Moscú.