

EL USO DE LA TECNOLOGÍA EN LA FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA: RETOS Y DIFICULTADES

Mar Moreno Moreno
(mmoreno@ua.es)





Recrear imágenes visuales de las ideas matemáticas

Facilitar la organización y análisis de datos

Realizar cálculos rápidos y precisos



ALGUNOS CONTEXTOS USO TECNOLOGÍA

<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/enlaces/enlaces.htm>

<https://illuminations.nctm.org/>

<http://roble.pntic.mec.es/~jarran2/geogebra/index.html>



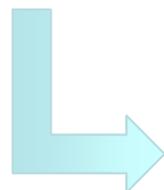
CURRICULUM ESPAÑOL:

[] Las herramientas tecnológicas, en particular el uso de **calculadoras** y **aplicaciones informáticas** como sistemas de algebra computacional o de geometría dinámica, pueden servir de ayuda tanto para la mejor **comprensión de conceptos** y la **resolución de problemas** complejos como para **el procesamiento de cálculos pesados**, sin dejar de trabajar la **fluidez** y la **precisión** en el cálculo manual simple.

INVESTIGACIÓN

LA TECNOLOGÍA DEBERÍA FAVORECER:

- La toma de decisiones
- Reflexión
- Razonamiento
- La resolución de problemas



Desarrollar la comprensión de conceptos básicos

Desarrollar la intuición sobre la resolución

Conectar modos de representación

(Dunham and Dick 1994; Sheets 1993; Boers-van
Oosterum 1990; Rojano 1996; Groves 1994)



ESTÁNDARES CURRICULARES NCTM:

¿CÓMO?



SE APRENDEN

¿QUÉ?



SE ENSEÑAN

¿CUÁNDO?

LA TECNOLOGÍA:

DESDIBUJA separación artificial entre tópicos en álgebra, geometría y análisis de datos

PERMITE a los estudiantes usar las ideas de un área de las matemáticas para entender mejor otra



¿CUÁL DEBERÍA SER EL PAPEL DEL PROFESOR?



PLANIFICAR

TOMAR DECISIONES

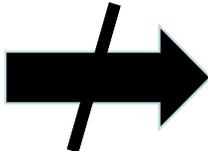
FAVORECER DESBLOQUEOS

GENERAR OPORTUNIDADES APRENDIZAJE

FAVORECER ACTIVIDAD MATEMÁTICA

(justificar, conjeturar, probar, razonar, generalizar)



“conocer”  “usar lo que se
conoce” en situaciones de aula.

USO TECNOLOGÍA EN EL CONTEXTO PROGRAMA
FORMACIÓN INICIAL PROFESORES MATEMÁTICAS
SECUNDARIA

DE LA FORMACIÓN  A LA INVESTIGACIÓN



En el contexto de la formación de profesores:

Se genera la cuestión del **papel** que desempeñan el **conocimiento** y las **creencias** sobre *la enseñanza y sobre el aprendizaje* de los estudiantes para profesor cuando están **aprendiendo a integrar los recursos tecnológicos en la enseñanza**.

(Wilson, Lee y Hollebrands, 2011; Tondeur, et al. 2012).

Simon y sus colegas (Tzur, Simon, Heinz y Kinzel, 2001; Simon y Tzur, 1999) caracterizaron el término "**perspectiva del profesor**" para referirse a:

estructura pedagógica de concepciones – conocimiento y creencias - que **organizan algunos aspectos de la práctica del profesor** y que podía condicionar sus posibilidades de aprendizaje.

POR TANTO:

- Dotar al estudiante para profesor de instrumentos para para aprender en el contexto del trabajo “más real posible”
- Proporcionar oportunidades aprendizaje que favorezcan cambio de creencias y concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas y el uso de la tecnología



¿CÓMO TRANSFORMAR LOS RESULTADOS DE INVESTIGACIONES EN CONTENIDO DE UN PROGRAMA FORMATIVO?

EL FORMADOR DEBE:

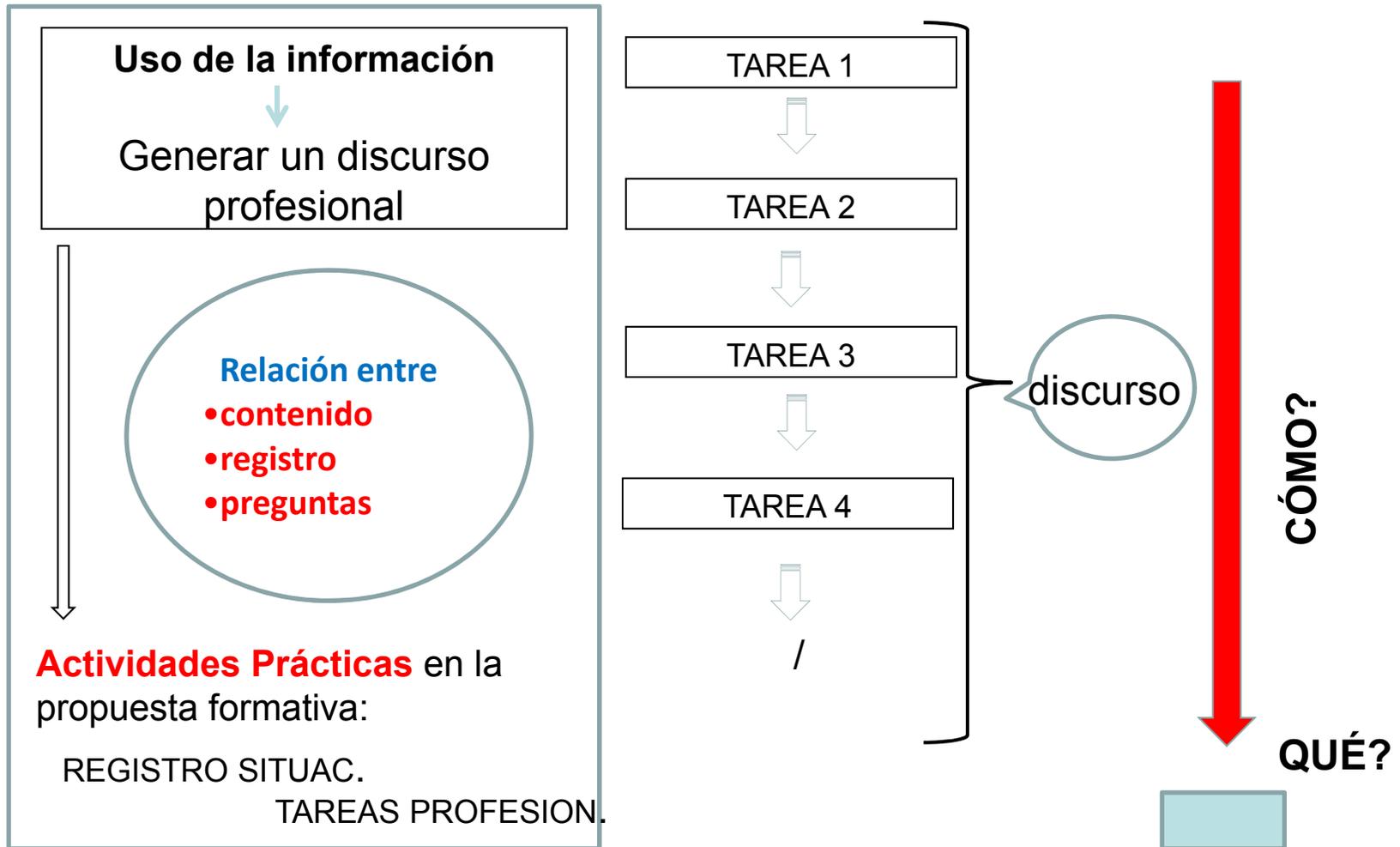
ORGANIZAR SITUACIONES DE APRENDIZAJE

QUE INCORPOREN:

- Contenidos
- Dotar de sentido
- Usar el conocimiento

REGISTROS DE LA PRÁCTICA

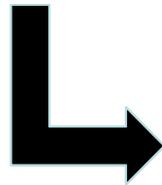




¿CÓMO ESTUDIANTES PARA PROFESOR DE MATEMÁTICAS USAN LA TECNOLOGÍA PARA APOYAR EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS?

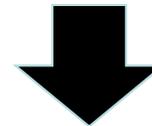
25 Estudiantes Profesor Secundaria (EPS)

DISEÑA MÓDULO DE FORMACIÓN



Planificaron una lección basada en la resolución de problemas usando recursos tecnológicos

¿QUÉ?



¿CÓMO?

PERSPECTIVAS



DISEÑO MÓDULO DE FORMACIÓN (EJEMPLO)



Analizar applets

Casos aula tecnología

Tecnología-Resolución problemas

Lápiz y papel

Tecnología

M02-PR4



Las planificaciones de las lecciones realizadas por cada EPS a partir de **un problema** de un **libro de texto** de Educación Secundaria que pudiera ser **modificado** para ser resuelto con tecnología

FASE 1:

Resolución problema
Análisis actividad matemática (Santos-Trigo y Camacho-Machín, 2009)

FASE 2:

Anticipar momentos claves resolución:

- Plantear nuevos retos
- Abordar desbloques
- Generar nuevo conocimiento



Análisis global



Papel tecnología

NUEVOS RETOS

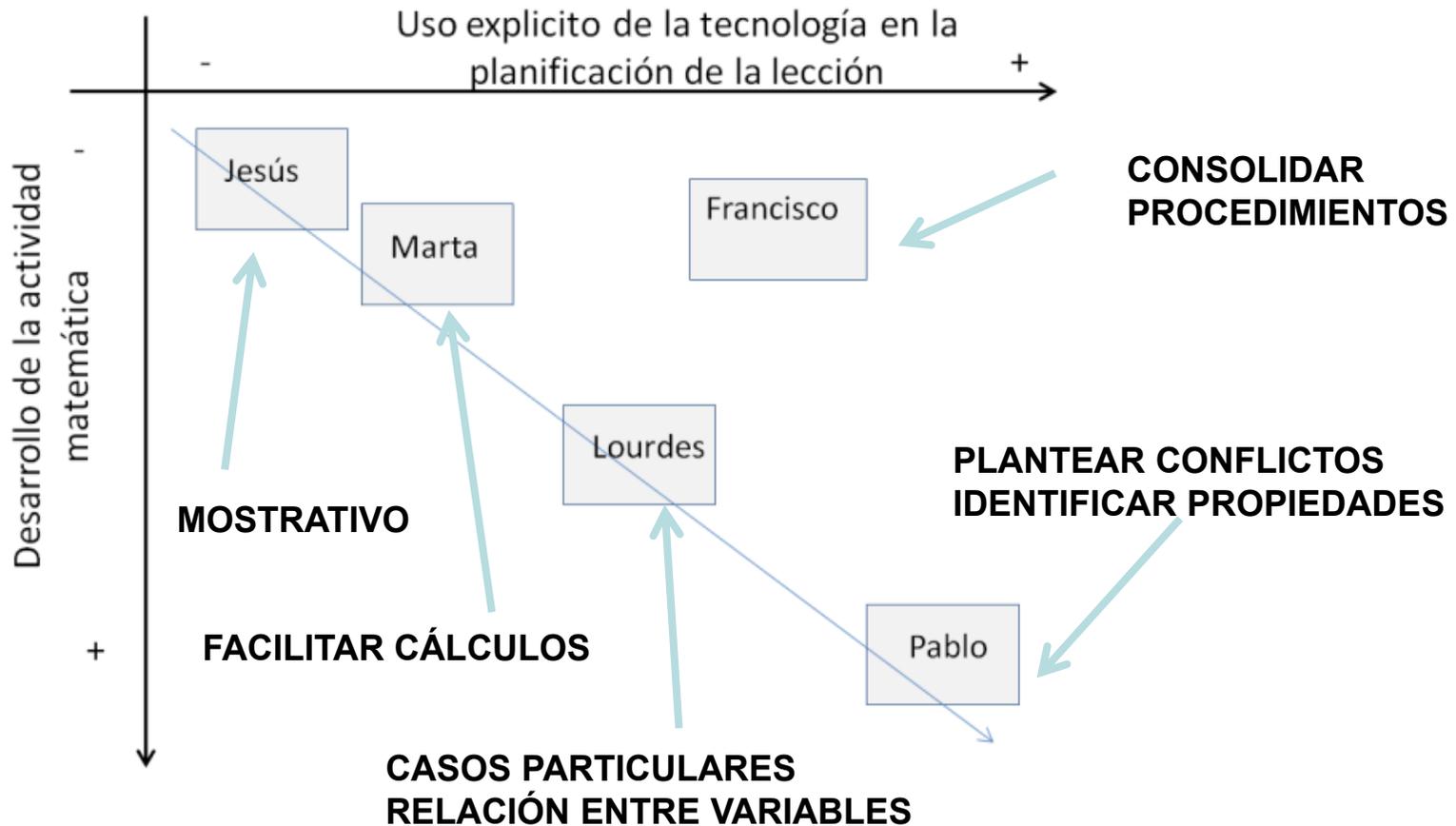
ABORDAR BLOQUEOS

**GENERAR EXTENSIONES
PROBLEMA**

Análisis particular

Identificar rasgos diferenciadores
sobre el uso de la tecnología





PERSPECTIVA 1

- Más atención al resultado que al proceso.
- Resolución correcta del problema.
- Poca atención a la actividad matemática.

PERSPECTIVA 2

- Se incide en la actividad matemática.
- Aprovechan el potencial de la tecnología.

[Enunciados](#)



PROBLEMAS

FRANCISCO (G1):

Dada la recta \bar{a} definida por los puntos $A(0,3)$ y $B(3,0)$:

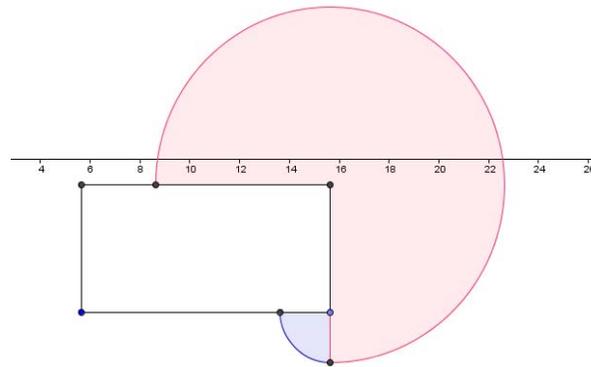
- *Dar la representación algebraica de la recta y su pendiente. Realizar esta parte de forma manual **y después con la aplicación GeoGebra** y **verificar** los resultados.*
- *Se da un punto $C(2,4)$. Definir por las coordenadas de sus vértices, el cuadrado de área mínima que tenga uno de sus lados en la recta \bar{a} y otro en el punto C . **Resolver con GeoGebra**. Determinar de forma manual el área de ese cuadrado y **verificar con GeoGebra**.*
- *Hallar los vértices de un cuadrado $HGIJ$ que tenga un lado en la recta \bar{a} , que contenga el punto C y cuyo área sea el doble que en el caso anterior. ¿Qué relación de semejanza hay entre el cuadrado inicial y el final?*



JESÚS (G1):

“En medio de un prado hay una cabaña rectangular que mide diez metros de largo y cinco de ancho. En una esquina de la cabaña está atado un caballo con una cuerda de 7 metros de longitud. Si el prado tiene un kilogramos de hierba por metro cuadrado:

- ¿Cuántos kilogramos de hierba podrá comer el caballo?
- Repita el proceso suponiendo que el caballo está atado en el centro del lado largo.



LOURDES (G1):

Al aumentar en dos centímetros el lado de un cuadrado, el área ha aumentado 24 cm^2 . ¿Cuál era el lado del cuadrado?

MARTA (G1):

Tenemos un triángulo de vértices $A(4, 9)$, $B(11, 10)$ y $C(9, 4)$:

- Comprueba que es un triángulo isósceles.
- Traza una recta paralela al lado desigual, pasando por $(7, 6)$. ¿Qué figura se forma? Determina los vértices de la figura y su área correspondiente.

PABLO (G1):

En un triángulo equilátero cuyo lado mide $10\sqrt{3} \text{ cm}$, calcula:

- La longitud de sus medianas.
- El radio de la circunferencia inscrita.
- El radio de la circunferencia circunscrita.

*Realiza el mismo procedimiento si uno de los lados mide 12 cm

PERSPECTIVA 1

FRANCISCO:

- Centra su atención descripción del procedimiento de construcción.
- Usa el software para comprobar los cálculos.

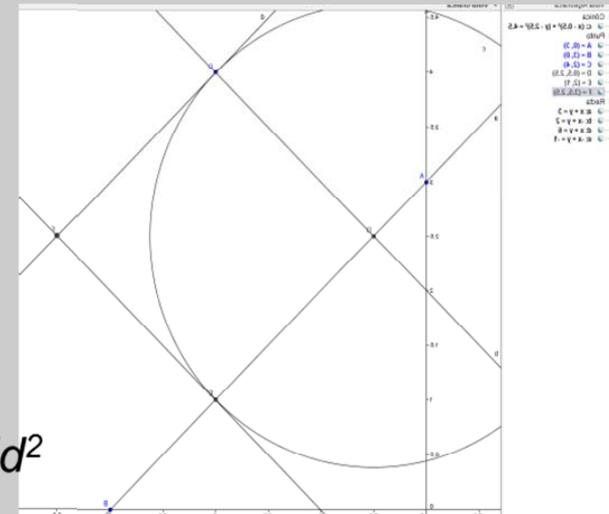
[...] Para determinar el área del cuadrado
.....necesito la distancia entre dos vértices que
conformen un lado. Para calcularlo de forma
manual: A(A1, A2), B(B1, B2)

$$\text{Distancia} = d = \sqrt{(B1 - A1)^2 + (B2 - A2)^2}$$

$$\text{Área} = d^2 \quad C(2,4), D(0.5,2.5)$$

$$\text{Distancia} = d = \sqrt{(4 - 2.5)^2 + (2 - 0.5)^2}$$

$$\text{Distancia} = 2,12 \text{ Ud.} \quad \text{Área} = 4,5 \text{ Ud}^2$$



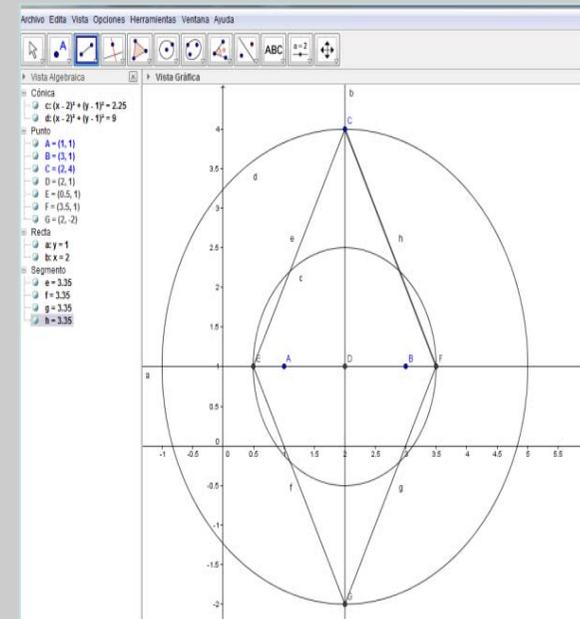
- La tecnología permite comprobar la resolución algebraica.
- Sobrevaloración del álgebra y del uso de fórmulas.

[]El alumno aplicando las formulas comentadas en la resolución del problema llega a una solución que después confirma utilizando el programa, de esta manera se refuerzan sus conocimientos conceptuales y procedimentales. Debe entender el procedimiento para poder generalizarlo a otros problemas, después. (Francisco)

Las extensiones a los problemas que conllevan aumentar las habilidades procedimentales.

[] Con este problema conseguimos lo siguiente:

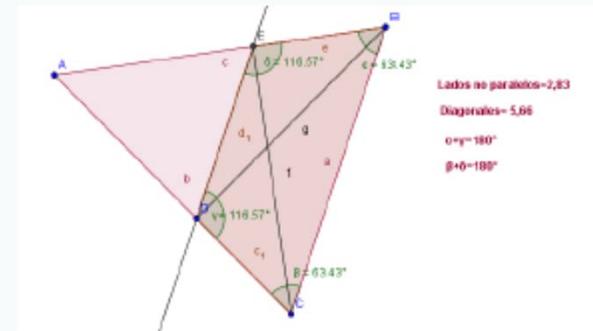
- Aumentar las habilidades procedimentales.
- Conocimiento de las características y propiedades del rombo.
- Conocimiento sobre la conexión entre triángulo y rombo.
- Conocimientos sobre el área del triángulo y del rombo.



MARTA:

- Representar gráficamente algún elemento matemático
- Justificar alguna de sus propiedades

[] Como podemos **observar** en la representación la figura que se obtiene al trazar la recta es un cuadrilátero, concretamente **un trapecio isósceles**. Veamos que efectivamente lo es



[] Tendrá que **calcular sus ángulos**, fijarse en las **medidas de sus lados** y **hacer las diagonales**.

Así observamos que la figura resultante es un trapecio, ya que:

- Tiene los lados no paralelos iguales (ambos miden 2.83)
- Tiene ángulos internos agudos y dos obtusos, que son iguales entre sí
- Las diagonales son congruentes (ambas miden 5.66) y
- La suma de los ángulos opuestos es de 180 grados.

Respecto al área del trapecio, se **calcula directamente** por la aplicación al considerar una **figura como polígono**, y ésta es de **12,8**.



1º Extensión

Las rectas $r : x - y + 1 = 0$; $s : x + y + 9 = 0$; $t : 4x - y - 14 = 0$ forman un triángulo ABC .

- Calcula las coordenadas de A , B y C .
- Halla el circuncentro del triángulo.
- Halla el área y el perímetro del triángulo. ¿De qué tipo de triángulo se trata?

[] Si tuvieran que resolver el problema a lápiz y papel sería un proceso algo lento y engorroso, y sin embargo con tecnología, se podría resolver en apenas cinco minutos.

1. Uso estático tecnología
2. Mantiene los objetivos iniciales tarea, es capaz de conectar conceptos próximos
3. No plantea preguntas que favorezcan la conjeturas
4. Las extensiones profundizan en el aspecto procedimental
5. No varía la demanda cognitiva de la tarea



PERSPECTIVA 2

LOURDES:

Paso 5: Crear la variable diferencia

Creamos la variable $dif = \text{polígono2} - \text{polígono1}$, que nos proporciona la diferencia entre las áreas del cuadrado ampliado y del cuadrado original

Paso 6: Mover el deslizador para encontrar la solución

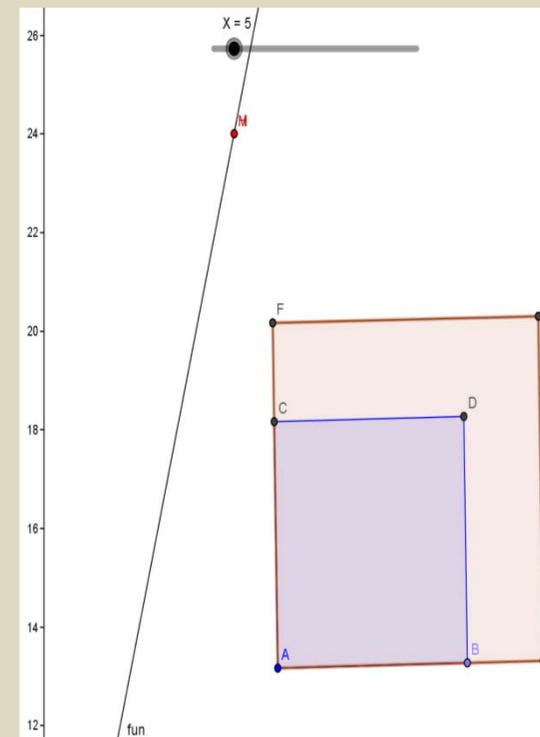
Movemos el deslizador hasta encontrar la solución al problema, que será el valor que tome el deslizador cuando $dif = 24$, que es $X = 5$. Por tanto, el lado del cuadrado original mide 5 cm y su área es 25 cm^2 , mientras que el lado del cuadrado ampliado mide 7 cm y su área es 49 cm^2 .

- Potencian la capacidad pensar en la resolución de problemas desde diferentes aproximaciones (competencia estratégica)
- La tecnología favorece el paso y conexión entre modos de representar y formas equivalentes de resolver el mismo problema.

[...]hemos obtenido la solución al problema utilizando GeoGebra. Podemos aprovechar el potencial de este programa para conducir hacia la expresión algebraica de la función diferencia de áreas y el planteamiento de la ecuación correspondiente al problema, y establecer conexiones entre diferentes resoluciones.

Paso 7: Construir la función diferencia de áreas, representarla y obtener la solución

*Paso 8: Relacionar el modelo dinámico con la representación gráfica de la función
 Para ver la relación entre el modelo dinámico construido y la representación gráfica de la función diferencia de áreas, creamos el punto $M = (X, fun(X))$. Este punto es uno de los puntos de la gráfica de la función dibujada, y se moverá a lo largo de la recta conforme se desplace el deslizador. Coincidirá con el punto H cuando el deslizador valga 5. Es otra manera de ver que el lado del cuadrado original mide 5 cm.*



Paso 9: Plantear la ecuación y resolverla

Finalmente, planteamos la ecuación $(x + 2)^2 - x^2 = 24$, a partir de la función diferencia de áreas, o la ecuación equivalente $(x + 2)^2 = x^2 + 24$, y la resolvemos: $4x + 4 = 24$; $4x = 20$; $x = 5$

De aquí también se deduce que el lado del cuadrado inicial mide 5 cm

- La extensión del problema promueve la generalización

Primera extensión: Un cuadrado se ha ampliado a un rectángulo, aumentando dos centímetros en longitud y cuatro centímetros en altura. El área ha aumentado 74 cm^2 . ¿Cuál era el lado del cuadrado?

Segunda extensión: Al aumentar en dos centímetros los catetos de un triángulo rectángulo isósceles, el área ha aumentado 26 cm^2 . ¿Cuál era el cateto del triángulo?

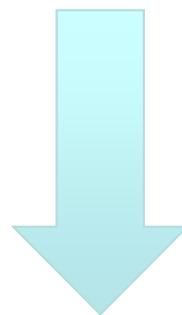


1. Aprovecha el dinamismo del software
2. Mantiene los objetivos iniciales tarea aunque ayuda a conectar modos de representación
3. Plantea preguntas que favorezcan la conjeturas, conduce a los alumnos a la generalización
4. Las extensiones pretenden conducir a la generalización (del cuadrado, al rectángulo, triángulo isósceles, etc.). Analizando propiedades comunes y diferentes.
5. Varía la demanda cognitiva de la tarea (uso un deslizador primera tarea; dos deslizadores segunda tarea, etc.)



- La forma en la que los EPS usan del recurso tecnológico para desarrollar actividad matemática en los estudiantes (mostrar, describir, comparar, inferir, relacionar, reestructurar,), pone de manifiesto las diferentes maneras de concebir el uso de los recursos tecnológicos para potenciar el aprendizaje.
- Dos perspectivas para situar a los EPS, según:
 - ✓ Uso de la tecnología (planificación de la lección) y
 - ✓ Justificación (desarrollo de actividad matemática)

Aprender a integrar la tecnología en la enseñanza de las matemáticas



proceso complejo

Para potenciar el desarrollo de la actividad matemática en los alumnos de secundaria



VARIABILIDAD PAPEL QUE LOS FUTUROS
PROFESORES OTORGAN AL USO DE LOS RECURSOS
TECNOLÓGICOS EN LAS SITUACIONES DE
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



CONOCIMIENTO

CREENCIAS

SOCIEDAD



EL USO DE LA TECNOLOGÍA EN LA FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA: RETOS Y DIFICULTADES

Mar Moreno Moreno
(mmoreno@ua.es)

