

Una ruta para el aprendizaje del álgebra

Viviana Uni Muñoz⁴

Resumen

El presente trabajo nació desde la reflexión sobre la manera como los estudiantes de grado octavo abordaron situaciones de pensamiento variacional en las diferentes pruebas de matemáticas presentadas periodo a periodo⁵ en el año 2006, en contraste con las actividades planeadas para el logro de sus aprendizajes. Dada la programación realizada al comenzar el año y su puesta en marcha centrada en la competencia de procedimientos algorítmicos, de alguna manera resulta coherente que en los resultados los estudiantes evidencien un mejor rendimiento en este aspecto y un rendimiento significativamente bajo en situaciones que requieren el uso del pensamiento variacional. La intención de compartir esta experiencia es someterla a la evaluación del lector para enriquecer la propuesta.

Revisión Teórica

Ya son varios los investigadores tanto nacionales como internacionales preocupados por este aspecto y como lo muestran sus investigaciones, la carencia de sentido en los estudiantes hacia la comprensión del álgebra no es un tema nuevo. Brown en 1988 al presentar los resultados de la evaluación de estudiantes norteamericanos concluía: *"los estudiantes de bachillerato parecen tener, en general, algún conocimiento de los conceptos básicos de la geometría y el álgebra. Sin embargo, los resultados de esta evaluación indican, como lo han mostrado otros resultados, que frecuentemente los estudiantes no son capaces de aplicar este conocimiento a situaciones de resolución de problemas y que tampoco parecen comprender muchas de las estructuras que están detrás de estos conceptos y habilidades"*

Según los resultados de las pruebas TIMMS (1997), los estudiantes de grado octavo respecto del álgebra tienen un buen desempeño en la identificación y uso de patrones si están en arreglos geométricos o gráficos pero es deficiente cuando están en arreglos numéricos (*Tabulares*) o situaciones expresadas en forma verbal (*lenguaje verbal* o natural). Junto con esto, no es nuevo escuchar de personas que ya pasaron por la secundaria el afirmar que pudieron trabajar álgebra en el colegio, pero no entendieron *por qué siempre se debía encontrar el valor de x* (Mason, 1990). Aun nuestros estudiantes en el colegio CAFAM no están distantes de este sentir.

Con lo anterior se hace explícito que existen dificultades que son comunes en nuestros estudiantes cuando se trata de la enseñanza del álgebra, pero también se hacen evidentes elementos que si son usados de forma diferente a la tradicional permitirán una mejor comprensión del tema a trabajar, me refiero al uso de las representaciones (gráficas, tabulares, simbólicas), para Duval (1999) las representaciones son vitales para la comprensión de un concepto, éstas son el dinamizador, el elemento que permite al individuo construir y expresar los conceptos construidos. Según Duval (1999), el funcionamiento cognitivo en sus actividades de aprehensión conceptual, de razonamiento o de

⁴ Profesora del colegio Cafam. Correo electrónico vivianauni@gmail.com

⁵ En el colegio CAFAM (Bogotá) se realizan pruebas bimestrales y se aplican al finalizar cada periodo, estas son un instrumento para medir los logros alcanzados en cada materia. Hay 10 cursos de grado octavo con un promedio de 42 estudiantes por curso.



A S O C O L M E

ASOCIACION COLOMBIANA DE MATEMATICA EDUCATIVA

compresión de enunciados es dependiente de la existencia de una pluralidad de registros semióticos, de representaciones semióticas. Las representaciones semióticas son producidas por el empleo de signos, enunciados en lenguaje natural, formulas algebraicas, gráficas, figuras, entre otras.

Duval da dos argumentos para explicar por qué las representaciones semióticas y su pluralidad son fundamento en las representaciones mentales, ideas que un individuo construye sobre un objeto matemático. Argumento (1) No hay comprensión en matemáticas sino se distingue un objeto de su representación, entonces no es posible confundir a los objetos matemáticos con sus representaciones, si esto último llega a ocurrir, los conceptos adquiridos se hacen rápidamente inutilizables por el contexto, por ser una representación inerte que no sugiere representación. Argumento (2) la existencia de representaciones mentales (Duval, 1999) que son comunicadas a través de las representaciones semióticas son el medio por el cual el individuo exterioriza sus representaciones mentales.

Entonces la matematización de una disciplina se caracteriza por el recurso a sistemas semióticos diferentes al del lenguaje natural como por ejemplo el de representaciones gráficas, lenguajes formales, tablas, figuras. Consecuentemente las representaciones semióticas se convierten en el elemento dinamizador e indispensable en el diseño de las actividades que se propusieron.

Desde el referente teórico de Duval se explica en el presente trabajo la propuesta de Mason et. al. (1999), quienes proponen la iniciación al álgebra por medio de situaciones donde el estudiante debe *Ver, Describir y Expresar* sus hipótesis dada una situación y la manera de comunicar estos tres pasos es por medio de las representaciones. Masón et., proponen la iniciación al álgebra como el recorrido de *cuatro raíces si lo que se ve son las ideas primitivas que conducen al álgebra o cuatro rutas si se ven como las señales que al seguirlas conducen al álgebra*. Estas cuatro rutas o raíces son: Generalidad, Reordenamiento y Manipulación, Posibilidades y Restricciones y Aritmética generalizada; es de destacar que estas rutas o raíces inician desde los conocimientos intuitivos de los estudiantes para ir construyendo las bases conceptuales del álgebra. En si el libro no propone una ruta para la enseñanza del álgebra, es decir una planeación donde se encuentre una jerarquía de actividades que encaminan hacia la comprensión del álgebra, sino que identifica el propósito y la naturaleza del álgebra, estudia las diferentes líneas de desarrollo del trabajo aritmético y las ideas generales que sustentan el pensamiento algebraico.

Todas las producciones antes mencionadas se articulan con lo que el MEN (2006) propone para el desarrollo del pensamiento variacional dándose origen al *el estudio de regularidades y la detección de los criterios que rigen esas regularidades o reglas de formación para identificar el patrón que se repite periódicamente*. Es por esto que el instrumento de clase debe contener actividades de generalización que *incluyan patrones geométricos, numéricos y gráficos, cuando el estudiante visualiza, explora y manipula* los patrones puede pasar a una representación algebraica (formulas o algoritmos) construyendo un aprendizaje significativo y comprensivo de los sistemas algebraicos.

Metodología utilizada

A la luz de la articulación que se hace en el colegio CAFAM de la investigación formativa a la práctica pedagógica, se dio el espacio para reformular la planeación curricular y la mediación en las clases de matemáticas para grado octavo en el año 2007, dando lugar a la pregunta de investigación ***¿Qué actividades de aprendizaje se deben diseñar y cómo mediar para lograr que el estudiante de grado octavo use con sentido las diferentes representaciones (gráficas, tabular, pictórica, simbólico etc.) de situaciones de variación?***

Esta pregunta de investigación además exhibe la necesidad de articular actividades de forma consciente y coherente a la luz de los organismos que regulan la planeación curricular para nuestra educación colombiana y desde la formación profesional que como docente adquirí en la universidad; es por esto que el objetivo general es diseñar actividades que permitan al estudiante cargar de sentido las

representaciones (verbal, gráficas, tabular, pictórica, simbólico etc.) de situaciones de variación, para propiciar en ellos un aprendizaje significativo del álgebra. Como objetivos específicos se busca donde los estudiantes tengan un aprendizaje significativo del álgebra y específicamente: (1) Fomentar los procesos de generalización como estrategias de aprendizaje para los estudiantes y (2) enriquecer el quehacer docente desde la reflexión sobre la mediación para el aprendizaje del álgebra de grado octavo.

El logro de los objetivos propuestos, se fundamenta en referentes teóricos, epistemológicos y didácticos como Masón (1999), Grupo Pretexto (2000), Enfoque del área de matemáticas (2006), documentos de autoformación del COLEGIO CAFAM relacionados con el desarrollo de la autonomía y los resultados de las pruebas TIMMS (1998). Con esta información la docente investigadora como programadora y ejecutante de matemáticas en grado octavo diseñó una secuencia de actividades para dar soluciones a las dificultades presentadas el año anterior con relación a la ausencia de significado que manifiestan los estudiantes sobre el uso de expresiones algebraicas y operaciones entre ellas, dificultad para relacionar y explicitar sus conocimientos previos con los que construyen en cada nueva clase y a la vez dificultad para comunicar sus producciones sobre el trabajo logrado en la clase, es decir dificultad en el uso de representaciones como parte de la comunicación. Además de los logros que se persiguen con los estudiantes, es propósito personal enriquecer el proceso de mediación, ya que las actividades planeadas no solo ejecutadas por el docente programador sino por otros profesores⁶.

Actividades

Las actividades tratan situaciones no solo de tipo geométrico y tabular sino también desde lo verbal y numérico, esto como respuesta al marco teórico *Rutas y Raíces al álgebra* (Masón, 1999) y lo estipulado por el MEN (2006)⁷. Las actividades propuestas son diseñadas teniendo en cuenta tres pasos del proceso de generalización: la observación, la descripción y la escritura, como estrategia para que el estudiante construya una ruta de aprendizaje hacia el álgebra. Se buscando construir un lenguaje que le permite comunicar y expresar generalidad; así el desarrollo de cada actividad está pensada en un primer momento para **ver**, donde identifica patrones en lo geométrico y gráfico; por ejemplo al preguntar por un número par, el estudiante responde con un caso particular 2, 4, 6, etc. En un segundo momento el **describir**, hace uso del **lenguaje verbal** o natural, es decir, expresa con sus palabras lo que es común en la situación, para los números pares, el estudiante habla sobre las cualidades que hacen que sea número par, el cómo consigue un número par dado otro número. Y, finalmente la **escritura**, este último paso es el desprendimiento de lo particular (8 es un ejemplo particular de un número par) a lo general, llegar a la representación simbólica de un número par como **2n**, en este paso el estudiante comunica las características propias de una situación y se establece un lenguaje en la clase.

La secuencia de actividades diseñadas se vive dentro de una sesión de clase de 90 minutos en distintos momentos así: (1) Trabajo individual, donde se propone a los estudiantes situaciones o preguntas que los llevan activar sus conocimientos previos y a ponerlos en relación con nueva información o con nuevos tipos de ejercicios y problemas; (2) Trabajo en grupo, aquí los estudiantes comparten sus producciones del trabajo individual, mediante la confrontación de sus concepciones nacidas allí desde la actividad y resuelven nuevos retos que los involucran como grupo; finalmente, en el tercer momento (3) se hace una socialización con todo el grupo con y la mediación del docente se institucionalizan

⁶ Los profesores que no realizan la programación, son llamados ejecutantes.

⁷ En acciones como Observar, Explorar y Manipular se basa el proceso de generalización, estos tres términos son usados por Masón en el texto *Pensar Matemáticamente*, como las acciones tangibles y "acertadas" que llevan al estudiante a desarrollar su pensamiento matemático. En el libro de Rutas Y Raíces estas acciones están incluidas en la observación, descripción y escritura, pero estas últimas dan cuenta además del ejercicio de registrar y hacer paso de una representación a otra.



A S O C O L M E

ASOCIACION COLOMBIANA DE MATEMATICA EDUCATIVA

principios como consecuencia del hacer matemático. Este recorrido en el desarrollo de las clases sustenta la concepción de las matemáticas como una actividad social.

Las actividades diseñadas hacen un recorrido por las raíces *Expresión de generalidad*, aquí las situaciones fueron de tipo numérico y gráfico. En "*Construir Expresiones Y Deshacerlas*" y "*Manipular Expresiones*" se diseñaron los talleres PIENSE UN NUMERO (PEUN), en el primero se hace uso del programa Excel, donde los niños dada una tabla ingresan un número y obtienen un resultado, ellos acuden a la exploración inicial, crean hipótesis y las prueban ingresando nuevamente valores, comparan con sus compañeros y proponen nuevas "formulas" o "trucos" para controlar el resultado final. Con esta actividad se promueve en los estudiantes el *Cálculo Mental*.

A continuación se diseñaron dos talleres donde el objeto matemático es el perímetro y área, y la mediación gira en torno al proceso de generalización, los estudiantes construyen las fichas del juego PENTOMINOS y en un segundo momento con el juego componen rectángulos, analizando los cambios que presentan el perímetro y el área. Esta actividad es institucionalizada en un segundo taller donde expresiones como $a \cdot b$, a^2 son determinadas por los estudiantes como la representan el área de rectángulos y su perímetro como $2(a + b)$, $4a$. Igualmente establecen el uso significativo de propiedades.

Conclusiones

Teniendo en cuenta que la investigación formativa es un proceso permanente, damos a conocer algunos resultados parciales como consecuencia de la implementación de 6 talleres con 18 cursos durante el año 2007 y el primer semestre de 2008: (1) Los resultados obtenidos en las pruebas bimestrales han permitido evidenciar un mejor desempeño en el logro de comunicación matemática en relación con el año anterior. (2) Los niños mostraron experticia en el cálculo mental, pues en la participación en el día de las matemáticas en el año 2007 eran capaces de identificar el error que cometían estudiantes de otros grados, superiores e inferiores a octavo, cuando al hacerles el juego PEUN se equivocaban. (3) En la articulación que se hace con el siguiente año escolar, las programaciones de octavo y noveno por tener estándares comunes, permitió profundizar en unos específicamente en cada grado y establecer una secuencia entre los dos grados.

Bibliografía

MEN (2006) Estándares básicos en competencias En lenguaje, Matemáticas Ciencias y Ciudadanas.

MEN. Bogotá, Colombia.

DUVAL, R. (1999). Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes intelectuales. Cali Colombia. Universidad del Valle.

MASONJ. (2000). Rutas y Raíces al Algebra. Traducción de Cecilia Agudelo Valderrama. Bogotá. Editorial Universidad Pedagógica Nacional de Colombia.

MEN (1997). Análisis y Resultados de las pruebas de matemáticas. TIMSS Colombia
