

## Actividad en la Modelación Matemática



Red Colombiana de modelación en Educación Matemática  
Paula Rendón-Mesa; Mónica Parra-Zapata; Juan Molina;  
Jonathan Sánchez Cardona, María Camila Ocampo

## Contenido

- ¿Qué y por qué de la modelación?
- Ejemplo
- Actividad matemática
- Sentido de realidad y Actividad de descubrimiento
- Consideraciones finales

## Modelación matemática

Puede considerarse como una manera de diseñar, abordar y pensar en **otro sistema**, **en este caso matemático**, los elementos que se hacen conscientes de **otro sistema**. Éste puede ser existente en el mundo o puede ser creado aunque no ocurra naturalmente.

Lesh & Caylor (2007)

## ¿Qué no es modelación matemática en Educación Matemática

- Panacéa-receta
- Solo una construcción de una representación
- Solo un “acto cognitivo” de traducción entre sistemas.

## Aspectos que se reconocen en la modelación matemática

- Ayudan a los estudiantes a comprender mejor los contextos en los cuales se desenvuelven,
- Apoyan el aprendizaje de las matemáticas (motivación, la comprensión, entre otros),
- Promueven el desarrollo de algunas competencias y actitudes adecuadas hacia la matemáticas,
- Contribuyen a una visión adecuada de las matemáticas.

## Consideraciones educativas

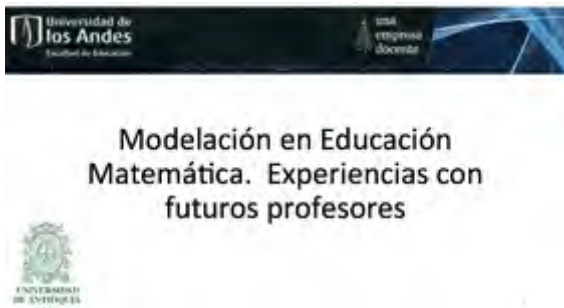
- Método de investigación
- Ambiente de aprendizaje
- Metodología de enseñanza
- Competencia
- Proceso
- Como manera de crear matemática (Lesh & Caylor, 2007)

¿Se pueden valorar las “situaciones de modelación matemática” por la **producción matemática** implicada en ellas?

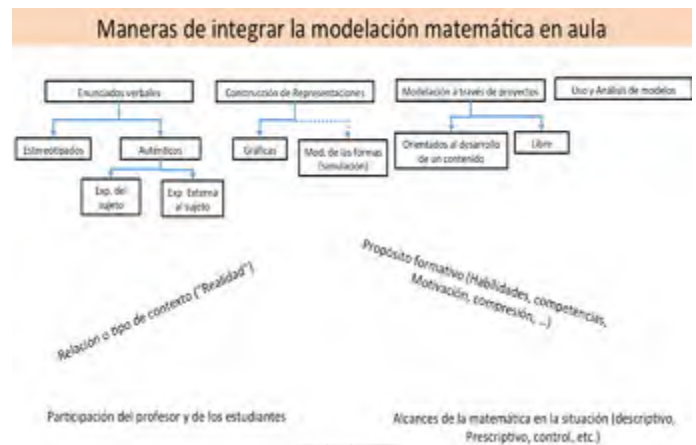
“...por la **actividad matemática** en ella implicada”

¿Qué actividad(es) matemática(s) se involucra(n) en la modelación matemática?

Pesar solo en la **actividad de producir y validar modelos** sería como pensar en que la actividad de un matemático (“puro”) sería solo la **de demostrar teoremas**.



<https://goo.gl/7VhwqJ>



Participación del profesor y de los estudiantes

Alcances de la matemática en la situación (descriptivo, Prescriptivo, control, etc.)

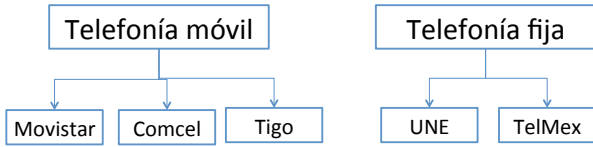
## Variables

Telefonía móvil

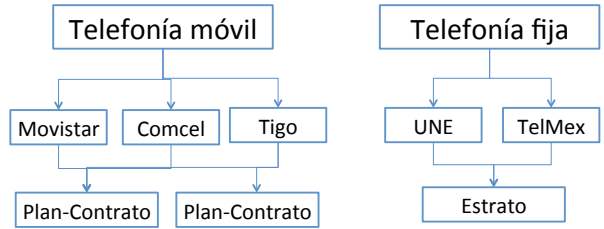
Telefonía fija

¿Qué tan costoso es hablar por teléfono?

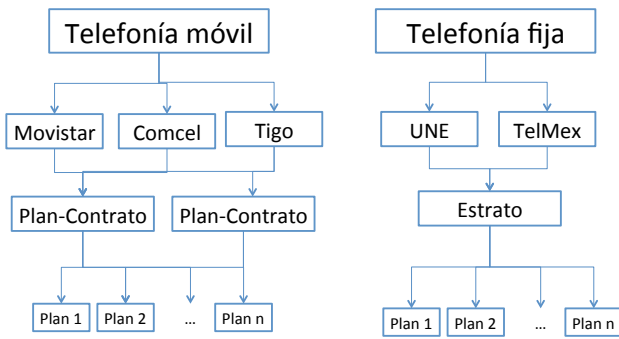
# Variables



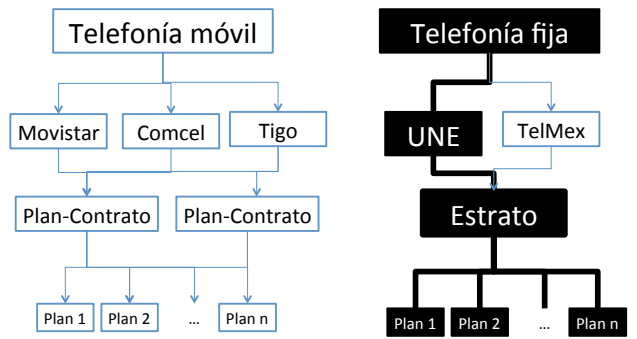
# Variables



# Variables



# Variables



<http://www.une.com.co/saladeprensa/index.php/noticias/une-epm-telecomunicaciones/901-con-la-nueva-factura-de-une-todo-es-mas-facil.html> consultada el 02 -11-2011



<http://www.une.com.co/saladeprensa/index.php/noticias/une-epm-telecomunicaciones/901-con-la-nueva-factura-de-une-todo-es-mas-facil.html> consultada el 02 -11-2011

Estrato 2			Estrato 2		
Producto	Individual	Paquete	Producto	Individual	Paquete
Ilimitado	\$39,440	\$39,440	Ilimitado	\$40,948	\$40,948
Plan 100 Min	\$13,328	\$13,328	Plan 100 Min	\$14,082	\$14,082
Plan 300 Min	\$13,298	\$13,298	Plan 300 Min	\$14,906	\$14,906
Plan 1000 Min	\$36,436	\$36,436	Plan 1000 Min	\$37,944	\$37,944
Plan 600 Min	\$27,477	\$28,811	Plan 600 Min	\$28,985	\$30,319
Plan 5000 Min	\$69,020	\$69,020	Plan 5000 Min	\$70,528	\$70,528

Estrato 3			Estrato 4		
Producto	Individual	Paquete	Producto	Individual	Paquete
Ilimitado	\$46,980	\$46,980	Ilimitado	\$46,980	\$46,980
Plan 100 Min	\$17,394	\$17,394	Plan 100 Min	\$17,294	\$17,294
Plan 300 Min	\$21,307	\$21,307	Plan 300 Min	\$21,307	\$21,307
Plan 1000 Min	\$44,788	\$37,841	Plan 1000 Min	\$44,788	\$37,841
Plan 600 Min	\$35,657	\$26,824	Plan 600 Min	\$35,657	\$26,824
Plan 5000 Min	\$76,560	\$76,560	Plan 5000 Min	\$76,560	\$76,560

Estrato 5			Estrato 6		
Producto	Individual	Paquete	Producto	Individual	Paquete
Ilimitado	\$50,999	\$50,999	Ilimitado	\$50,999	\$50,999
Plan 100 Min	\$17,690	\$17,690	Plan 100 Min	\$17,690	\$17,690
Plan 300 Min	\$21,676	\$21,676	Plan 300 Min	\$21,676	\$21,676
Plan 1000 Min	\$46,800	\$38,822	Plan 1000 Min	\$46,800	\$38,822
Plan 600 Min	\$36,289	\$27,297	Plan 600 Min	\$36,289	\$27,297
Plan 5000 Min	\$82,546	\$82,546	Plan 5000 Min	\$82,546	\$82,546

Tarifas consultadas directamente desde la pagina web de la Empresa UNE el día 15 de mayo de 2011

### Estrato 3

Producto	Individual	Paquete
Ilimitado	\$46,980	\$46,980
Plan 100 Min	\$17,394	\$17,394
Plan 300 Min	\$21,307	\$21,307
Plan 1000 Min	\$44,788	\$37,841
Plan 600 Min	\$35,657	\$26,824
Plan 5000 Min	\$76,560	\$76,560

Tarifas consultadas directamente desde la pagina web de la Empresa UNE el día 15 de mayo de 2011

## UNE comunicaciones

Adicionalmente en cada plan y cada estrato los minutos adicionales, es decir que exceden el plan, tiene un costo relativo a la rango en el cual se sobre pase.

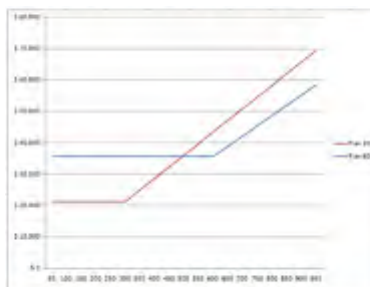
Por ejemplo, para el estrato 3 cada minuto adicional al plan 300 Min el costo del minuto adicional es de \$74; en el plan 600 Min el minuto adicional cuesta \$65.

## Algunos modelos de la situación

Estrato 3		
Consumo	Plan 300	Plan 600
50	\$ 21.307	\$ 35.657
100	\$ 21.307	\$ 35.657
150	\$ 21.307	\$ 35.657
200	\$ 21.307	\$ 35.657
250	\$ 21.307	\$ 35.657
300	\$ 21.307	\$ 35.657
350	\$ 25.007	\$ 35.657
400	\$ 28.707	\$ 35.657
450	\$ 32.407	\$ 35.657
500	\$ 36.107	\$ 35.657
550	\$ 39.807	\$ 35.657
600	\$ 43.507	\$ 35.657
650	\$ 47.207	\$ 38.907
700	\$ 50.907	\$ 42.157
750	\$ 54.607	\$ 45.407
800	\$ 58.307	\$ 48.657
850	\$ 62.007	\$ 51.907
900	\$ 65.707	\$ 55.157
950	\$ 69.407	\$ 58.407

## Algunos modelos de la situación

Estrato 3		
Consumo	Plan 300	Plan 600
50	\$ 21.307	\$ 35.657
100	\$ 21.307	\$ 35.657
150	\$ 21.307	\$ 35.657
200	\$ 21.307	\$ 35.657
250	\$ 21.307	\$ 35.657
300	\$ 21.307	\$ 35.657
350	\$ 25.007	\$ 35.657
400	\$ 28.707	\$ 35.657
450	\$ 32.407	\$ 35.657
500	\$ 36.107	\$ 35.657
550	\$ 39.807	\$ 35.657
600	\$ 43.507	\$ 35.657
650	\$ 47.207	\$ 38.907
700	\$ 50.907	\$ 42.157
750	\$ 54.607	\$ 45.407
800	\$ 58.307	\$ 48.657
850	\$ 62.007	\$ 51.907
900	\$ 65.707	\$ 55.157
950	\$ 69.407	\$ 58.407



## Algunos modelos de la situación

Estrato 3		
Consumo	Plan 300	Plan 600
50	\$ 21.307	\$ 35.657
100	\$ 21.307	\$ 35.657
150	\$ 21.307	\$ 35.657
200	\$ 21.307	\$ 35.657
250	\$ 21.307	\$ 35.657
300	\$ 21.307	\$ 35.657
350	\$ 25.007	\$ 35.657
400	\$ 28.707	\$ 35.657
450	\$ 32.407	\$ 35.657
500	\$ 36.107	\$ 35.657
550	\$ 39.807	\$ 35.657
600	\$ 43.507	\$ 35.657
650	\$ 47.207	\$ 38.907
700	\$ 50.907	\$ 42.157
750	\$ 54.607	\$ 45.407
800	\$ 58.307	\$ 48.657
850	\$ 62.007	\$ 51.907
900	\$ 65.707	\$ 55.157
950	\$ 69.407	\$ 58.407



*Si se asume el consumo como una variable continua*

$$f(x) = \begin{cases} 21.307 & \text{si } x \leq 300 \\ 21.307 + (x - 300) \times 74 & \text{si } x > 300 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 35.657 & \text{si } x \leq 600 \\ 35.657 + (x - 600) \times 65 & \text{si } x > 600 \end{cases}$$

**Energía**

ENERGÍA MDO REGULADO

CONTRATO: 007463

CL 51 CA DE 208 291 UNID 205 1

EPDM

Empresas Públicas de Medellín E.S.P.

Gas

GAS NATURAL REGULADO

EPDM

Empresas Públicas de Medellín E.S.P.

100

**Energía**

ENERGÍA MDO REGULADO

1. ELABORAR INFORMACIÓN DEL SUPLENTE DE SERVIDOR EL DIA DE TENDIMIENTO

APROBACIÓN BÁSICA

CONTRATO: 007463

CL 51 CA DE 208 291 UNID 205 1

EPDM

Empresas Públicas de Medellín E.S.P.

TOTAL ENERGÍA MDO REGULADO \$ 48.806,21

TOTAL ENERGÍA \$ 48.806,21

Ministerio de Minas y Energía

**COMISIÓN DE REGULACIÓN DE ENERGÍA Y GAS**

**RESOLUCIÓN No. 119 DE 2007**

( 21 DE 2007 )

Por la cual se aprueba la fórmula tarifaria general, que permite a los Comercializadores Minoristas de electricidad establecer los costos de prestación del servicio a usuarios regulados en el Sistema Interconectado Nacional.

**LA COMISIÓN DE REGULACIÓN DE ENERGÍA Y GAS**

En ejercicio de sus facultades legales, en especial de las conferidas por las Leyes 142 y 143 de 1994 y en desarrollo de los Decretos 1524 y 2253 de 1994,

**CONSIDERANDO:**

Que el Artículo 73.11 de la Ley 142 de 1994 autorizó a la Comisión de Regulación de Energía y Gas la facultad de establecer las fórmulas para la fijación de las tarifas del servicio público domiciliario de energía eléctrica;

Que la Ley 143 de 1994, en particular el artículo 23, asignó a la Comisión la función de aprobar las fórmulas tarifarias y las metodologías para el cálculo de las tarifas aplicables a los usuarios regulados.

Ministerio de Minas y Energía

**Artículo 6. Costo máximo de traslado de compra de energía para la potencia Gas de la transición,  $(\bar{U}_{m,t})$ .** Hasta tanto se empiece a liquidar las transacciones del Mercado Organizado Regulado, el costo máximo de compra de energía al usuario final regulado se determinará de conformidad con la siguiente expresión:

$$\bar{U}_{m,t} = \bar{Q}_{m,t-1} \cdot (H_{t-1} \cdot P_{t-1} + (1 - H_{t-1}) \cdot MC_{m,t-1}) \cdot (1 - Q_{m,t-1}) \cdot P_{m,t-1} + \bar{U}_{m,t-1}$$

Donde:

$$\bar{Q}_{m,t-1} = \text{Min} \left[ \frac{C_{m,t-1} - H_{t-1}}{DCR_{m,t-1}} \right]$$

Donde:

- H: Min. para el cual se cubra el Costo Variable de Prestación del Servicio.
- C: Comercializadora Minorista.
- M: Mercado de Comercialización.
- DCR: Demanda Comercial Regulada del Comercializador Minorista en el mes  $m-1$ .
- C: El menor valor entre 1 y el resultado de la relación energía comprada por el Comercializador Minorista y mediante contratos en destino al mercado regulado y la Demanda Comercial del mercado regulado del Comercializador Minorista, en el mes  $m-1$ .

**Costo máximo de traslado de compra de energía para la potencia Gas de la transición,  $(\bar{U}_{m,t})$ .** Hasta tanto se empiece a liquidar las transacciones del Mercado Organizado Regulado, el costo máximo de compra de energía al usuario final regulado se determinará de conformidad con la siguiente expresión:

$$\bar{U}_{m,t} = \bar{Q}_{m,t-1} \cdot (H_{t-1} \cdot P_{t-1} + (1 - H_{t-1}) \cdot MC_{m,t-1}) \cdot (1 - Q_{m,t-1}) \cdot P_{m,t-1} + \bar{U}_{m,t-1}$$

Donde:

- $\bar{Q}_{m,t-1}$ : Energía comprada mediante contratos bilaterales por el Comercializador Minorista a los usuarios al mercado regulado en el mes  $m-1$ .
- $H_{t-1}$ : Costo Promedio ponderado por energía, expresado en \$/MWh, de los contratos presentados por el Comercializador Minorista y mediante contratos bilaterales con usuarios al mercado regulado, liquidados en el mes  $m-1$ .
- $MC_{m,t-1}$ : Costo promedio ponderado por energía, expresado en \$/MWh, de todos los contratos bilaterales liquidados en el Mercado de Energía Mayorista en el mes  $m-1$  con destino al mercado regulado.
- $Q_{m,t-1}$ : Valor de la demanda comercializada en el Mercado de Comercialización, y para el caso de marzo de 2007, correspondiente a la metodología de la Resolución CREG 031 de 1997.
- $P_{m,t-1}$ : Precio de la energía comprada en destino por el Comercializador Minorista y que el mes  $m-1$  expresado en \$/MWh, cuando las cantidades adquiridas en los contratos del MBE y en contratos bilaterales no cubren la totalidad de la demanda regulada.

$$P_{m,t-1} = \frac{\sum_{i=1}^n P_{i,t-1} \cdot Q_{i,t-1}}{\sum_{i=1}^n Q_{i,t-1}}$$

Donde:

- $P_{i,t-1}$ : Precio de oferta en la hora  $i$  (BID) del mes  $m-1$ .
- $Q_{i,t-1}$ : Contratos en destino por el Comercializador Minorista y oferta en la hora  $i$ , del mes  $m-1$ .
- $n$ : Número de horas del mes  $m-1$ .
- $\bar{U}_{m,t-1}$ : Factor de ajuste que se aplica al costo máximo de compra de energía, expresado en \$/MWh, del Comercializador Minorista en el mes  $m-1$ , establecido conforme al Anexo 1 de la presente resolución.

¿Qué tienen de común todos esos modelos?

¿Cuáles son los elementos de las situaciones que hace que los modelos tengan características semejantes?

- Función Lineal afín
- Función por tramos
- Función parte entera

## Las variaciones

Una función lineal (o afín) puede ser descrita cuando la tasa de variación entre las variables es una constante

## ¿Qué es *actividad matemática*?

Educación Matemática

la actividad matemática reconoce los **modos de hacer matemática escolar**, y se asocia a una visión más dinámica del conocimiento matemático en la que se tienen en cuenta también los **modos de participación** de sus agentes (profesores, estudiantes, investigadores, etc).

## ¿Qué es *actividad matemática*?

Educación Matemática

Actividad demostrativa:

la realización de acciones que conforman dos procesos. Molina et al. (2011)

Actividad Matemática Avanzada:

**Articula Saber y el hacer**  
caracterización de la progresión en el pensamiento matemático como **actos de participación** en una variedad de diferentes prácticas matemáticas social o culturalmente situadas . Rasmussen et al. (2005)

Teoría de la Actividad

Sistemas de prácticas matemáticas

## ¿Qué es *actividad matemática*?

En el contexto de los *matemáticos profesionales*, la actividad matemática está referida a la, a la creación de nuevos teoremas, a la construcción de maneras de demostrar teoremas ya probados, al descubrimiento de nuevas relaciones entre objetos matemáticos, etc. En este sentido, la actividad matemática se puede referir **al trabajo que hacen los matemáticos y que permite “ampliar” el conocimiento existente.**

## ¿Qué es *actividad matemática*?

Cuando los filósofos de las matemáticas se les pide que consideren la actividad matemática, más allá de los cuerpos matemáticos ya establecidas, tienden a pensar en **la actividad de investigación de matemáticos profesionales, por lo general, la de demostrar teoremas.**

(Giaquinto, 2005)

## ¿Cuáles otras **actividades matemáticas** podrían haber?

<b>Actividad matemática</b>	<b>Meta asociada</b>
Descubrimiento	Conocimiento
Explicación	Comprensión
Justificación	Relativo a la certeza
Aplicación	Beneficios prácticos

(Giaquinto, 2005)

## Otras actividades relativas al *descubrimiento*

- Hacer un descubrimiento
- Comunicar un descubrimiento
- Apropiarse de un descubrimiento

(Giaquinto, 2005)

## Otras actividades matemáticas en la *modelación matemática escolar*

(1) **Descubrimiento** → comprensión y lectura del mundo y (a través) de las matemáticas

(2) **Descripción/prescripción /anticipación/explicación** → Relativo a los alcances /Control

(3) **Justificación** → depende de (2)  
Relativo a la validez/satisfacción/confrontación

## Actividad de *descubrimiento* en la modelación matemática escolar

- ¿Qué es lo que se descubre?
- ¿Cómo llega a descubrirse?
- ¿Qué acciones intervienen en dicha actividad?
- ¿Qué tipo de matemáticas están implicadas en esta actividad?

## Sentido de realidad

Con: ... Jaramillo (2011)

Con: ... Bustamante, Berrío, Osorio & Ocampo (2009)



## Sentido de realidad

- [...] es la *sensibilidad que un individuo debe tener frente a la realidad*, incluye una dosis de intuición y la *capacidad para identificar situaciones y oportunidades en los contextos de la sociedad y la cultura donde el conocimiento matemático tiene presencia en alguna de sus formas*

## Sentido de realidad

El sentido de realidad mas que una componente racional del conocimiento de profesor es un elemento subjetivo que actúa metafóricamente como un lente para observar e dar significado a o

Está relacionada la capacidad de **leer el mundo a través de la matemática**

El sentido de realidad y la actividad matemática de **Descubrimiento**

El sentido de realidad

Dimensión  
Conceptual

Dimensión  
social y cultural

otras

El sentido de realidad

Dimensión  
Conceptual

Dimensión  
social y cultural

otras

El sentido de realidad

Dimensión  
Conceptual

Una experiencia con futuros  
profesores de Matemática



## Sobre la actividad de descubrimiento

Actividad Matemática para el descubrimiento a través de la Modelación matemática

- Noción de Interés (Herminio & Borba, 2010; Soares, 2011)
- Sentido of realidad (Villa-Ochoa et al., 2009; Villa-Ochoa & Jaramillo, 2011).
- Volición: afectividad, persistencia, compromiso.
- Otros

Sentido de realidad

**Dimensión conceptual:** ¿Qué pasa en la situación que conlleva a que ese modelo se ajuste?

**Dimensión Social-Cultural:** ¿Por qué esa situación es susceptible de ser modelada? Lectura de su contexto

Otros...

¿Qué se descubre?

Conocimiento matemático

Conocimiento del contexto

Conocimiento de otras disciplinas

## Consideraciones finales

Una mirada a la **actividad matemática desde la modelación matemática** escolar exige centrar la atención en las **prácticas y acciones (verbos)** más que en los **resultados mismos (sustantivos)**.

Esta mirada a la actividad matemática, le impone un dinamismo que está en coherencia con aquellas visiones en las cuales la modelación matemática pueden ser empleada para promover un proceso en el cual las matemáticas (formales) son construidas por los mismos estudiantes (Gravemeijer, 1999).

## Consideraciones finales

Ver la modelación matemática vista como otra instancia de la Actividad Matemática, implica entender que el conocimiento producido **no es estático ni compartimentalizado**, sino que por el contrario las matemáticas implicadas en dicho proceso **junto con otras disciplinas y el contexto mismo conforman una unidad**.

La metáfora de **la unidad** para reivindicar que, en un proceso de modelación matemática escolar, el **conocimiento matemático no es producido al margen del contexto, ni de las prácticas, ni es aislado de los demás conocimientos**.

## Referencias

- Bonotto, C. (2007). How to replace word problem with activities of realistic mathematical modelling. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and application in Mathematics Educations. The 14th ICMI Study* (pp. 185-192). New York: Springer.
- D'Ambrósio, U. (2005). Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. *Educação e Pesquisa*, 31(1), 99–120.
- Giaquinto, M. (2005). Mathematical Activity. In P. Mancosu, K. Jørgensen & S. Pedersen (Eds.), *Visualization, Explanation and Reasoning Styles in Mathematics* (Vol. 327, pp. 75-87). Netherlands: Springer.
- Gravemeijer, K. (1999). How emergent models May foster the Constitution of formal Mathematics *Mathematical Thinking and Learning* 1(2), 155-177.
- Herminio, M. H. G. B., & Borba, M. C. (2010). A noção de interesse em projetos de modelagem matemática. *Educação Matemática Pesquisa ISSN 1983-3156*, 12(1), 111-127.

## Referencias

- Verschaffel, L. D. ; De Corte, E. y Borghart, I. (1997). Pre-service teachers' conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modelling of school word problems. *Learning and Instruction*, 7 (4), 339-359.
- Verschaffel, L., Van Dooren, W., Greer, B., & Mukhopadhyay, S. (2010). Reconceptualising word problems as exercises in mathematical modelling. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31 (1), 9-29.
- Villa-Ochoa, J. A., & Jaramillo, C. M. (2011). Sense of Reality through mathematical modeling. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in the teaching and learning of mathematical modelling – Proceedings of ICTMA14*. New York: Springer.
- Villa-Ochoa, J. A., & Ruiz, M. (2009). Modelación en Educación Matemática. Una mirada desde los Lineamientos y Estándares Curriculares Colombianos. *Revista Virtual-Universidad Católica del Norte* (27), 1-21.
- Villa-Ochoa, J. A., Bustamante, C. A., Berrio, M., Osorio, J. A., & Ocampo, D. A. (2009). Sentido de realidad y modelación matemática. El caso de Alberto. *ALEXANDRIA. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 159–180.

## Referencias

- Hermínio, M. H. G. B. (2009). O processo de escolha dos temas dos Projetos de Modelagem Matemática. *Bolema: Mathematics Education Bulletin= Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 22(33).
- Lesh, R., & Caylor, B. (2007). Introduction to the Special Issue: Modeling as Application versus Modeling as a Way to Create Mathematics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 12(3), 173-194
- Molina, O., Samper, C., Perry, P., & Camargo, L. (2011). Proving activity: participating in the production of a theorem. *Revista Integración*, 29(1), 73-96.
- Obando Z., G., Arboleda A., L., & Vasco, C. (2014). Filosofía, Matemáticas y Educación: una perspectiva histórico-cultural en Educación Matemática. *Revista Científica*, 3(20), 72-90. Recuperado de <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/view/7690/9499>
- Rasmussen, C., Zandieh, M., King, K., & Teppo, A. (2005). Advancing mathematical activity: A practice-oriented view of advanced mathematical thinking. *Mathematical thinking and learning*, 7(1), 51-73.

Muchas gracias por su atención