

## Buscando indicadores de evaluación para la proporcionalidad al inicio de la secundaria

Gerty Jesely Rojas Cipriano.  
(jesely66@hotmail.com)

Martha Lucía Flórez de Martínez  
(maluflo51@yahoo.es)

Olga Jeannette Angarita González  
(olgajeannette7@hotmail.com)

Docentes área de Matemáticas  
del Colegio I.E.D Tom Adams.

Jornada Mañana y Tarde.

Localidad Octava (Kennedy)

Bogotá D.C.

Asesores

Jorge Castaño García.

(Jorgecastagno@yahoo.es)

Alexandra Oicatá Ojeda

(alexaoicata@yahoo.com)

Miembros equipos Saberes y Escuela

([www.saberesyescuela.org](http://www.saberesyescuela.org))

### Introducción

Este artículo es un primer resultado de la investigación, que con el apoyo del IDEP en el marco del proyecto *Evaluación como Investigación: una Propuesta de Experimentación en el Aula*, venimos desarrollando desde noviembre de 2007. Se busca identificar los niveles de comprensión que los estudiantes del grado séptimo de la institución van logrando con el desarrollo de algunas experiencias de enseñanza-aprendizaje relativas a la variación proporcional, para elaborar una propuesta de evaluación que posibilite valorar los avances de los estudiantes y estudiar los procesos que siguen en la comprensión de la proporcionalidad, como forma de superar una manera de evaluar que se limita a la constatación del logro o no, de unos aprendizajes.

El proceso metodológico seguido consistió en desarrollar una secuencia de experiencias didácticas para la enseñanza de la proporcionalidad con estudiantes de grado séptimo de las dos jornadas, en las que los estudiantes vivieran experiencias significativas que apoyaran procesos de complejización de su pensamiento proporcional. A lo largo de este proceso se obtuvo información que permitiera identificar los niveles que los estudiantes iban alcanzado y a partir de ahí se derivaron algunos indicadores que sirvan de referencia para dar cuenta de los progresos de los estudiantes, es decir para evaluar.

### Ideas fundamentales como referencia para el estudio

Son tres las preguntas que orientan las formulaciones del presente marco de referencia: *¿Qué se entiende por comprensión en el presente estudio?, ¿qué por 'evaluación'? y ¿qué es lo que caracteriza el proceso de construcción del pensamiento proporcional en estudiantes que inician educación básica secundaria?*

---



A S O C O L M E

ASOCIACION COLOMBIANA DE MATEMATICA EDUCATIVA

Diremos que una persona comprende cuando manifiesta un desempeño flexible, como lo enuncia Perkins(1998) *“La comprensión se presenta cuando la gente puede pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que sabe. Por contraste cuando un estudiante no puede ir más allá de la memorización y el pensamiento y la acción rutinarios, esto indica que falta comprensión”*. Hiebert y Carpenter(1992) afirman que *“la comprensión está basada en el supuesto de que el conocimiento está representado internamente y de que esas representaciones internas están estructuradas. Una forma útil de describir la comprensión es en términos de la manera como se estructuran las representaciones internas de un individuo”*. ¿Cómo lograr dar cuenta de la forma como se estructuran las representaciones internas de los estudiantes? Castaño y otros aseveran que (2007) *“...la comprensión, sea lo que sea en el sujeto mismo, para los propósitos prácticos de investigar, enseñar y evaluar, es el modelo que construye el que investiga, el que enseña o el que evalúa para explicar la actuación del sujeto. (...) Conocer las comprensiones de un sujeto exige observar sistemáticamente sus actuaciones al intentar resolver problemas; eso que permanece constante en una y otra actuación al tratar de resolver los problemas, que por algún criterio particular consideramos que pertenecen a una misma clase, es lo que nos brinda información sobre la comprensión que ese sujeto tiene sobre esa clase de problemas. La comprensión genuina de un sujeto no se manifiesta de manera directa a partir de sus enunciaciones superficiales o de sus acciones puntuales y aisladas; por el contrario, a ella se accede mediante la indagación sistemática y profunda del investigador (en nuestro caso, del evaluador, que también podría ser del docente) sobre distintas actuaciones del sujeto. La comprensión surge del esfuerzo de develar lo que realmente soportan los discursos y las acciones del sujeto y es inferida por el observador a partir de lo que sistemáticamente se dice y se hace”*.

Diseñar esas tareas que movilicen el pensamiento proporcional que el estudiante posee exige del docente entender la naturaleza de este pensamiento y los elementos básicos para su comprensión. El pensamiento proporcional está vinculado con: a) entender la correlación entre las magnitudes involucradas en los fenómenos, hasta hacerse a algunas ideas que lleven a identificar una variación proporcional de otras que no lo son, b) el establecimiento del operador escalar entre los espacios de medida involucrados, c) el establecimiento del operador funcional entre los espacios de medidas, d) la comprensión de los diferentes registros gráficos, tabulares y algebraicos, de algunos procesos de tratamiento al interior de estos registros y de algunas conversiones entre ellos. Se considera siguiendo a Vergnaud (1991) que el pensamiento proporcional forma parte del pensamiento multiplicativo, debido a que los problemas que aquí se involucran son una correspondencia con la unidad “uno” y no con otro valor como unidad (procesos de unitización y normación; Lamon, 1994). Por esa razón, como se verá, muchas de las estrategias que inicialmente utilizan los estudiantes son de orden aditivo y multiplicativo.

## Metodología utilizada

Las docentes diseñaron experiencias que se implementaron en los diferentes cursos. Durante el proceso de enseñanza se recogió información utilizando diferentes instrumentos y procedimientos como diarios de campo elaborados por las profesoras investigadoras, producciones escritas de los estudiantes, grabaciones en video de sesiones de experimentación, observación y análisis en profundidad de las discusiones de algunos grupos. También se entrevistaron a algunos estudiantes para contrastar apreciaciones que se tenían de las producciones de los estudiantes al enfrentarse a tareas.

Los datos recogidos se analizaron e interpretaron siguiendo una metodología cualitativa, elaborando matrices de información para ir construyendo características de las comprensiones que los estudiantes manifestaron, y con éstas establecer los niveles de comprensión y así mismo establecer indicadores de evaluación.

## Actividades

Las acciones a realizar se encaminaron en que las docentes de matemáticas que forman parte del proyecto en el presente año tomaron a su cargo la asignatura de matemáticas y geometría en grado séptimo de las dos jornadas. Otra de las actividades fue el diseño e implementación de la experiencia “vivenciamos la proporcionalidad”; y finalmente, recolección y análisis de datos.

## Resultados y conclusiones

Para describir los niveles de comprensión se establecen dos categorías a partir de las actuaciones de los estudiantes; una, relacionada con procedimientos cualitativos y la otra con procedimientos cuantitativos. Con referencia a los procedimientos cualitativos los estudiantes establecen la relación entre las magnitudes involucradas de la situación, mostrando al inicio procesos tanto de establecer una unidad de medida (proceso de unitización) como de interpretar en términos de esa unidad (proceso de normación), además identifican cómo el valor de una magnitud depende de otra. Con referencia a los procedimientos cuantitativos, los estudiantes determinan el valor de una magnitud con referencia a la otra utilizando procedimientos aditivos y multiplicativos. En la mayoría de casos, los estudiantes establecen el operador escalar<sup>8</sup> en una magnitud y luego lo aplican a la otra. Muy pocos estudiantes establecen el operador funcional<sup>9</sup> que relacione las dos magnitudes.

De acuerdo a las categorías y a unas comprensiones que el grupo investigador determinó en ellas, se establecen 5 niveles de comprensión y se propone los indicadores de evaluación<sup>10</sup> para cada nivel como se muestra en la tabla 1.

NIVELES DE COMPRENSIÓN	CARACTERÍSTICAS DEL NIVEL	INDICADORES DE EVALUACIÓN
<p><b>Nivel 1. Cualitativo sin conciencia de incremento constante</b></p>	<p>Establecen que mientras aumentan los valores de una magnitud aumentan los valores de la otra magnitud de las enunciadas en las situaciones problema, sin tener en cuenta un patrón de variación (un incremento constante).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realiza gráficos que muestran la relación entre las magnitudes pero no usa ningún instrumento de medida.</li> <li>- Llena tablas de datos pero coloca números que ascienden o descienden sin seguir ningún patrón</li> <li>- Realiza gráficas cartesianas que muestran puntos que cambian la altura sin tener en cuenta ninguna relación entre ellos.</li> <li>- No puede predecir casos a partir de los que se les da.</li> </ul>

<sup>8</sup> Este es un valor que representa la relación multiplicativa entre los datos de una magnitud.

<sup>9</sup> Este es un valor que representa la relación multiplicativa entre un dato de una magnitud con respecto al dato de otra magnitud (diferente a la primera) que se involucra en la situación.

<sup>10</sup> Los indicadores de evaluación se definen como enunciados que dicen que observar en las actuaciones de los estudiantes y con estos determinar un nivel.



NIVELES DE COMPRENSIÓN	CARACTERÍSTICAS DEL NIVEL	INDICADORES DE EVALUACIÓN
<p><b>Nivel 2.</b>  <b>Cualitativo con conciencia de incremento constante</b></p>	<p>Establece el resultado de cada uno de los valores estudiados, reconociendo que a medida que aumenta una magnitud también aumenta la otra magnitud en la misma cantidad, estableciendo un patrón visual de variación.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realiza gráficos que tienen un patrón visual y establece con éste el valor de todos los casos que se solicitan</li> <li>- Llena tablas de datos pero coloca números que ascienden o descienden siguiendo un patrón</li> <li>-Realiza gráficos cartesianas donde muestra los puntos en que cambia la altura y establece la misma distancia entre los puntos</li> <li>- Puede predecir casos que se refieran a la mitad y la cuarta parte entre los datos dados que se encuentran en las gráficas</li> </ul>
<p><b>Nivel 3.</b>  <b>Cuantitativo. Establece el valor del incremento.</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Establece el valor del incremento y lo usa para hallar los otros a través de sumas sucesivas. A el resultado anterior se le suma el valor del incremento.</li> <li>-Le da significado a la coordenada de acuerdo a las variables involucradas</li> <li>-Identifica el incremento en la situación y en el registro tabular</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Llena tablas de datos colocando el mismo valor de medida o el resultado de sumas sucesivas cuyo sumando es ese valor que corresponde solo a un espacio de medida.</li> <li>-Realiza gráficas cartesianas y reconoce lo que representa una coordenada</li> <li>- Puede predecir casos que se interpolen entre los datos pero estos son de la forma <math>(1/2)^n</math> donde <math>n</math> es natural</li> <li>- Puede predecir casos que se extrapolen entre los datos dados.</li> </ul>
<p><b>Nivel 4.</b>  <b>Cuantitativo. Aditivo</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Establece tanto el valor patrón de la variación para cada magnitud como la correspondencia entre los datos.</li> <li>- Establecen el valor de la razón usando dibujos o números, y repiten tantas veces como se solicita un valor determinado de una magnitud y luego cuenta el total de dibujos de la otra magnitud.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Halla el valor de cambio de cada una de las magnitudes involucradas en la situación.</li> <li>-Llena tablas de datos a nivel aditivo</li> <li>-Realiza gráficas cartesianas y reconoce el valor de cambio de cada una de las magnitudes</li> <li>- Puede predecir casos que se interpolen entre los datos pero estos son de la forma <math>(1/3)^n</math> donde <math>n</math> es natural</li> <li>- Predice casos que se extrapolen entre los datos dados.</li> <li>- Infiere casos lejanos a partir del cálculo de sumas sucesivas</li> <li>-Establece un patrón gráfico de las dos magnitudes para hallar cualquier valor.</li> </ul>
<p><b>Nivel 5.</b>  <b>Cuantitativo. Multiplicativo</b></p>	<p>Establece la relación multiplicativa que existe entre los datos dados de una magnitud y aplica ese valor en la otra magnitud, realizando una multiplicación o división según sea el caso para hallar el valor</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Halla el operador de cada una de las magnitudes involucradas en la situación a través de la multiplicación, la división o la regla de tres.</li> <li>-Llena tablas de datos aplicando el mismo operador escalar entre los miembros de la razón.</li> </ul>

NIVELES DE COMPRENSIÓN	CARACTERÍSTICAS DEL NIVEL	INDICADORES DE EVALUACIÓN
	Establece el valor para uno (1), como unidad en una magnitud y con ese dato calcula el que le preguntan.	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Llena tablas de datos aplicando el mismo operador funcional entre los miembros de la razón.</li> <li>- Predice casos que se interpolen y extrapolen aplicando operaciones multiplicativas.</li> <li>-Establece generalizaciones de las situaciones en lenguaje natural.</li> </ul>

Tabla 1. Indicadores de evaluación según nivel de comprensión.

De forma adicional hacemos algunos comentarios relacionados a factores ambientales de clase: 1) Se pudo observar que los estudiantes ofrecen mejores argumentos en las situaciones de variación que incluían situaciones cotidianas que en las de contextos geométricos (como cuando estudiaron la variación entre la longitud de la circunferencia con relación a la longitud del radio). 2) Los estudiantes manifestaron entusiasmo y dedicación en las diferentes tareas que se les proponían con la experiencia "Vivenciamos la proporcionalidad". 3) Con la experiencia se mejoró la capacidad de participar, cuestionar e interpretar resultados de los estudiantes. 4) Los actos de evaluación se ampliaron para los docentes en el sentido de valorar cada paso comprensivo manifestado por los estudiantes en sus actuaciones y argumentaciones. 5). La información arrojada por la experiencia permitirá a los docentes tomar decisiones de cambio o fortalecimiento de lo que se estaba haciendo en la clase.

### **Referencias bibliografía**

Castaño J y otros (2007). Resultados de las pruebas comprender de matemáticas. Grado 5º y 9º. Primera aplicación. Análisis comprensivo y pedagógico.

Castaño J y otros (2002). Enseñanza del concepto de variabilidad. Publicado en : @perfiles. Bogotá.

Lamon, S. (1994). Ratio and proportion: Cognitive foundations in unitizing and norming. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics (pp.89-121). NY. SUNY Press.

Vasco, C. (2003). El Pensamiento Variacional, la modelación y las nuevas Tecnologías en el Currículo de matemáticas. MEN, Bogotá.

Vergnaud, G. (2003). El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Trillas.