

# Los números enteros negativos en la matemática moderna y la matemática actual

---

LUIS FERNANDO GIRALDO OSORIO

ludoferschio@hotmail.com  
Universidad del Valle (Estudiante)

MÓNICA ANDREA APONTE

monica.aponte@correounivalle.edu.co  
Universidad del Valle (Docente)

*Resumen.* El presente escrito muestra adelantos del trabajo de grado para optar por el título de Licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas de la Universidad del Valle, en el cual se presenta la problemática concerniente a la enseñanza y aprendizaje del concepto de número entero negativo en la escuela. Por esta razón, se realizará una aproximación histórica y epistemológica a los procesos de construcción por los que tuvo que atravesar el concepto de número entero negativo, identificando el carácter histórico y epistemológico de éste, a través del análisis de dos libros de texto en los periodos de la matemática moderna y de la matemática actual, para encontrar de alguna manera las variaciones que se generaron en las reformas educativas.

*Palabras claves:* Números enteros negativos, obstáculos históricos y epistemológicos, análisis de textos.

## 1. Presentación del problema

Desde la antigüedad se ha trabajado e involucrado el concepto de número natural en actividades cotidianas que realizaban las personas, en sus prácticas de comercio y en mediciones de tierra, pero con el pasar del tiempo, la matemática y dentro de ella los conceptos matemáticos, fueron evolucionando, a tal punto de encontrar un concepto de número que al parecer no era el concepto de número natural, sino un concepto más amplio en el que estarían contenidos otros objetos matemáticos como son los números enteros.

En la actualidad sigue siendo objeto de discusión el concepto de número entero negativo principalmente en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Los números negativos, como una extensión del sistema de numeración, están vinculados de alguna manera en situaciones

que requieren de su uso, pero en la escuela, al parecer no es muy clara la relación del uso de estos números en el contexto cotidiano de los estudiantes.

Múltiples investigaciones aportan de alguna manera al estudio de los números negativos entre ellas; Bruno (1997); Cid (2000); González et al (1999), quienes sustentan que este objeto matemático ha tenido problemáticas concernientes al proceso de enseñanza y aprendizaje. Una de estas problemáticas está relacionada con la falta de conocimiento del desarrollo histórico y epistemológico por el que tuvieron que atravesar los números enteros negativos y el proceso de desarrollo de éstos números hasta su consolidación como un ente formal dentro de las matemáticas.

En este sentido surge una problemática que gira en torno a las posibles dificultades históricas y epistemológicas que se encuentran inmersas en cuanto al concepto del número entero negativo presentes en dos libros de texto: ¿Qué obstáculos históricos y epistemológicos asociados al concepto del número entero negativo, se pueden presentar en algunos libros de texto comprendidos durante el periodo de la matemática moderna (1960-1970) y la matemática actual (2003-2013) en la educación colombiana?

## 2. Marco de referencia conceptual

En el desarrollo de los fundamentos teóricos que sustentan este trabajo de investigación se tiene en cuenta elementos de naturaleza histórica, epistemológica, matemática y didácticas en especial las concernientes al análisis de textos.

Desde la perspectiva histórica se consideran aspectos ligados a los desarrollos del concepto de número y los sistemas de numeración asociados. Citar un origen como tal de los números, es remontarse a una historia de la época antigua, según Hernández, (2010) quien presenta de manera concisa los sistemas numéricos en la antigüedad, el concepto de número se desarrolló de manera lenta, a lo largo de la evolución de la mente humana, tras un proceso de abstracción natural, ligado con aspectos de la vida diaria. El primer procedimiento aritmético inició con lo que modernamente se conoce como correspondencia biunívoca miembro a miembro, cuya facilidad era la de permitir a cualquier persona la posibilidad de comparar dos conjuntos de diferente naturaleza.

Además se presentan algunos elementos históricos para la caracterización de los números negativos, considerando que éstos aparecen en occidente a finales del siglo XV, como una génesis algebraica, relacionados con la resolución de ecuaciones, es Cardano (citado por Recalde, 2005) quien consideraba las raíces de las ecuaciones como ficticias, mientras que

a las positivas las denominaba raíces reales. Por esta misma época, otros matemáticos, como Vieta no admitían a los negativos ni como coeficientes ni como raíces en las ecuaciones, ellos darán solo las soluciones positivas de éstas.

Desde la perspectiva epistemológica se tiene en consideración los obstáculos epistemológicos que giran en torno al concepto de número entero negativo, como ya se ha mencionado siempre ha sido objeto de discusión las dificultades que se presentan al momento de enseñar y aprender el concepto de número entero negativo, González, et al., (1999), reportan por un lado, que uno de los obstáculos que se generan en la enseñanza de los números, es que la enseñanza de éstos no admite ser enteramente tratada, de forma creíble, en el plano concreto, aunque algunos autores se esfuercen en buscar situaciones que se asemejen a situaciones concretas en las que se puedan justificar todas las propiedades de los enteros; pero por otro lado, situarlos de entrada en el plano formal trae consigo consecuencias como las de reducir a un formalismo vacío, presto a ser olvidado y causar dificultades. A continuación se mencionan algunos de los obstáculos que impide el conocimiento de los números enteros negativos:

- La aritmética práctica. Lo real como obstáculo. El gran obstáculo dentro de la matemática fue la creencia de que el número estaba relacionado plenamente con la cantidad, creencia que se vio favorecida por la concepción que de las matemáticas predominó hasta el siglo XIX: las matemáticas describen y demuestran verdades acerca del mundo real.
- El número como expresión de cantidad. Con la aparición del número entero negativo surge la ruptura de algunas ideas, entre ellas, la idea que bloqueaba a Descartes cuando afirmaba que no existen números menores que nada.
- La suma como aumento. Al estar el número relacionado con la noción de cantidad, la adición se identifica con la acción de añadir una cantidad a otra, por lo que conlleva siempre a un aumento.
- La sustracción como disminución. La sustracción identificada con la acción de quitar está asociada con la disminución. La insistencia de los libros de texto basados en la definición formal:  $a - b = c$  si y sólo si  $a = b + c$ , no destruyó sus intuiciones acerca de la sustracción.

Como se puede observar son varios de los obstáculos que se presentan y se presentaron a través de la historia, que deben ser tenidos en cuenta cuando un docente en ejercicio introduce el concepto de número entero negativo en las clases, que como bien es sabido, por parte de la comunidad de matemáticos de determinadas épocas, este concepto presentado desde una visión formalista, puede generar obstáculos en el aprendizaje, al no

encontrar una relación con la aritmética práctica, y más aún con situaciones cotidianas de los estudiantes.

### 3. Metodología

Este trabajo se inscribe en la línea de investigación de Historia de las Matemáticas, cuya modalidad escogida es de Monografía, la cual se basa en una actividad técnico-científica, presentando diferentes niveles de profundidad y ser requisito para acceder a un título de pregrado. Para llevar a cabo este trabajo en fase de realización, se tiene en cuenta la dimensión histórica, epistemológica, matemática y didáctica para efectuar el posterior análisis de textos en dos libros de la época de la matemática moderna y de la matemática actual, partiendo de la propuesta de Rico, L., et al (2008) quienes proponen un análisis de texto, desde la perspectiva histórica y epistemológica basada en la técnica denominada análisis de contenido.

La propuesta de análisis de análisis de contenido se basa en estudiar la diversidad de significados de los conceptos matemáticos. Propone analizar la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología para un determinado concepto o tarea matemática.

### 4. Análisis de datos

De acuerdo a la propuesta que está enfocada a analizar dos libros de texto de la Matemática moderna y dos libros de la matemática actual se toma como referencia la siguiente tabla que sintetiza las unidades de análisis dentro del estudio:

**Tabla 1.** *Propuesta modelo de análisis de contenido*

			Simbólico				Gráfico				Verbal				Sistemas de representación	Estructura conceptual-Procedimental
															Contextos numéricos	
Op	Or	Me	Ca	Op	Or	Me	Ca	Op	Or	Me	Ca	Op	Or	Me	Ca	
																Hechos (términos y notaciones)
																Conceptos (significados de número entero negativo)
																Estructuras (nivel de complejidad superior del concepto)



- Libro 4: números negativos a la izquierda del cero – números menores que cero – representación de puntos en el plano cartesiano – números negativos como números opuestos.

Además se logró reportar los siguientes obstáculos epistemológicos que se asocian al tratamiento y estatus que se le otorga al número entero negativo:

**Tabla 2.** *Síntesis de los obstáculos en ambos periodos*

			Obstáculos en los libros analizados
			Periodo
Matemática actual		Matemática Moderna	
Libro 4 (2010)	Libro 3 (2006)	Libro 2 (1977)	Libro 1 (1972)
La sustracción como disminución. Uso de modelos concretos Identificación de los símbolos literales con números positivos.	Modelo de ganancias y pérdidas Identificación de los símbolos literales con números positivos. Cambio en la simbología $+a = a$ El orden de los negativos es el mismo que el natural.	La sustracción como disminución Identificación de los símbolos literales con números positivos. Lo formal como obstáculo. El orden de los negativos es el mismo que el natural.	Uso de modelos concretos Identificación de los símbolos literales con números positivos. La aritmética práctica. Lo real como obstáculo.

## 5. Conclusiones

Es importante como futuro docente tener conocimiento de la construcción formal de los números enteros, pues no se trata de impartir dentro de las clases definiciones abstractas y sin sentido, sino encontrar en ellas apropiación de relaciones que pueden determinar vías de acceso para enseñar el conjunto de los números enteros negativos.

Es relevante cómo en cada periodo es caracterizado el número entero negativo. En la Matemática Moderna no se hace una contextualización profunda del concepto, presentándolo en la recta numérica como los menores que cero y como una sucesión ilímite, además como anillo conmutativo y clases residuales. La única asociación que se establece es con el uso del termómetro y con el modelo de ganancias y pérdidas como modelos concretos que son generadores de obstáculos para su comprensión.

En los libros de la matemática actual, se presentan acordes a lo establecido por el MEN, presentando los Estándares y un significado más amplio del concepto de número, sin embargo se presentan aspectos de tipo histórico y epistemológico que no son desarrollados dentro de la temática, sino que son expuestos para introducir el tema pero no se vuelve a trabajar o enunciar este tipo de aspectos, que pueden proporcionar una mejor claridad cognitiva del concepto.

Este trabajo permite tomar conciencia acerca de lo que se enseña y cómo se enseña el concepto de número entero negativo, permitiendo una mejor planeación y ejecución en el aula, a partir del estatus que se le otorga al concepto en cada uno de los libros y los obstáculos asociados como insumo para prever posibles dificultades que se puedan presentar.

A modo personal este trabajo es un gran aporte para el campo de la Educación Matemática, pues es una muestra de que la labor docente no sólo se enfoca en impartir el conocimiento, se debe seguir analizando y estudiando los diferentes aspectos que circundan en conceptos matemáticos, en especial los ligados a la evolución histórica y epistemológica, que sirvan como medio para generar herramientas en búsqueda de mejorar la práctica educativa, y así mismo facilitar la comprensión de las matemáticas.

## Referencias bibliográficas

- Bruno, A. (1997). *La enseñanza de los números negativos: formalismo y significado*. Recuperado el 4 de septiembre de 2013, del sitio web: [http://dmlc.cindoc.csic.es/pdf/GACETARSME\\_2001\\_04\\_2\\_05.pdf](http://dmlc.cindoc.csic.es/pdf/GACETARSME_2001_04_2_05.pdf)
- Cid, E. (2000). *Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos*. Recuperado el 4 de Septiembre de 2013, del sitio web: <http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/cangas/Negativos.pdf>
- González, J. L., Iriarte, M., Jimeno, M., Ortiz, A., Ortiz, A., Sanz, E. & Vargas-Machuca, I. (1999). Números enteros. *Matemáticas: cultura y aprendizaje*. pp. 27-157. Madrid: Editorial Síntesis, S.A
- Hernández, M. (2010). Evolución histórica del concepto de Número. *Autodidacta*, 1(1), P.p 28-47.
- Recalde, L. (2005) *Notas del curso de historia de las matemáticas*. Universidad del Valle, Cali-Colombia
- Rico, L., Marín, A., Lupiañez, J. L. & Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *Suma*, 58, 7-23.