Solución de problemas geométricos, ruptura en Descartes: Una reflexión de un grupo de profesores en formación

HON HELVER BELLO
jhonhelver@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Docente)

ALFONSO PEÑA CASTILLO
alfonso.abc@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Estudiante)

FABIÁN QUINTERO MORA
fabianlqm@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Estudiante)

JHORMAN QUITIAN CIFUENTES
jhormanci220@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Estudiante)

Resumen. Esta comunicación presenta las reflexiones de un grupo de estudiantes para profesor de matemáticas al conocer los aspectos que se configuran en la obra *La Geometría*, respecto a la solución de problemas geométricos. Las ideas que surjan del análisis teórico darán cuenta de la existencia de una manera de proceder en la temprana edad moderna que produjo consigo el cambio de significados e incluso de representaciones de hechos propios de la matemática. Los estudiantes para profesor de matemáticas concluyen que para su formación es relevante el reconocimiento de un nuevo método de resolución de problemas geométricos que incluye el trabajo con la relación; representación gráfica –curva– representación simbólica; la cual contribuye en su quehacer docente.

Palabras clave. Reflexión del estudiante para profesor, problemas geométricos, historia de las matemáticas

1. Formulación del problema

Al enfrentarse a la obra de Descartes se encontró que él pone en consideración a través de un texto más retórico que formal, la relación entre instrumentos, curvas mecánicas y su validez en matemáticas, para ello se vale de alguna(s) proposición(es) de Euclides, con las cuales define el producto y la raíz como segmentos, colocando en consideración el problema de la homogeneidad y dando inicio a un cambio de proceder y entender las matemáticas, basado en una nueva forma de abordar problemas geométrico que se contrapone a las formas de solución propuestas por Euclides. Como afirma Bos (1986), es un hecho ineludible que la oposición de Descartes sobre el sistema matemático de la edad media, soportado en el trabajo Euclideo, se encuentra concentrado en el tipo de escuela y el tipo de lógica sobre la cual se cimenta. Para Descartes, los silogismos base de la axiomatización de la geometría helénica, no permiten demostrar -en su totalidad- la validez de todos los objetos reales, entre ellos los matemáticos, en palabras de Bos (1986), esta oposición es foco dialéctico en patrones formalmente válidos de deducción, alegando que el dialéctico promueve la falta de atención tanto a la verdad o falsedad y a la validez o nulidad, de las reglas materiales de inferencia en la deducción".

A partir de estas primeras ideas, el grupo de estudiantes para profesor, se enfrenta al problema de comprender cuál fue la ruptura que se originó en el trabajo de Descartes, para ello se enfocaron en el desarrollo de la idea de validez y construcción en cada una de las obras. Asumiendo como método de estudio, el intentar caracterizar la solución de problemas a partir de la geometría de Euclideana y la que presenta Descartes.

2. Análisis de la información

Acerca del proceder Griego. La reflexión del presente apartado se deriva de la afirmación que Szabo (p. 188-190) realiza: las matemáticas de Euclides no son realmente "visualizables"

Apoyar la anterior afirmación equivale en primera instancia a notar qué refiere hacer visible y para ello, se hace hincapié en lo que equivalía el verbo demostrar. Así surge de manera algo coloquial que la definición del concepto refiere al hecho de mostrar una evidencia visual de las matemáticas. Esto sugiere la idea de que las "pruebas" más tempranas pudieron haber implicado algún tipo de "señalar" o "hacer visible" los hechos, es decir, demostrar puede haberse convertido en un término técnico para la "prueba" en matemáticas, porque "para demostrar "originalmente significaba" hacer de la verdad (o falsedad) de un enunciado matemático visible de alguna manera"

En concreto, se puede puntualizar que resolver un problema con el rigor y validez de la época, implicaba la existencia de una prueba. Esto se puede sintetizar en que si la solución de un problema usa la axiomatización propuesta por Euclides, ya tiene el rigor necesario; mientras que se corrobora la validez a partir de usar objetos geométricos conocidos que a fin de cuentas se manifiesta en un paso a paso de argumentación. Se pueden describir los elementos que se usan en la solución de problemas de la siguiente manera:

En concreto, se puede puntualizar en que era resolver un problema con el rigor y validez de la época, implicaba la prueba. Esto se puede sintetizar en que si la solución de un problema usa la axiomatización propuesta por Euclides, ya tiene el rigor necesario; mientras que se corrobora la validez a partir de usar objetos geométricos conocidos que a fin de cuentas se manifiesta en un paso a paso de argumentación. Si se quiere puede describirse los elementos que se usan en la solución de problemas de la siguiente manera:

- *Enunciado.* Una presentación del teorema o problema
- *Gráficas.* Son representaciones del enunciado
- *Construcciones adicionales.* Son representaciones existentes en la axiomatización que se realizan de manera adicional para ser utilizada como argumento en la demostración
- *Argumentación.* Se presentan una serie de argumentos como proposiciones anteriormente demostradas, definiciones o postulados que apoyado en la construcción refiere hacia alguna relación entre los objetos construidos la cual asegura la exactitud de los objetos construidos.
- *Conclusión.* Finalmente partiendo de una demostración de un objeto construido, se realiza una conclusión confirmando la hipótesis expuesta anteriormente.
- *Acerca del proceder en la solución de problemas en la temprana edad moderna.* En aras de contrastar las épocas en cuestión, se encuentra que en la temprana edad moderna al resolver un problema la concepción de varios conceptos de la edad antigua, cambian, por ejemplo: la medida va a darle lugar a los objetos geométricos que han de usarse en una demostración; se aceptan otro tipo de curvas distintas al círculo, ésta representa la solución a partir de la premisa que puede leerse entre líneas en la geometría. La curva se convierte en elemento del rigor cuando se acepta que si los objetos construidos a regla y compás dan rigor a una demostración, entonces las curvas -que se generan con otros instrumentos- también lo es

De las anteriores discusiones se encuentra en detalle que la solución de problemas va a depender en lo que compete a la medida de identificar segmentos en los problemas cuya longitud puede ser conocida o desconocida, pero que en cualquiera de los casos, puede representarse con un símbolo dada su naturaleza; igual y primordialmente se encuentra que con el cambio de época se rompe la homogeneidad y todos los problemas se rigen por la construcción de una unidad arbitraria que permite construir todas las líneas del conjunto de líneas que Descartes ha detallado.

En lo que compete a la curva, el instrumento y el movimiento otorgan parte del rigor al problema, puesto que en la exactitud de puntos solución de la curva que pueda construirse con el instrumento y la armonía de los objetos en movimiento para generar la curva, engendra los puntos que solucionan el problema.

Esto solo da parte del rigor al problema y es debido a que la parte restante estará definida por la utilización de los teoremas aceptados por la comunidad matemática. Igualmente, la validez en esta época se entenderá como la validez de la proposición -veracidad o falsedad del enunciado, para mostrar que una serie de símbolos (expresión algebraica y/o ecuación) modela una curva que da la solución al problema y no como en la antigüedad que los símbolos nombran el objeto y/o describe.

Hasta este momento es de igual importancia el determinar un enunciado como verídico o falso porque en cualquiera de los casos se debe mostrar que los razonamientos permiten que la existencia de una ecuación, son derivados de la curva; esto implica para el problema de la validez, que todos los puntos son solución o para el caso de la falsedad, al menos uno no cumple con las condiciones.

En concreto, al igual que con la época griega, se pueden detallar los elementos que aquí aparecen:

- *Enunciado.* Representación del problema, lo conocido y desconocido en letras que representan las incógnitas de la situación
- *Ecuación.* Es la representación de construcciones de objetos geométricos (circunferencias, segmentos y algunas curvas mecánicas) que postulan razonamientos para generar una ecuación que representa las soluciones del problema.
- *Resolución.* Búsqueda de las solucione(s) de la ecuación propuesta mediante la intersección de objetos geométricos la exactitud de estas soluciones no recae en los instrumentos de construcción de los objetos geométricos sino de una secuencia de razonamientos que validan las propiedades de los objetos geométricos.
- *Conclusión.* Comprueba la hipótesis propuesta dejando el problema como solucionado

Respecto a la idea de construcción, podemos indicar que en la antigüedad: una representación geométrica realizada mediante rectas, segmentos, circunferencia o partes de ellas, estos son construidos por los instrumentos geométricos “la regla y el compás”; mientras que en la temprana edad moderna la representación geométrica de curvas, rectas y segmentos se consideró por instrumentos geométricos, diferentes a la regla y el compás. En realidad el problema no está en los objetos construidos sino en los instrumentos que los construyen. Bello y Forero (2013)

Así mismo es posible verificar el instrumento que ha construido la curva y esto se hace revisando que:

- El "aparato trazador" debe describir un movimiento continuo.
- Las velocidades de los puntos a relacionar, deben ser previamente determinadas
- Los objetos en movimiento deben estar en una razón conocida para garantizar que los puntos en relación se encuentren y se genere la curva; si no es así, solo por casualidad se encontrarán los puntos. (rigor geométrico)

Pero si se desea revisar la ecuación,

- Las intersecciones que genere(n) la(s) ecuación(es) deben pertenecer a la curva construida
- La solución de la ecuación debe regirse a razonamientos verídicos (Rigor algorítmico).

3. Reflexiones

Los asuntos que creemos competen a la formación como futuros profesores de matemáticas son los siguientes:

- El cambio epistemológico que al revisar la historia se evidencia en la naturaleza del objeto curva; mientras que en la herencia Euclidiana se utilizaba como una representación del problema, en la temprana edad moderna se concibe como un objeto que termina siendo la solución misma. Así, su interés reviste para el profesor de matemáticas en los instrumentos y la argumentación que puedan otorgarse para su construcción.
- El cambio ontológico entre considerar las curvas mecánicas como objetos geométricos y sus implicaciones en la idea de rigor y validez en matemáticas, proporciona un nuevo campo fructífero en las posibilidades de entender la solución de un problema geométrico, de hecho ellas pueden ser la solución de una situación problema.
- Los argumentos de la temprana edad moderna otorgan una articulación entre la geometría y el álgebra, mediación que se establece por medio de la representación gráfica y simbólica de curva. Ejemplos de uso de la letra como incógnita, medida y variable.
- El método de solución de problemas geométricos de Descartes es un mediador en la introducción de la escritura simbólica para las matemáticas modernas; este mismo

aspecto podría mediar la introducción del álgebra simbólica en la escuela, este es un cuestionamiento que se propone revisar en futuras indagaciones.

Referencias bibliográficas

- Bello, J. H., & Forero, A. (2013). La noción de curva en descartes vista como práctica de las matemáticas del siglo XII. Montevideo: VII CIBEM.
- Bos, H. J. (1986). Concept of construction an the representation of curves in seventheenth. Berkeley: Century Matematics.
- Descartes, R. (1637). Discurso del método, la diñoptrica, los meteoros. La geometría. Paris: Ciencia.
- Szabo, A. (s.f.). The Beginnings Of Greek Mathematics (Vol. 17). (J. Quitian, Trad.) Dordrtcht: D. Reidel Publishing Company.