

# Enseñanza de factorización, con la ayuda del material didáctico “El álgebra es un juego”

---

HERNANDO ACEVEDO RÍOS  
hacer-nando@hotmail.com

**Resumen.** La investigación pretende sustentar que el material didáctico ayudará a los estudiantes de álgebra de los grados octavo y noveno a comprender temas abstractos como factorización, aunque los estudiantes todavía se encuentren en la fase de pensamiento concreto. El material básicamente consta de un tablero, que representa un plano cartesiano con los ejes ampliados, y un conjunto suficiente de fichas que simbolizan las variables  $x$ ,  $y$ ,  $xy$ ,  $x^2$ ,  $y^2$ ,  $x^2y$ ,  $xy^2$ ,  $x^3$ ,  $y^3$  y los números naturales. Sirve para representar en forma concreta conceptos abstractos como lo puede ser una variable elevada a una determinada potencia. El objetivo de la investigación es proporcionar a los estudiantes y profesores de los cursos de álgebra, en particular para el grado octavo una herramienta: “El álgebra es un juego”, que les permita tener otra opción para realizar ejercicios de factorización, que vayan más allá de los procesos algorítmicos y repetitivos, y que al resolverlos los hagan comprendiendo el concepto y en forma correcta.

**Palabras clave:** Material didáctico, factorización, álgebra, álgebra geométrica, transición de pensamientos.

## 1. Presentación

Los estudiantes de grado octavo están llegando muy jóvenes a cursar álgebra, y por las edades muchos todavía tienen, en términos de la teoría cognitiva de Piaget, pensamiento concreto y por ello para ellos es mucho más fácil entender un tema o concepto si se les presenta desde la manipulación de un material concreto.

La mayoría de profesores de álgebra enfrentamos el problema de no poder explicar satisfactoriamente muchos temas como las operaciones con polinomios, productos y cocientes notables, factorización, ecuaciones de primer grado, sistemas de ecuaciones  $2 \times 2$  y ecuaciones de segundo grado. Todos estos temas se pueden explicar con la ayuda del material didáctico “El álgebra es un juego”.

El presente taller se enfocará sobre la enseñanza de factorización, con la ayuda de ese material didáctico. Está conformado por este documento y el material manipulable: un tablero y un conjunto de fichas. Después de adquirir práctica con el material concreto, el estudiante puede dar el paso a factorizar sin el material, es decir que su mente empieza a comprender las operaciones formales y los procesos asociados a un concepto o estructura matemática.

## 2. Marco teórico

El problema que se aborda guarda relación con una teoría cognitiva fundamentada en los trabajos de Piaget que evidencian que los estudiantes están llegando a grado octavo, momento en que se presenta la transición escolar de la aritmética al álgebra, en una edad donde aún se encuentran en una fase del pensamiento concreto. La mayoría de conceptos algebraicos son abstractos y los estudiantes no los asimilan fácilmente o no los incorporan a su estructura de pensamiento con la rapidez y suficiencia con la que los planes curriculares institucionales o los profesores lo desearían. Como los estudiantes tienen aún pensamiento concreto, son muy buenos manipulando material didáctico, es decir material concreto, y les resulta llamativo si posee figuras geométricas de diferentes tamaños y colores.

La factorización, objeto del presente trabajo y muchos temas algebraicos yacen en la frontera entre lo que se ha dado en denominar Pensamiento Matemático Elemental (PME) y Pensamiento Matemático Avanzado (PMA). Las definiciones de estos dos ámbitos aún no presentan acotaciones muy precisas pero sí aproximaciones muy prometedoras. Piaget, por su parte, fue el primero en intentar describir los aspectos formales que separan ambos tipos de pensamiento.

El conocimiento nuevo contradice a menudo al viejo y un aprendizaje efectivo precisa de estrategias para tratar tal conflicto. Durante el PME el niño aprende manipulando objetos, basado en la experiencia y aquí es donde toma valor estratégico la propuesta “El álgebra es un juego” porque actúa como un puente entre el PME y el PMA para pasar a definiciones formales y propiedades que pueden deducir analizando el desarrollo y la respuesta de los ejercicios.

Lo anterior reafirma que se le debe dar mucha importancia al trabajo que se haga durante el PME ya que son las bases para estructurar el PMA, que genera procesos como representar, visualizar y generalizar, así como clasificar, conjeturar, inducir, analizar, sintetizar, abstraer o formalizar. “El Álgebra es un Juego” facilita estos procesos porque permite representar

con material concreto las variables, se visualizan geoméricamente esos procesos y se pueden sacar conclusiones.

### 3. Descripción de las actividades

En el taller, los participantes recibirán la explicación del profesor, apoyando sus acciones en presentaciones en Power Point, utilizando video beam. Luego los participantes realizarán la práctica, que el profesor asigne, con una secuencia de ejercicios seleccionados y que tienen no sólo el propósito de practicar las acciones en el entorno del mediador instrumental (juego) sino de generar situaciones que presionen la conceptualización.

A manera de ejemplo, sin detallar procedimientos por falta de espacio, se presentan dos ejercicios:

*Factorizar*  $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ . El término  $x^3$  se representa con un cubo naranja, el término  $3x^2$  con 3 prismas amarillos,  $3x$  con 3 prismas azules y la unidad 1 es un cubo verde

Se ubican las 8 fichas formando un rectángulo: el cubo naranja se coloca en las casillas (1,1), (2,1), (1,2) y (2,2), una ficha amarilla se coloca, en posición vertical, a la derecha del cubo naranja, se colocan las otras dos fichas amarillas, en posición horizontal, hacia arriba del cubo naranja, la ficha verde se coloca en la casilla (3,7) y las tres fichas azules se colocan en los espacios que se generaron. Se completan los ejes, siguiendo las reglas de la multiplicación, para obtener la respuesta: Del eje horizontal sale el primer factor  $(x + 1)$  y del eje vertical sale el segundo factor  $(x^2 + 2x + 1)$ , o sea que:

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = (x + 1)(x^2 + 2x + 1). \text{ Ver figura 1, lado izquierdo.}$$

Como el segundo factor es un cuadrado perfecto, se factoriza para obtener  $(x + 1)(x + 1)(x + 1) = (x + 1)^3$ . Como la respuesta es una expresión al cubo, con las 8 fichas se debe formar un cubo geométrico. Observe que el segundo factor también se puede ubicar en el eje formando un cuadrado, que al multiplicarlo por  $(x + 1)$  da el cubo (figura 1, derecha).

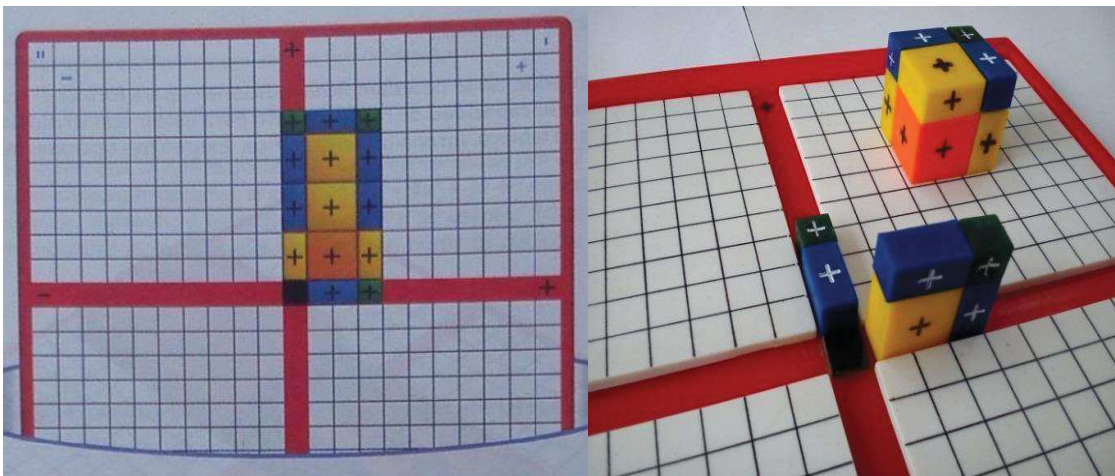


Figura 1.  $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = (x + 1)(x^2 + 2x + 1) = (x + 1)(x + 1)(x + 1) = (x + 1)^3$

Factorizar  $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ . Cumple las condiciones para ser una expresión que resulta de elevar  $(x + y)$  al cubo. Por lo tanto  $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = (x + y)^3$ . El término  $x^3$  se representa con un cubo naranja, el término  $3x^2y$  se representa con tres prismas verdes,  $3xy^2$  con 3 prismas azules y  $y^3$  con un cubo blanco. Con las 8 fichas se tiene que formar el cubo  $(x + y)^3$ . Otra respuesta es  $(x + y)(x^2 + 2xy + y^2)$  Fig. 2).

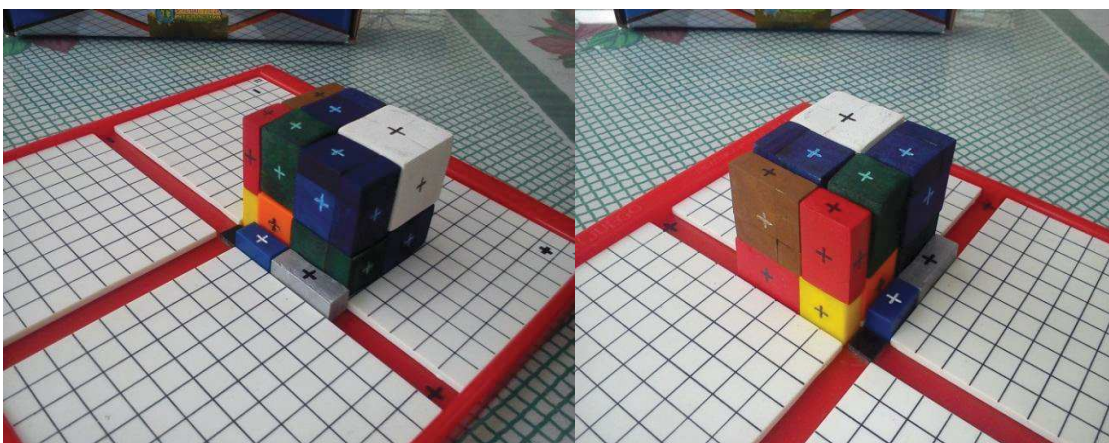


Figura 2.  $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = (x + y)(x^2 + 2xy + y^2) = (x + y)^3$ .

## 4. Conclusiones

Este trabajo propone enseñar factorización por medio del material didáctico “El álgebra es un juego” con el fin de lograr la transición entre el pensamiento concreto y el pensamiento abstracto a través de la manipulación de material concreto, donde el juego pase a ser un mediador instrumental. El material es, además, un recurso didáctico que permite visualizar la factorización de polinomios que tienen raíces enteras, que busca mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

## Referencias bibliográficas

- Ballén, J. O. (2012). El álgebra geométrica como recurso didáctico para la factorización de polinomios de segundo grado. Universidad Nacional, Bogotá, Colombia.
- Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Cali: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía.
- Jiménez, S. & Salazar, V. Propuesta Didáctica: Tabletas Algebraicas Como Una Alternativa De Enseñanza Del Proceso De Factorización De Algunos Polinomios De Segundo Grado. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia. Diciembre 2013.
- El desarrollo de la inteligencia (PIAGET). Recuperado de <http://psicologiaentparentesis.wordpress.com/2009/12/15/el-desarrollo-de-la-inteligencia-piaget/>
- Hall, B.C. & Fabricant, M. (1993). Álgebra 2 with Trigonometry, Englewood Cliffs, New Jersey 07632, Prentice Hall.