

# La movilización de la competencia matemática “razonar y argumentar” a través del estudio de la media aritmética

---

JAVIER ANDRÉS ACOSTA NARVÁEZ

javandraco@hotmail.com  
Universidad de la Amazonia (Estudiante)

RICARDO HERMOSA QUINTERO

ricardohermosa@hotmail.com  
Universidad de la Amazonia (Estudiante)

**Resumen.** El presente artículo corresponde a una investigación que se desarrolla en el marco del programa de Maestría en Ciencias de la Educación con Énfasis en Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de la Amazonia, Colombia. La investigación busca contribuir al estudio de la movilización de la competencia matemática “razonar y argumentar” en estudiantes de grado 9° de Educación Básica Secundaria. Esta investigación se fundamenta en la noción de competencia matemática “razonar y argumentar” y procesos matemáticos según el proyecto PISA 2012. Se informa sobre algunos resultados preliminares vinculados con los procesos asociados con la competencia y cómo las tareas matemáticas contextualizadas sobre el objeto matemático “media aritmética” contribuyen a la motivación y a las interacciones entre estudiantes.

**Palabras clave:** Competencia matemática “razonar y argumentar”, tareas matemáticas, procesos matemáticos, media aritmética.

## 1. Presentación del problema

El enfoque por competencias ha sido estudiado e implementado en el currículo de matemáticas mundialmente por diferentes proyectos tales como MAT<sub>747</sub> de Abrantes (2001) en Portugal; el proyecto KOM de Niss (2002) en Dinamarca, los proyectos DeSeCo y PISA de la OECD (2005, 2013), Principios y Estándares para la Educación Matemática en Estados Unidos (NCTM, 2000), el proyecto FONIDE (2011) en Chile y muchos otros países de Europa y Latinoamérica.

Tal es el caso de Colombia que adoptó este enfoque por competencias matemáticas a través de los Estándares Básicos de Calidad (2006) con el objetivo de lograr un aprendizaje significativo y comprensivo en tanto afirma que para alcanzar las competencias matemáticas es necesario que se construyan ambientes que promuevan aprendizajes significativos a través de tareas matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 49). Las tareas matemáticas se diseñan por parte del profesor con cierto nivel de demanda cognitiva (Turner, 2012); es decir el diseño de tareas se hace de tal manera que satisfagan un cierto nivel de dificultad, en lo posible creciente, que exija que el estudiante desarrolle su actividad matemática en términos de procesos matemáticos e interacciones sociales.

De acuerdo con lo anteriormente planteado, nuestra investigación pretende contribuir a la movilización, desde el aspecto cognitivo, de la competencia matemática “razonar y argumentar” –CMRA–; es decir, permitirá establecer la manera como los procesos matemáticos y las tareas contextualizadas movilizan la CMRA en estudiantes de grado noveno a través del estudio de la media aritmética. En este sentido, se establecen los siguientes objetivos específicos de investigación:

Identificar los procesos matemáticos, asociados con la CMRA, que se desarrollan en la actividad matemática de los estudiantes.

Describir y caracterizar las interacciones en el aula de clase cuando se movilizan los procesos matemáticos en la resolución de tareas contextualizadas.

## 2. Marco de referencia conceptual

El marco de referencia conceptual se basa en la integración de tres elementos: las tareas matemáticas, los procesos asociados a la CMRA y el contexto, que se pueden apreciar en la Figura 1.

Las tareas matemáticas se refieren a un conjunto de problemas, investigaciones, ejercicios, proyectos, construcciones, aplicaciones, producciones orales, relatos, ensayos, escritos, entre otros, que el profesor le propone al estudiante como punto de partida para el desarrollo de su actividad matemática (Ponte, Boavida, Graça, & Abrantes, 1997).

Los procesos matemáticos están asociados al nivel cognitivo de los estudiantes. Enfrentado a una tarea el estudiante debe activar una secuencia de procesos, los cuales son: formulación matemática de las situaciones (PMF), empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos (PME) e interpretación, validación y valoración de resultados matemáticos (PMI).

El contexto de las tareas es de tipo social, que según PISA (2012) se centra en la propia comunidad, ya sea local, nacional o global. Las tareas matemáticas diseñadas tienen un componente importante del contexto social en que se desenvuelven los estudiantes participantes. Por tal razón, se han escogido temas relacionados con el cultivo de café; como la fertilización en la etapa de producción (contexto local).

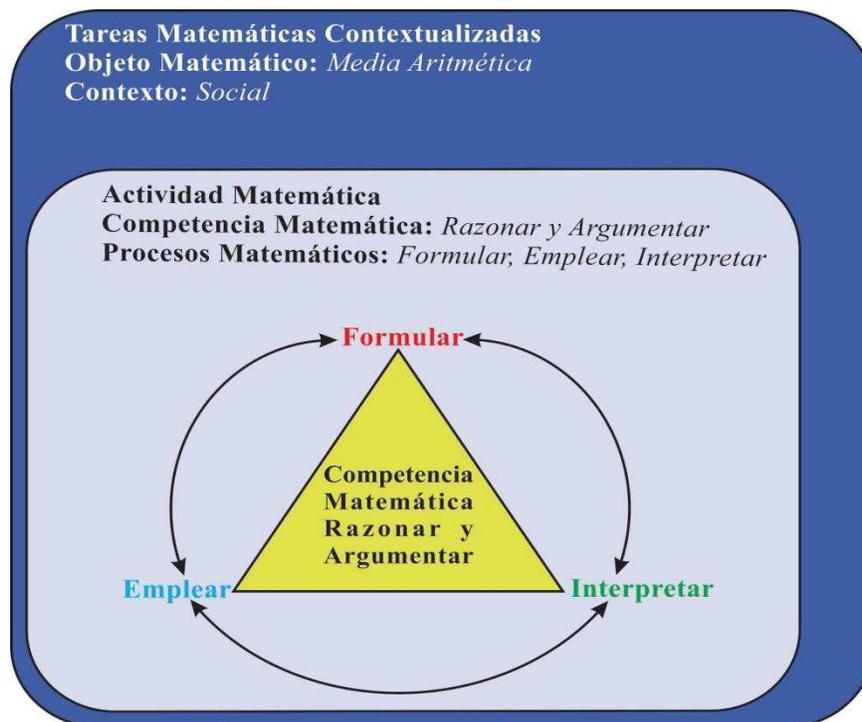


Figura 1. SEQ Figura \\* ARABIC 1. Modelo de CMRA

### 3. Metodología

El enfoque metodológico es de carácter cualitativo, en tanto que en esta investigación se evalúa el desarrollo natural de los sucesos sin manipulación y estimulación con respecto a la realidad (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010). Se utilizó el método de estudio de casos con un grupo de ocho estudiantes de grado 9° de EBS de la Institución Educativa Los Negros, zona rural del municipio de Algeciras, Huila, Colombia.

El diseño metodológico se realizó en cuatro momentos. Durante el primer momento se elaboró una unidad didáctica basada en tareas matemáticas, teniendo en cuenta los procesos

matemáticos y el contexto social de los estudiantes. En el segundo momento, se realizó el trabajo de campo que consistió en la implementación de la primera tarea de la unidad didáctica. El tercer momento se hizo la organización y análisis de los datos. Se realizó la transcripción, sistematización y organización de las diferentes tipos de representaciones simbólicas (escritas, orales o gestuales). En el cuarto momento se conformará la propuesta didáctica final y se desarrollaron las conclusiones y recomendaciones de la misma.

## 4. Análisis de datos

Los resultados obtenidos del análisis de los datos recogidos durante la resolución de la cuarta pregunta de la primera tarea llamada “Fertilizante del Cultivo de Café” que se aplicó a ocho estudiantes que conforman el estudio de casos. La pregunta exige que el estudiante desarrolle la capacidad de análisis y argumentación para crear una serie de justificaciones y argumentos que lleven a dar una respuesta coherente del ejercicio, lo cual significa que el nivel de demanda cognitiva es (2). Es decir, el estudiante al resolver esta pregunta debe analizar la información y dar una respuesta relacionando y razonando dicha información para crear argumentos sólidos y coherentes. La pregunta se expresó de la siguiente manera:

En la información suministrada en el empaque del fertilizante se encuentra esta frase:

Para cultivos de 5000 árboles por hectárea, la dosis oscila entre 240g y 480g por árbol al año”.

El caficultor piensa que la cantidad media de fertilizante que aplicó a los 50 árboles es de 278g porque esta cantidad está dentro del rango que dice la etiqueta del empaque. ¿Cree que el caficultor tiene razón o está equivocado? Justifique la respuesta.

El análisis para este ítem se hizo a través de un episodio video-grabado, el cual muestra las interacciones dialógicas entre el investigador y dos estudiantes.

- [1] Investigador: ¿Y cómo es el promedio?
- [2] Yeison: De 240 y 480.
- [3] Sharom: O sea se suma 240 más 480 y se divide por dos y da 360, por eso no es un promedio, pero si puede estar en el rango que él justifica lo que dijo, entonces sí puede que tenga cierta razón.
- [4] Investigador: Y si les dicen a ustedes ¿cuál es la media de esos datos? ¿De qué media estamos hablando?
- [5] Sharom: ¿De media aritmética? [Responde en forma de pregunta al profesor]
- [6] Investigador: De media aritmética. [Afirma que se trata de media aritmética]
- [7] Sharom: ¿Sí? ¡Entonces sí es el promedio, entonces el señor está mal!

- [8] Yeraldin:           ¿Por qué?
- [9] Sharom:            Porque él habla de la media y mire vea ahí dice: “El caficultor piensa que la cantidad media del fertilizante que aplicó a los 50 árboles es de 278 porque esta cantidad está dentro del rango que dice la etiqueta del empaque” [Lee de su hoja]. O sea él justifica bien, la cantidad está dentro del rango de la etiqueta del empaque, pero no es una media, porque la media de este rango sería 360, ¡o sea que me quedó mal la respuesta!

En este diálogo con los estudiantes, se evidencia que la competencia matemática “razonar y argumentar” se pone de manifiesto a través de sus tres procesos fundamentales. Los estudiantes, después de formular el problema de forma matemática a través de PMF, justificaron y explicaron los procesos y procedimientos utilizados para determinar una solución matemática conforme lo establece el proceso PME al resolver la pregunta. En las líneas [2] y [3] hay una muestra de procesos matemáticos, cuando ante la pregunta del investigador para saber cómo obtuvieron el promedio, Yeison con una explicación poco clara y resumida, pero con conocimiento, demuestra que el procedimiento para obtener el valor promedio consiste en utilizar 240 y 480. Mientras que Sharom a través de una argumentación más elaborada logró justificar el procedimiento para encontrar el promedio. Además en la línea [9], Sharom expone sus ideas para refutar la afirmación del caficultor mediante sólidos argumentos al contrastar su resultado con el contexto de la tarea movilizando el proceso PMI.

## 5. Conclusiones

La comprobación de la movilización de procesos matemáticos tales como la formulación matemática de la situación (PMF), el empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos (PME) y la interpretación, aplicación y valoración de resultados matemáticos (PMI); se hizo con base en las acciones, procedimientos, explicaciones verbales o escritas que los estudiantes manifestaron al resolver la tarea. Las tareas matemáticas contextualizadas contribuyen no sólo al avance de la competencia matemática “razonar y argumentar” sino que además influyen en la motivación del estudiante. En este sentido, la tarea diseñada buscó acercar un contenido matemático específico con el contexto social de los estudiantes para que logren darles sentido a las matemáticas y así de esta manera fomentar la motivación y el gusto por ellas.

En cuanto a las interacciones de los estudiantes, es posible identificar que algunos procesos como la comunicación, también se ponen de manifiesto cuando los estudiantes interactúan con sus compañeros e investigador, en especial cuando razonan, argumentan, explican y describen procedimientos, formulan, representan e interpretan y validan resultados

matemáticos. En estas interacciones se acentúa la motivación de los estudiantes, la persistencia para lograr objetivos, la disposición positiva hacia las matemáticas.

## Referencias bibliográficas

- Abrantes, P. (2001). Mathematical competence for all: Options, implications and obstacles. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 125-1443.
- FONIDE. (2011). *Propuesta metodológica de trabajo docente para promover competencias matemáticas en el aula, basadas en un Modelo de Competencia Matemática (MCM)*. Chile: Ministerio de Educación.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. d. (2010). *Metodología de la Investigación* (Quinta ed.). México: Mc Graw Hill.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA.
- Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danish KOM project*. Roskilde University, IMFUFA.
- OECD. (2005). *La Definición y Selección de Competencias Clave*. Resumen Ejecutivo.
- OECD. (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. OECD Publishing.
- Ponte, J. P., Boavida, A., Graça, M., & Abrantes, P. (1997). Capítulo 4: Funcionamiento de la clase de matemáticas. In *Didáctica da matemática* (P. Flores, Trans.). Portugal: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Secundário.
- Turner, R. (2012). Some drivers of test item difficulty in mathematics. *Annual Meeting of the American Educational Research Association (AERA)* (pp. 13-17). Vancouver: <http://research.acer.edu.au/pisa/4/>.