

# La visualización didáctica en la formación inicial de profesores de matemáticas: el caso de la derivada en el curso de Cálculo I

---

JOAN SEBASTIÁN ORDOÑEZ

joan.ordonez@correounivalle.edu.co  
Universidad del Valle. (Estudiante)

GONZALO RAMÍREZ

gonzalo.ramirez@correounivalle.edu.co  
Universidad del Valle. (Estudiante)

EVELIO BEDOYA

evelio.bedoya@correounivalle.edu.co  
Universidad del Valle. (Docente)

**Resumen.** En la actualidad la formación, el conocimiento y las competencias profesionales de los profesores de matemáticas siguen siendo asunto de interés en la agenda de diversos investigadores que trabajan en el campo de la Didáctica de las Matemáticas (Rico y Fernández, 2013). En relación con lo anterior, surge la investigación en desarrollo base de esta ponencia, la cual pretende describir y analizar críticamente el papel que profesores y estudiantes le asignan a la *visualización* en el contexto local o particular del *sistema didáctico* que se implementa en la clase, cuando se propone enseñar y aprender el concepto (sistema o estructura conceptual) de derivada. Con ese fin se propone la realización de un Análisis Didáctico (AD) del proceso de enseñanza de la derivada, en un curso de Cálculo I ofrecido a estudiantes de los programas de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas y Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad del Valle, como instrumento metodológico, a través del cual se espera contribuir al mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de la derivada en el ámbito escolar.

**Palabras clave:** Formación de profesores de matemáticas, visualización didáctica, derivada, conocimiento didáctico, análisis didáctico.

## 1. Presentación del problema

En los procesos de enseñanza de la gran mayoría de conceptos fundamentales del cálculo, en especial en la enseñanza de la derivada; pueden surgir dificultades en su concepción y comprensión. Investigadores en didáctica de las matemáticas afirman que la enseñanza y el

aprendizaje de los conceptos fundamentales del cálculo son fuentes frecuentes de dificultades en la comprensión y aprendizaje por parte de los estudiantes de educación secundaria y universitaria (Tall. 1991, Hitt 2003, entre otros).

Por otra parte, numerosas investigaciones (Bishop, 1989; Tall. 1991; Guzmán, 1996; Bedoya, 2002 Hitt. 2003, entre otros) en Didáctica de la Matemática han mostrado que el proceso de visualización matemática está estrechamente relacionado con los diferentes registros de representación matemática y que estos pueden ser implementados como un medio importante para el desarrollo de la intuición, la configuración de representaciones internas y una mejor comprensión de los conceptos matemáticos tratados.

El propósito principal de la investigación es determinar el papel fundamental que tiene la visualización didáctica en el aula de clase, específicamente en la clase de cálculo I y el concepto de derivada, además de determinar los diferentes tipos de registros al momento de presentar el concepto y ver qué tan fomentada está la intuición en el concepto, lo anterior encaminado siempre a obtener resultados alrededor de la visualización.

## 2. Marco de referencia conceptual

La formación inicial de profesores es sin duda un ítem fundamental en las agendas de los investigadores en educación matemática. Se propone el siguiente diagrama para mostrar las relaciones presentes en el Sistema Didáctico establecido. Dentro del conocimiento didáctico a establecerse consideramos una noosfera en el que se evidencia el sistema didáctico como el que se conforma por los distintos agentes establecidos en el diagrama, a partir de la relación que se puede evidenciar en la gráfica. Dicho de otra manera se puede identificar el Sistema Didáctico (SD) como el que encierra la relación persistente entre el Análisis Didáctico (AD), el Conocimiento Didáctico (CD) y el Conocimiento Matemático Educativo (CME). A continuación se presenta las definiciones de cada uno de los ítems mencionados:

- *Sistema Didáctico (SD)*. Conformado por los distintos agentes, factores, ambientes internos y externos, relaciones y conocimientos que influyen directa o indirectamente en el funcionamiento: profesores y estudiantes; conocimientos y contenidos matemáticos, metodologías, etc., donde se constituye el ambiente educativo (curricular y didáctico).
- *Análisis Didáctico (AD)*. Es el que expresa un conjunto de conceptos y métodos existentes entre la lógica disciplinar del campo de la educación matemática (su estructura), los procesos por los cuales los sujetos aprenden, además de las

consideraciones y situaciones de contextos donde se va a aplicar, el análisis didáctico es una herramienta que permite apoyar la reflexión articulando y relacionando lo pedagógico y lo educativo (Rico & Fernández, 2013).

- *Conocimiento Didáctico (CD)*. La caracterización del conocimiento didáctico es planteada por Bedoya (2004) como un conocimiento de carácter conceptual y procedimental que es base de la formación didáctica de los educadores en matemáticas.
- *Visualización Didáctica (VD)*. Se introduce el término de visualización didáctica en esta investigación, entendiéndolo como el proceso y el resultado, el cual representa tanto externa como internamente los conceptos matemáticos, además de estructurar sistémicamente los objetos matemáticos tanto conceptual como procedimental, todo con fines didácticos Bedoya (2002).
- El Conocimiento Matemático Escolar (CME) al que se hace referencia en la investigación es el de la derivada como un sistema o estructura conceptual.

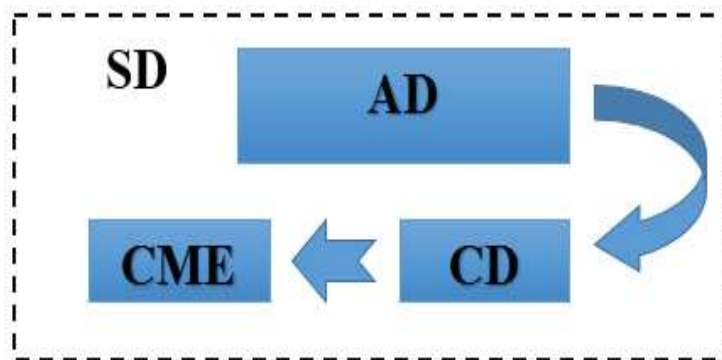


Figura 1. *Diagrama de SD, AD, CD y CME*. Fuente: Elaboración propia

### 3. Metodología

La metodología utilizada en este trabajo es de tipo cualitativo ya que intenta describir y analizar el papel de la visualización didáctica en procesos de formación de los futuros profesores de matemáticas. Esto se realiza teniendo en cuenta el esquema presente en la figura 2 la cual se centra en el tetraedro didáctico propuesto por Bedoya (2002).

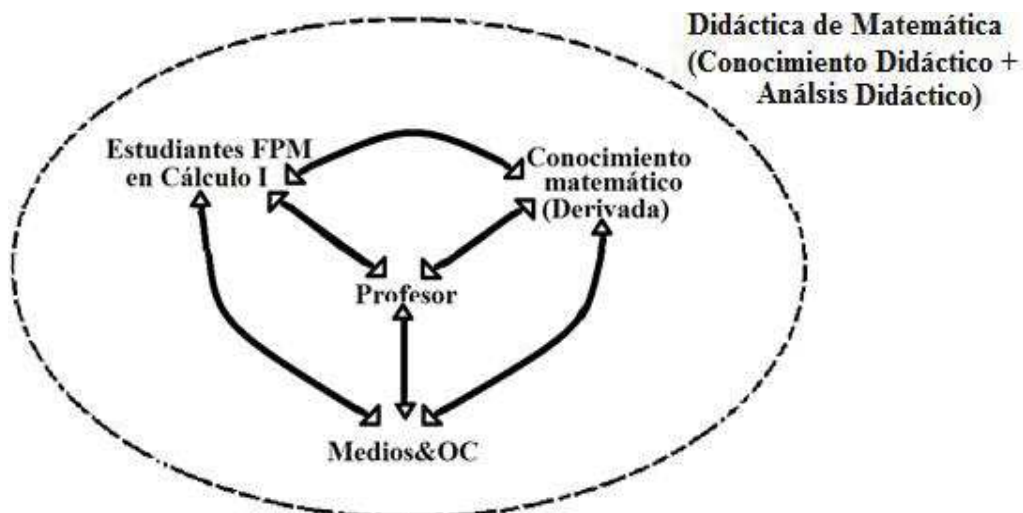


Figura 2. Adaptación del tetraedro propuesto por Bedoya (2002).

Fuente: Elaboración propia

Este tetraedro muestra las relaciones que se pueden considerar para la recolección y análisis de información. El conocimiento matemático estudiado fue la derivada en un curso de Cálculo I donde se encontraban estudiantes que serán futuros profesores de matemáticas. El profesor fue el que estaba a cargo del curso y los medios fueron el texto guía, herramientas tecnológicas usadas, teorías, libros recomendados, entre otros.

Teniendo presente se tomó la información se propusieron unos métodos, técnicas e instrumentos de recolección de datos y análisis de información, para los cuales se tomó la figura 3 de Carvajal (2008), la cual propone una relación entre la conversación, observación, documentación y el objeto de estudio.



Figura 3. Representación esquemática del proceso metodológico.

Fuente: Calvajal (2008).

La conversación consistió en entrevistas al profesor y dos estudiantes de la población ya definida; esta entrevista permitió reconocer el papel que se le da a la visualización didáctica e identificar el tipo de metodología usada por el profesor, además de reconocer elementos que considera el profesor para el diseño de su clase. La entrevista con los estudiantes se contrastó con lo expresado por el profesor.

La observación consistió en grabar y observar la clase de cálculo I cuando se abordó el tema de la derivada. Esta observación se realizó con ayuda de una vídeo-cámara para un mejor registro de información. Además hubo personas presentes en el salón de clase quienes tomaron apuntes en sus notas de campo intentado identificar el papel de la visualización didáctica.

En la documentación se estudió el texto guía del curso en la sección de la derivada, la malla curricular de los estudiantes que serán futuros profesores de matemáticas y el programa del curso de Cálculo I, estas dos últimas con la intención de identificar qué tanto, desde lo institucional se está pensando en la utilización de la visualización didáctica en la formación de futuros profesores.

El análisis de la información que se recolectó se realizó mediante unas rejillas (desarrolladas con ayuda del análisis didáctico), estas permitieron ir en busca de elementos que evidenciaran la importancia que tiene la visualización didáctica en la formación.

Estos elementos se contrastaron mediante unas rejillas de análisis que permitieron obtener algunas conclusiones al trabajo desarrollado.

## 4. Consideraciones finales

En el desarrollo del trabajo investigativo se han adelantado algunos análisis que permiten sacar algunas posibles conclusiones del mismo:

El concepto de derivada se presenta a los estudiantes de la misma forma como se ha encontrado en la revisión de algunos libros (representación gráfica de la derivada a partir de la recta tangente a la curva en un punto), con lo cual se puede decir que esta es una definición tradicional que usan algunos profesores para apoyarse en una representación intuitiva del concepto y generar, a partir de esta, una mejor comprensión. Sin embargo, según algunos investigadores (Bishop, 1989; Tall, 1991; Guzmán, 1996; Bedoya, 2002; Hitt, 2003, entre otros), el uso de este tipo de representaciones tiene una serie de limitaciones que se deben tener en cuenta ya que podría llevar al estudiante a conocer y trabajar sobre una única representación, excluyendo otras estrategias que desarrollan mejor el concepto.

En la actualidad la formación de profesores de matemáticas es de mucha importancia; es por esto que se considera que el generar en los estudiantes reflexiones didácticas acerca de cómo se aborda un concepto matemático fundamental como lo es la derivada es un hecho que no se puede negar y una salida a esto tiene que ver con el uso de procesos de visualización por parte del profesor con propósitos didácticos.

## Referencias bibliográficas

- Bedoya, E.(2011). Didáctica de las matemáticas y formación de profesores de matemáticas: organizadores del currículo, conocimiento y análisis didáctico. Documento de trabajo, sin publicar. Área de Educación Matemática, Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle.
- Bedoya, E. (2004). "Conocimiento Matemático Escolar": Hacia una Epistemología Didáctica Matemática. En Universidad del Valle, II Escuela de Historia y Epistemología de las Matemáticas, Cali, Valle.
- Bedoya, E. (2002). *Formación inicial de profesores de matemáticas: Enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras graficadoras*. Tesis Doctoral. Granada: Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Granada.
- Bishop, A. (1989). Review of research in visualization in mathematics education. Focus on Learning Problems in Mathematics, 11(1), 7-16.
- Carvajal, A. (2008). *Elementos de investigación social aplicada*. Santiago de Cali: Universidad del Valle.
- Guzmán, M. de. (1996). El rincón de la pizarra: ensayo de Visualización en análisis matemático: elementos básicos del análisis. Madrid: Piramide.
- Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. XI Encuentro de Profesores de Matemáticas del Nivel Medio Superior, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia (México), pp. 81-108.
- Rico, L., & Fernandez-Cano, A. (2013). Análisis Didáctico y Metodología de Investigación. En L. Rico, J. Lupiáñez, & M. Molina (Edits.), Análisis Didáctico en Educación Matemática (Pág. 1-22). Granada: Comares.
- Tall, D. (1991). Intuition and rigour: The role of visualization in the calculus, en Zimmermann, W. y Cunningham, S. (eds.), Visualization in Teaching and Learning Mathematics, PP. 105-119. Washington: Mathematical Association of America.