

# Una comparación entre procesos de argumentación de profesores en formación cuando emplean geometría dinámica y estática

---

LICETH KATHERINE BELTRÁN PERDOMO

lizbek320@hotmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Estudiante)

WILLIAM ANDREY SUAREZ MOYA

suarytos11@hotmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Estudiante)

**Resumen.** En el aprendizaje de la geometría, es necesario reconocer el desarrollo cognitivo que se realiza mediante procesos de argumentación al involucrar recursos como software o lápiz y papel. Existen tipos de pruebas al argumentar en geometría determinadas por el nivel de exigencia en la generalidad y conceptualización (Balacheff, 2000) que permitieron hacer un estudio de caso comparando los procesos de argumentación en geometría de dos EPPM<sup>1</sup> al utilizar un software de geometría dinámica o lápiz y papel en geometría estática.

**Palabras clave:** Argumentación, pruebas pragmáticas, pruebas intelectuales, geometría dinámica, geometría estática.

## 1. Planteamiento del problema

En el seminario didáctica de la geometría del proyecto curricular LEBEM, se desarrolló un ejercicio de demostración, en el cual se analizó el proceso de algunos estudiantes, evidenciando dificultades para argumentar, respecto a ello el grupo manifestó que algunos elementos claves en la demostración geométrica no eran visibles al trabajar con lápiz y papel, afirmación que motivó a indagar sobre la demostración al utilizar recursos dinámicos y estáticos.

Ante los cuestionamientos del proceso de demostración, se identificó que los argumentos no convencían al resolutor ni a los compañeros, concurriendo en la necesidad de identificar tipos de pruebas al abordar un problema geométrico que según Balacheff (2000) se

---

<sup>1</sup> Estudiantes para Profesor de Matemáticas

clasifican en pragmáticas e intelectuales; originando el interés por los procesos de argumentación de profesores en formación cuando emplean geometría dinámica y estática. Algunos profesores de matemáticas en formación según la experiencia académica de los investigadores, consideran que la demostración se concentra en la ejercitación y memorización, lo que indica que se carece de un carácter formal, abstracto y contextualizado. Esto segmenta el uso de las TIC para la enseñanza y aprendizaje en la escuela y establece el uso de material concreto en la formación superior.

Para abordar situación, se busca establecer las diferencias que hay entre los tipos de argumentos que se evidencian por los EPPM, por medio un problema en un ambiente interactivo y estático, permitiendo establecer que tipos de argumentos evidencian en la resolución de un problema de geometría plana, cuando se involucra un software de geometría dinámica o geometría estática por medio de lápiz y papel.

## 2. Marco teórico

El campo de la demostración en matemáticas es complejo, ya que los procesos de prueba exigen ciertos niveles de formalidad (Sánchez, 2003), implicando un proceso de rigor que da validez a los argumentos del resolutor. La demostración es un proceso y requiere de representaciones como figuras y discursos; las figuras se articulan con la representación de objetos geométricos e identificación de propiedades y el discurso con enunciación de definiciones, teoremas y sus definiciones; hay dos tipos de discurso: el natural y el deductivo, el primero concierne al lenguaje matemático empleado e ideas expresadas de forma matemática y el segundo hace referencia a la formalidad, uso de teoremas y nociones teóricas fundamentadas. Estas representaciones están asociadas a habilidades geométricas como: visuales, verbales, de dibujo, lógicas y de aplicación (Zorzoli, s.f).Definiendo el énfasis de la demostración por construcción como propuesta para las situaciones problema de la investigación, según García & López (2008)identifica la habilidad de dibujo como aspecto relevante en el proceso de argumentación, ya que se relaciona con reproducciones o construcciones gráficas que los resolutores pueden hacer de los objetos geométricos.

Según Balacheff (2000), la mayoría de los problemas de geometría consisten en la elaboración de pruebas matemáticas, a lo cual se puede atribuir que no importa el recurso que se emplea para la demostración. Conviene analizar las pruebas de geometría dinámica o estática, identificando que el uso de recursos no se debe limitar a elaboración de pruebas formales, ya que existe un proceso. Con respecto a esta última idea Balacheff (2000) propone clases de prueba que a su vez agrupan diferentes tipos como: pragmáticas basadas en manipulaciones o ejemplos concretos e intelectuales basadas en la formulación abstracta de propiedades matemáticas y relaciones deductivas.

| Pragmáticas                                  |                                                                                             | Intelectuales                                                                                                |                                                                                                                          |
|----------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Empirismo ingenuo: se basa solo en ejemplos. | Experimento crucial: prueba mediante ejemplos que no se vinculan a un solo tipo de objetos. | Ejemplo genérico: No se basa solo en ejemplos, si no en las razones por las cuales una afirmación es cierta. | Experiencia mental: interiorizan las acciones realizadas previamente las convierten en argumentos abstractos deductivos. |

Como consideraciones preliminares se tiene que según Russell (1999) la construcción de figuras contribuye al proceso de razonamiento haciendo conexiones de generalizaciones a partir de las generalizaciones encontradas con la figura inicial y sus respectivas manipulaciones, a través de diferentes medios e instrumentos más allá de la regla y el compás y finalmente la geometría dinámica según Llinares, Penalva & Otros (2001), tiene un gran potencial didáctico permitiendo la exploración de propiedades que definen y caracterizan los objetos matemáticos. Así, la capacidad de arrastre de los objetos de una construcción favorece la búsqueda de propiedades de la figura, que permanecen “vivas” durante la deformación a la que sometemos la figura original.

### 3. Metodología

Este trabajo se desarrolló mediante la metodología de investigación: estudio de caso, comparando procesos de argumentación al utilizar geometría dinámica y estática en la solución de situaciones problema sobre construcciones geométricas, de dos estudiantes de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas de segundo semestre del proyecto curricular Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas. Se diseñaron dos actividades con la metodología de resolución de problemas, teniendo preguntas abiertas, desarrollando el objeto matemático: semejanza entre triángulos; permitiendo a los resolutores utilizar recursos diferentes: el software GeoGebra o lápiz, regla y compás.

En la aplicación de las actividades se optó por una observación no participativa, haciendo grabaciones de voz a los resolutores. En el análisis, para cada se empleó participante una rejilla de recolección y clasificación de información de las fases del proceso de argumentación, tipos de demostración, estrategias y habilidades geométricas. Por último, se requirió de una categorización de la información recogida de cada resolutor en una matriz de doble entrada, basada en los tipos de demostración según Balacheff (1989) y las acciones a emplear para la solución de la actividad.

### 4. Resultados

Para la presentación de los resultados, se realizó una descripción detallada de las acciones de los dos resolutores (R1 y R2), también se hizo una comparación, en la que se identifican

diferencias en los tipos de argumentos empleados mediante la geometría dinámica y geometría estática.

**Geometría dinámica:** Con respecto a los momentos de la actividad, R1 realiza la construcción de dos triángulos cualquiera en GeoGebra, relacionando sus ángulos, luego compara los lados del triángulo modificando su longitud, a partir de ello construye otros triángulos requeridos en la actividad, manteniendo los criterios de la situación. Las estrategias identificadas fueron: sobre posición de los triángulos para generalizar, usando la estrategia de ensayo y error, la construcción de elementos confiables para la construcción de razones de argumentación como: la demostración de Tales para dividir un segmento y relación de los lados según puntos compartidos aplicando diferentes transformaciones a la construcción.

Las habilidades geométricas identificadas en el resolutor radican en el uso del lenguaje natural, proposiciones y relaciones de Euclides para la transformación de la figura y solución de la situación. En el proceso de solución consolidó conjeturas tomando casos específicos del problema, haciendo hipótesis de una demostración hasta validar las razones necesarias para argumentar por qué se cumple. El razonamiento utilizado surgió de la necesidad de generalizar un hecho para convencerse a sí mismo y generar una conjetura, por lo tanto el tipo de demostración utilizada por R1 según Balacheff (1989) es pragmático y experiencia crucial.

**Geometría estática:** En los momentos de la actividad R2 hace un paralelo de las conjeturas con la representación de estas, realiza construcciones de lados congruentes, aplica transitividad entre ellos, establece una razón entre los lados de los triángulos mediante el criterio de semejanza y por último demuestra los ángulos para solucionar las preguntas. Las estrategias de R2 se basaron en construcciones de apoyo para la creación de argumentos para contestar las preguntas de la situación problema en donde retoma los argumentos de la construcción y establece relaciones en las respuestas fundamentadas en criterios de semejanza y congruencia entre triángulos.

Las habilidades geométricas de R2 son: Sustitución de la observación por la razón para fundamentar la verdad y el conocimiento con el uso de lenguaje formal; hizo un razonamiento inferencial explicando la representación de las congruencias entre los lados del triángulo dados en la situación para validar sus argumentos. El proceso de solución a la actividad con el uso de lápiz, regla y compás se fundamentó en la toma de conciencia del carácter genérico de la situación, el resolutor se aleja de las acciones específicas que dan solución a casos particulares y del proceso de solución, para convertir el conocimiento en objeto de reflexión y discusión, por lo tanto la clasificación de demostración según Balacheff (1989) es conceptual o intelectual y experiencia mental.

## 5. Conclusiones

Los tipos de argumentación evidenciados pertenecen a la experiencia crucial y experiencia mental, el primero desarrollado con geometría dinámica y el segundo con geometría estática, de forma que sus diferencias radican explícitamente en el paso de la racionalidad empírica a la construcción netamente cognitiva, el grado de razonamiento deja entrever el nivel de demostración, es entonces que la experiencia crucial no da el soporte a la afirmación que es la tarea de demostrar.

En el trabajo se toma que la experiencia crucial muestra la validez por medio de una generalización; por su parte la experiencia mental interioriza en la acción, en las relaciones que dan prueba del conocimiento sobre teoremas, definiciones, postulados, entre otros. Sustituyendo la observación por la razón para fundamentar el conocimiento.

La actividad permitió ver el tipo de argumentación empleado por los resolutores, en el caso se obtuvieron el pragmático y el conceptual, también se mostraron dos maneras de proceder según la geometría involucrada (dinámica o estática), ya que el razonamiento se deriva de este, por lo que se ven ventajas y desventajas. Por último, el rigor que emplea el resolutor puede estar en choque con las herramientas que un programa brinda para corroborar una validez.

## Referencias bibliográficas

- Balacheff, N. (2000). Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas. *Una empresa docente*. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes
- Castiblanco, A & Otros. (2004). El aprendizaje de la geometría. En Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales. Serie documentos. Proyecto: Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación básica secundaria y media de Colombia (págs. 9-18). Bogotá: MEN.
- García, S & López, O (2008) La enseñanza de la geometría. Instituto nacional para la evaluación de la educación. México
- Llinares, S., Penalva & Otros (2001) Concepciones del profesor sobre la prueba y software dinámico. *Desarrollo en un entorno virtual de aprendizaje*. Universidad de Alicante. Facultad de Educación. Departamento de Innovación y Formación Didáctica. Alicante, España.
- Russell, S (1999). Razonamiento matemático en los primeros grados, editado por el consejo nacional de los profesores de matemáticas. Reston, Virginia USA
- Sánchez, E (2003). La demostración en geometría y los procesos de reconfiguración: una experiencia en un ambiente de geometría dinámica Educación Matemática, vol. 15, núm. Grupo Santillana México.