

# Estrategias que emergen en la resolución de problemas de variación y cambio

---

EDWIN LÓPEZ VELANDIA

edwin-lopez0527@hotmail.com

Universidad Industrial de Santander, EDUMAT-UIS (Estudiante)

JORGE ENRIQUE FIALLO LEAL

jfiallo@uis.edu.co

Universidad Industrial de Santander, EDUMAT-UIS (Docente)

**Resumen.** La Universidad Industrial de Santander (UIS) ha ofrecido un curso de pre-cálculo desde 2013 fundamentado en un enfoque de resolución de problemas y el uso de recursos digitales como recurso didáctico. El propósito del curso apunta a desarrollar el pensamiento variacional. Este curso se convierte en el escenario de investigación de este trabajo de tipo descriptivo-exploratorio que se encuentra enmarcado en una lógica cualitativa que tiene como objetivo “Identificar algunas estrategias que emergen en la resolución de problemas de variación y cambio, en los estudiantes que realizan el curso de pre-cálculo de la UIS. Presentamos algunas de las estrategias analizadas a través del modelo ckc (Balacheff, 2005), en donde se evidenciaron las concepciones que utilizan los estudiantes al plantear sus estrategias en el proceso de resolución a los problemas de dos talleres del curso.

**Palabras clave:** pensamiento variacional, estrategias, concepciones.

## 1. Presentación

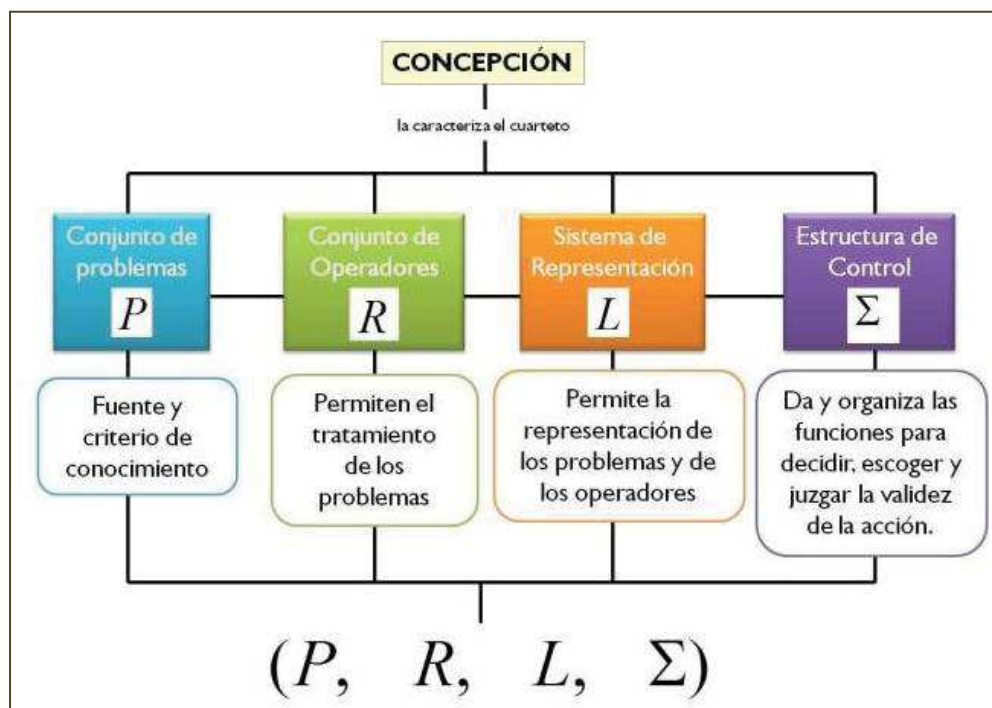
Son varias las dificultades en el aprendizaje y la enseñanza del cálculo a nivel universitario que han reportado investigadores en Educación Matemática; actualmente son objeto de investigación los diferentes contenidos curriculares en los que se fundamenta el cálculo, a lo que se suma que investigadores como François Pluvinage, David Tall, Luz Manuel Santos y Luis Moreno, Jorge Fiallo y Sandra Parada estudian la incorporación de *software* en las aulas para favorecer la construcción de ideas intuitivas de las nociones del cálculo.

Las instituciones universitarias, por su parte no son indiferentes a la problemática esbozada, por lo que han surgido iniciativas como las tutorías y la implementación de cursos de precálculo para mitigar el impacto negativo de esta situación que muchas veces termina en deserción escolar. La UIS, por su parte, ha venido ofreciendo desde el 2013 un curso de precálculo que tiene como objetivo favorecer el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes a través de la resolución de problemas de variación y cambio con el uso de la tecnología (GeoGebra); por lo que se diseñaron actividades bajo esta perspectiva, enmarcando al curso en un enfoque no tradicional que supere el refuerzo de un repaso de contenidos (Fiallo y Parada, 2014). En este escenario, surgió el objetivo de la investigación que se socializará: *identificar algunas estrategias que emergen en la resolución de problemas de variación y cambio, en los estudiantes que realizan el curso de pre-cálculo de la UIS.*

## 2. Marco conceptual

El diseño de las actividades del curso de pre-cálculo de la UIS se fundamenta en aspectos teóricos del *pensamiento variacional, la resolución de problemas y el uso de tecnologías*. Estos tres elementos constituyen el marco conceptual de la investigación teniendo en cuenta lo que señalan sobre ellos los *Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998)*, *MEN (2004) los principios y estándares para la educación matemática (NCTM, 2003)* y *Vasco (2006)*. Adicional a dichos elementos teóricos, se trabajó con el modelo ckc (Balacheff, 2005) que se emplea para determinar las concepciones que poseen los estudiantes ya que estas son las articuladoras de la actividad matemática y las que le permiten seguir una estrategia para la resolución de los problemas. Para estudiar las concepciones de los estudiantes, el modelo ckc analiza cuatro componentes indisociables (ver figura 1) que se imponen cuando se quiere evidenciar una concepción y que son suficientes para caracterizarla.

Un conjunto de problemas, un conjunto de operadores, un sistema de representación y una estructura de control (figura 1). De ahí la importancia de estudiar las concepciones durante el proceso de identificar las estrategias pues las concepciones se yuxtaponen a estas.



**Figura 1.** Componentes de una concepción.

Adaptación de lo presentado por Balacheff (2005, p. 184)

## 2. Aspectos metodológicos

Para efectos de esta investigación, de la cuádrupla del modelo ckc, no nos concentraremos en los problemas (P) pues éstos son los que están planteados en los talleres que se van analizar. Por lo tanto, la caracterización de la concepción será la tripleta (R, L,  $\Sigma$ ) ya que esta investigación tiene el interés de aportar al conocimiento de estrategias y concepciones que emplean los estudiantes al resolver problemas propios de curso de pre-cálculo de la UIS.

Para recolectar los datos se realizó acompañamiento en cada una de las 15 sesiones de trabajo correspondientes al curso, de las cuales se tomaron dos sesiones para ser analizadas: *Análisis de Información y La Derivada como Razón de Cambio*. Estas sesiones fueron filmadas, se recolectaron los apuntes de algunos estudiantes (la solución de los talleres) y adicional a esto se tomaron algunas notas en una libreta de campo sobre aspectos importantes que se observaron durante el desarrollo de las actividades. Todo esto para extraer evidencias que soportarán el análisis que apunta al objetivo de la investigación que es de tipo descriptivo-exploratoria.

### 3. De la resolución de problemas a las estrategias y las concepciones

El análisis se articula desde la transcripción de las conversaciones del profesor-estudiante o investigador-estudiante en los momentos donde se evidencia la estrategia, seguido se sintetizan los elementos de la concepción según el modelo ckc en una tabla y se explica la estrategia que es utilizada.

Para el taller “Análisis de Información” se identificaron 13 estrategias y las respectivas concepciones que los estudiantes emplearon en la resolución de problemas planteados en la actividad. En el taller “La Derivada como Razón de Cambio” se identificaron 12 estrategias y las concepciones empleadas. Para entender mejor lo que fue el análisis de la información, presentaremos el siguiente ejemplo para la Situación 2 del Taller "Análisis de Información" a la cual el estudiante debe identificar el modelo que mejor se ajusta a la situación.

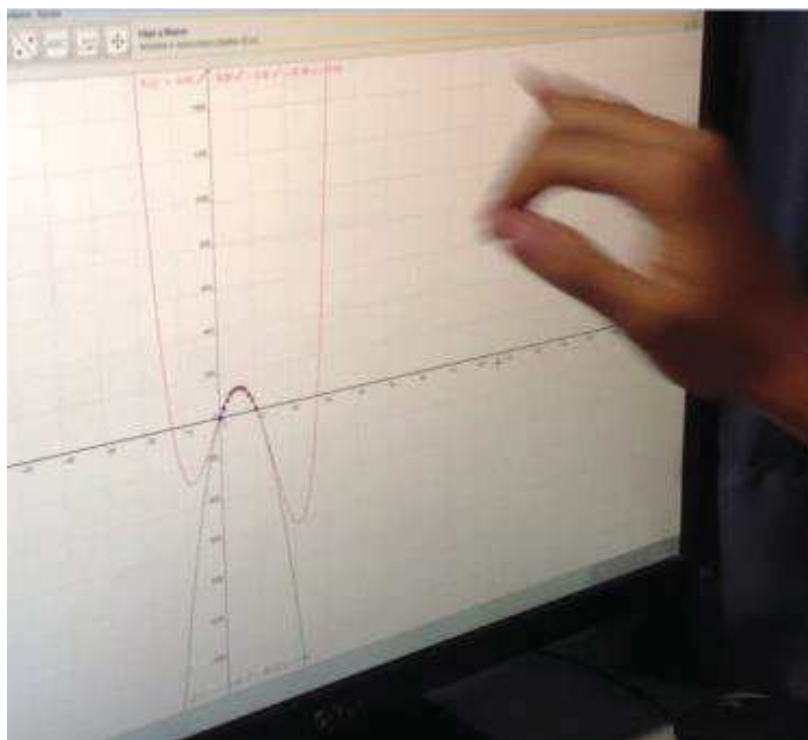
En un laboratorio de física, se realizó un experimento que consistió en lanzar un proyectil verticalmente hacia arriba. En la siguiente tabla se muestran las alturas registradas en diferentes momentos.

Lanzamiento de un proyectil

Tiempos (S)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Altura(Cm)	48.3	79.5	107.4	120.8	127.7	124.9	113.5	84.5	55.5	10.7

#### Estrategia.

- [1] Inv: ¿Ya decidió cuál es la curva que mejor se ajusta a los datos?
- [1] Est: La que está en verde.
- [2] Inv: ¿La que está en verde que curva es?
- [3] Est: Es polinómica de segundo grado.
- [4] Inv: ¿Por qué se decidió por esa?
- [5] Est: Porque... digamos acá, esta es la roja y es la de grado 4, esta es verde y es la de grado 2 [señalando con los dedos las gráficas en la pantalla]. Entonces como se puede ver, la de grado 2 toca dos veces el eje  $x$  y según el ejercicio el proyectil se dispara, y es decir, va a estar en el punto  $(0,0)$  y va a llegar a un punto en el que va a tocar el eje  $x$  cuando termina su impulso y entonces va a hacer 2 cortes con el eje  $x$ . Mientras que acá el polinomio de grado 4 hace cuatro cortes, cosa que el ejercicio no da a entender, entonces por eso la de grado 2 es la más conveniente. [El estudiante hace zoom y ve el número de cortes que hacen las gráficas con el eje  $x$ ]
- [6] Inv: ¿Algo más?
- [7] Est: También vemos que la de grado 4 vuelve a subir y en la situación el proyectil no vuelve a subir, sube y baja una sola vez.



**Figura 2.** Representación gráfica, Estrategia 3, Situación 2

**Tabla 11.** Concepción de la Estrategia 3, Situación 2

OPERADORES	SISTEMA DE REPRESENTACIÓN	ESTRUCTURA DE CONTROL
$R_1$ : Modelo Polinomial de grado 2. [2], [4], [6] $R_2$ : Modelo Polinomial de grado 4 [6] $R_3$ : Raíces del polinomio.	$L_1$ : Grafico	$\Sigma_1$ : Análisis de las gráficas[6], [8]  $\Sigma_2$ : El modelo de la gráfica debe ser acorde a la situación [6]
<b>Concepción:</b> Gráfica que se ajuste al contexto del problema		

La dificultad para escoger el modelo que mejor se ajusta a la situación es que hay varios que se ven idénticos, por ello la estrategia del estudiante se enfoca en buscar un criterio de selección utilizando las herramientas de GeoGebra para visualizar las dos gráficas y compararlas ( $L_1$ ) para luego tomar una decisión sobre cuál escoger entre un polinomio de grado 2 ( $R_1$ ) y uno de grado 4 ( $R_2$ ).

De modo que, para esta tarea, emplea el zoom ( $\Sigma_1$ ) y ve que la de grado dos toca dos veces el eje  $x$  y la de grado cuatro toca cuatro veces el eje  $x$ , lo cual lo influencia para la toma de decisiones a la que se enfrenta: utiliza este hecho como criterio de selección ya que comprende que el proyectil solo toca dos veces el eje  $x$ , cuando es lanzado y cuando llega de nuevo a la tierra ( $\Sigma_2$ ) y el polinomio de grado cuatro lo toca cuatro veces. Vemos que el razonamiento del estudiante es adecuado para darle solución a la situación pues él se moviliza sobre una representación geométrica que es analizada con el uso del zoom.

## 4. Conclusiones

Al utilizar el modelo ckc para analizar las concepciones utilizadas en las estrategias, se percibe que éstas, junto con las habilidades de los estudiantes son fundamentales en la resolución de problemas.

A través del análisis de esta investigación se corroboró que las estrategias que los estudiantes emplean en la resolución de problemas están influenciadas por la veracidad de las concepciones que poseen. En las estrategias halladas se observó que hubo algunas que permitieron la solución acertada del problema y otras que no, esto nos lleva a concluir que es importante la validez, coherencia y eficacia de la concepción. Si los estudiantes tienen concepciones erradas lejos de lo que son los conocimientos matemáticos, tienen menos posibilidades de resolver el problema.

Del estudio de las estrategias evidenciadas en el análisis de los talleres del curso de pre-cálculo, se puede afirmar que algunos estudiantes siguieron las etapas del marco metodológico propuesto por Fiallo y Parada (2014) al incorporar el uso de GeoGebra, ya que inicialmente problematizaban la situación, esto los llevaba a realizar una exploración del problema, posteriormente buscaron métodos de solución para luego reflexionar sobre la estrategia, esto con la orientación del profesor y la participación del estudiante en el proceso de socialización realizado.

Gracias a la interacción entre pares, estudiante-profesor, estudiante-investigador fue posible identificar las estrategias de los estudiantes. Esto resalta, como lo fundamental de un aula participativa en la cual se construya el pensamiento matemático a partir de la resolución de problemas.

## Referencias bibliográficas

- Balacheff, N. (2005). "Marco, registro y concepción". Revista Ema, Vol. 9, No. 2005, pp. 181-204. Recuperado por [http://funes.uniandes.edu.co/1498/1/116\\_Balacheff2005Marco\\_RevEMA.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1498/1/116_Balacheff2005Marco_RevEMA.pdf)
- Fiallo, J., Parada, S. (2014). Curso de pre-cálculo apoyado en el uso de GeoGebra para el desarrollo del pensamiento variacional.
- Ministerio de Educación Nacional (1998). Lineamientos curriculares en matemáticas. Bogotá: Autor.
- MEN (2004). Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales. Bogotá, Colombia: Enlace Editores Ltda.
- NCTM (2003). Principios y Estándares para la Educación Matemática. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- VASCO, C. (2006). El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías. En Vasco, C. Didáctica de las matemáticas: artículos selectos. (pp. 134-148). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.