

Tareas que integran el conocimiento histórico al conocimiento didáctico del contenido matemático en un curso de Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra

CAROLINA ROJAS CELIS

crojasc@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional (Profesora)

WILLIAM ALFREDO JIMÉNEZ GÓMEZ

williamjimenez@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional (Profesor)

EDGAR ALBERTO GUACANEME SUÁREZ

guacaneme@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional (Profesor)

LYDA CONSTANZA MORA MENDIETA

lmendieta@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional (Profesora)

Resumen. El programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, en un curso de *Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra*, ha incorporado la historia de las matemáticas, particularmente aspectos de la historia de la aritmética y el álgebra, como un elemento que promueve la apropiación de conocimiento didáctico del contenido matemático de los futuros profesores de matemáticas. En esta comunicación, desarrollada como socialización del proyecto titulado “El conocimiento histórico en la constitución de una visión sobre la naturaleza de la Aritmética y el Álgebra en maestros de matemáticas en formación” y apoyado por el Centro de Investigaciones de la Universidad, se presentan algunas tareas que permiten evidenciar tal incorporación.

Palabras clave: Formación de profesores, conocimiento didáctico del contenido matemático, historia de las matemáticas.

1. Presentación

Hace algo más de un lustro, profesores del Departamento de Matemáticas decidieron incorporar a la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional [UPN] una línea de formación en Didáctica y Pedagogía de las Matemáticas y en esta asignar un lugar a las didácticas específicas; así, hoy tal programa de formación inicial incluye cursos de Enseñanza y Aprendizaje en las áreas de geometría, estadística, cálculo, y aritmética y álgebra. Desde 2010 este último curso (*i.e.*, Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra [EAAA]), ha estado a cargo de una profesora quien, atendiendo a unos lineamientos (Camargo, Salazar, & Mora, 2008) generados para este tipo de cursos que indicaban la necesidad de auspiciar una reflexión sobre la naturaleza de los objetos matemáticos, ha vinculado, de diversas maneras y con diferentes intenciones, la historia de la aritmética y el álgebra (Herrera & Osorio, 2014; Mora, 2011,2013), a tal punto que hoy se reconoce esta historia como un organizador curricular del curso (Mora & Guacaneme, 2014).

El grupo de investigación RE-MATE (*Research on Mathematics Teacher Education*) de la UPN, ha seleccionado este curso como uno de sus objetos de estudio y, en esta dirección, ha direccionado tres tesis de la Maestría en Docencia de la Matemática (Beltrán Beltrán & Lázaro Luna, 2014; Gálvez Socarrás & Maldonado Guinea, 2012; Manrique García & Triana Yaya, 2013) y el proyecto de investigación titulado “El conocimiento histórico en la constitución de una visión sobre la naturaleza de la Aritmética y el Álgebra en maestros de Matemáticas en formación”, auspiciado por el Centro de Investigaciones de la UPN para el periodo 2013-2014. Precisamente en este proyecto se han identificado las tareas que, vinculando aspectos de la historia de la aritmética y el álgebra, se propusieron durante el desarrollo del curso EAAA en el segundo semestre de 2013, y cuyo análisis conduce a reconocer en estas una intención de incidir en el conocimiento didáctico del contenido matemático (CDCM) de los futuros maestros de matemáticas. El presente documento, presenta información relacionada con el tratamiento de tales tareas en el marco del proyecto referido.

2. Marco de referencia

En el proyecto en cuestión se ha seleccionado, construido y empleado un amplio marco de categorías que ofrecen una perspectiva del objeto de estudio del mismo (Mora, Jiménez & Guacaneme, 2014). Unas de tales categorías se refieren al cómo la HM se vincula a la construcción del CDCM; estas surgen de algunas formas de aparición o intervención de la Historia de las Matemáticas [HM] en la enseñanza de las Matemáticas (eM) reportadas en

la literatura especializada y retomadas por Guacaneme (2014), quien propone una agrupación en al menos tres formas genéricas, a saber: (i) Alusión a la HM en la eM, (ii) Integración de la HM a la eM y (iii) Determinación de la eM a través de la HM. Si bien estas formas están previstas específicamente para la eM (y no para el CDCM), en el proyecto de investigación se han tomado como derrotero. De esta manera se asume que en el curso puede haber intervenciones de la historia de la Aritmética y el Álgebra a través de: (i) alusiones de la historia a favor del CDCM, (ii) integración de la historia al CDCM y (iii) Determinación del CDCM a través de la historia.

Por otra parte, se sabe que a partir de la propuesta clásica de Shulman (1987), en el campo de investigación conocido como Educación del profesor de Matemáticas [EPM] se han desarrollado nuevas posturas sobre los componentes del conocimiento del profesor (Ball, Thames, & Phelps, 2008; Rowland, Huckstep, & Thwaites, 2005; Stacey, 2008). En estas las ideas de *conocimiento didáctico del contenido matemático* y de *conocimiento curricular de las matemáticas escolares*, entre otras, se asumen como objeto de estudio con tratamientos muy depurados. Con respecto al CDCM se acogen como categorías de análisis las tres siguientes: (i) conocimiento del contenido enseñable (es decir, el conocimiento de los temas específicos y de la caracterización del contenido), (ii) conocimiento de las formas de presentación de los objetos matemáticos vinculados al contenido enseñable y (iii) conocimiento sobre el aprendizaje del estudiante en relación con el contenido enseñable.

3. Las tareas propuestas y su análisis

Del sinnúmero de tareas empleadas en el curso, se han seleccionado las siguientes (y se han titulado) para ilustrar la manera en que la HM interviene en el CDCM.

Historicidad de la Aritmética y el Álgebra

En esta tarea los estudiantes, con base en lo estudiado en el curso, inicialmente describen qué consideran que es aritmética y álgebra; con ello se procura favorecer la identificación de objetos propios (y compartidos) de la aritmética y el álgebra. A partir de ello, seleccionan tres hitos históricos de la historia de la aritmética y el álgebra (sucesos cruciales o hechos importantes), identificando: personajes involucrados, épocas y obstáculos en la constitución de los objetos matemáticos; para estos obstáculos se pide analizar si pueden verse reflejados en la enseñanza o el aprendizaje de la aritmética y el álgebra, procurando cuestionar el paralelismo entre los sucesos matemáticos en la humanidad y los eventos matemáticos de los individuos en la clase.

Sobre las representaciones y los sistemas numéricos

Esta tarea es propuesta para que los maestros en formación identifiquen cuáles representaciones de los números (naturales, enteros, racionales, irracionales, reales, complejos) reporta la HM y de estas cuáles se emplean en los libros de texto de la Educación Básica o Media. Más allá de reconocer tales representaciones, la intención de la tarea es favorecer un ambiente a través del cual los estudiantes infieran ventajas y desventajas de estas al ser llevadas al aula y que construyan justificaciones al porqué aparecen o no en los textos escolares. En este sentido, por ejemplo, se procura cuestionar si la secuencia típica en la enseñanza de los sistemas numéricos (N, Z, Q, R, C) deviene de la secuencia constructiva históricamente o si para los números irracionales aparecen históricamente las representaciones radicales de números primos, la representación decimal infinita no periódica, las fracciones continuas infinitas, las series, entre otras.

Ecuaciones y modelos de su enseñanza

Inicialmente se propone identificar modelos de enseñanza de ecuaciones y trabajar en algunos de ellos (v.g., balanza); luego, se procura comparar los identificados en los libros de texto y establecer si hay alguna relación con la historia del álgebra. Con esta tarea se pretende que los estudiantes infieran si la enseñanza de las ecuaciones se corresponde con aspectos de la secuencia histórica (v.g., si el tratamiento de las ecuaciones involucra su expresión como herramienta y como objeto).

Al realizar un análisis de estas tareas se advierte que en la Tarea 1 hay un empleo de alusiones históricas cuando se indaga por personajes, pues esta información parece comportar una naturaleza de dato. Sin embargo, la información sobre las épocas cobra un sentido diferente, pues esta se contrasta con la secuencia curricular propuesta por los Lineamientos (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de competencias en Matemáticas (MEN, 2006), con el ánimo de reconocer si la secuencia de enseñanza de estos objetos se corresponde con su historicidad. Por otra parte, la información sobre los obstáculos en la constitución de los objetos matemáticos trasciende la naturaleza de dato histórico, dado que es empleada para contrastarse con los posibles obstáculos que presentan los alumnos en el aprendizaje de la aritmética y el álgebra; precisamente esto último constituye una parte del CDCM deseable para los maestros en formación y construible a través de esta tarea. De otra parte, los aspectos históricos estudiados a través de la historia, constituyen un marco de referencia para que los futuros profesores contrasten sus ideas iniciales acerca de los rasgos distintivos de la naturaleza de la aritmética y el álgebra; con ello se advierte una manera adicional de integración de la HM al CDCM y una contribución a la caracterización del contenido enseñable.

Al examinar la Tarea 2 se evidencia una nueva manera de integración de la HM al CDCM, pero en este caso, el CDCM se ve favorecido tanto al permitir una caracterización del contenido enseñable, como al suministrar formas de presentación del mismo. En efecto, al cuestionar, la intencionalidad de estudiar escolarmente, por ejemplo, un sistema de numeración como el romano, se aporta al reconocimiento de la racionalidad de aparición de temáticas escolares; asimismo, al estudiar los rasgos de los sistemas de numeración, se hace evidente la necesidad de precisar conceptos como lo aditivo o posicional de un sistema. Adicionalmente, la tarea dota a los maestros en formación de diversas representaciones de los números para disponer de opciones para llevar al aula, favoreciendo potencialmente las formas de presentación de los objetos matemáticos.

En la Tarea 3 se reconoce un interés por inquirir a la historia del álgebra por modelos que puedan replicarse para modelar las ecuaciones y sus métodos de solución; con ello se advierte un aporte a las posibles formas de presentación de los objetos matemáticos, como expresión del CDCM. De esta manera el conocimiento histórico determina el CDCM de los futuros profesores.

4. Conclusiones

Los desarrollos logrados en la Licenciatura en Matemáticas de la UPN (específicamente en el curso EAAA), visibilizados a través del proyecto de investigación arriba citado, evidencian que la HM puede constituir un insumo de gran potencial en la organización de tareas que aportan a la formación del futuro profesor de matemáticas, específicamente a su CDCM. Al parecer, las tareas organizadas con base en la HM permiten conocer y relacionar aspectos didácticos, curriculares y matemáticos, que hacen que el CDCM se promueva, contribuyendo con ello a la formación de profesionales más conscientes de su rol, conocedores de las particularidades de las matemáticas escolares y de la especificidad del aprendizaje de estas. Este hecho es evidenciado en la respuesta de un estudiante que después de aprobado el curso, respondió frente a la pregunta si reconoce alguna incidencia de la historia de la aritmética o el álgebra en su formación didáctica:

En una primera instancia se comprenden las dificultades, errores y obstáculos que tienen los alumnos a partir de las dificultades, errores y obstáculos que se generan en la historia. En segundo lugar porque permite conocer formas de enseñanza de objetos del Álgebra a partir de la forma en que se construyen dichos objetos.

Referencias bibliográficas

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Beltrán Beltrán, A. M., & Lázaro Luna, W. F. (2014). *Caracterización del conocimiento del formador de profesores en Didáctica de las Matemáticas a través de un estudio de caso*. Maestría en Docencia de la Matemática Tesis no publicada, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, D.C.
- Camargo, L., Salazar, C., & Mora, L. C. (2008). *Línea de Pedagogía y Didáctica*. Documento no publicado. Departamento de Matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá.
- Gálvez Socarrás, A. M., & Maldonado Guinea, A. F. (2012). *El papel de la historia de la Aritmética en un curso de Didáctica para la formación inicial de profesores*. Maestría en Docencia de la Matemática Tesis no publicada, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, D.C.
- Guacaneme, E. A. (2014). *Potencial formativo de la teoría euclidiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de Matemáticas*. Doctorado Interinstitucional en Educación - Énfasis en Educación Matemática Tesis en revisión, Universidad del Valle, Santiago de Cali.
- Herrera, Y. P., & Osorio, K. E. (2014). *Papel de la Historia de las Matemáticas en un curso de Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra: visión desde una perspectiva documental*. Ponencia presentada en el VI Congreso internacional en modelación y formación de Ciencias Básicas, Medellín.
- Manrique García, J. F., & Triana Yaya, J. A. (2013). *El papel de la historia del Álgebra en un curso de Didáctica para la formación inicial de profesores*. Maestría en Docencia de la Matemática Tesis no publicada, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, D.C.
- Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos curriculares de Matemáticas*. Bogotá: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: MEN.
- Mora, L. C. (2011). *La experiencia de un curso de Didáctica de la Aritmética y el Álgebra en la Universidad Pedagógica Nacional*. Ponencia presentada en el V Seminario de Matemática Educativa y IV Encuentro de Programas de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas, Bogotá.
- Mora, L. C. (2013). *Historia de las Matemáticas a favor del conocimiento didáctico del contenido: mi experiencia como formadora de profesores*. Ponencia presentada en el Cuarta Escuela Nacional de Historia y Educación Matemática, Santiago de Cali. Documento no publicado
- Mora, L. C., & Guacaneme, E. A. (2014). *La Historia de las Matemáticas como organizador curricular a favor del Conocimiento Didáctico del Contenido*. Ponencia presentada en el XII Coloquio Regional de Matemáticas y II Simposio de Estadística, San Juan de Pasto. Documento no publicado
- Mora, L. C., Jiménez, W. & Guacaneme, E. A. (2014). *Unidades de análisis para identificar la relación "conocimiento histórico - conocimiento didáctico del contenido"*. Ponencia aceptada para ser presentada en la 28ª Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Barranquilla.
- Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 225-281.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching. Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Stacey, K. (2008). Mathematics for Secondary Teaching. Four Components of Discipline Knowledge for a Changing Teacher Workforce. In P. Sullivan & T. Wood (Eds.), *Knowledge and Beliefs in Mathematics Teaching and Teaching Development* (Vol. 1, pp. 87-113). Rotterdam: Sense Publishers.