

Objetivación de la derivada en una situación de Pensamiento Variacional

JORGE EDWIN MORENO CABEZA

george.x.math@gmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Estudiante)

Resumen. Se presenta el avance de la investigación “Objetivación de la derivada en estudiantes para profesor”, correspondiente al proyecto de grado para la Maestría en Educación de la Universidad Distrital. El proyecto busca determinar los nodos semióticos emergentes en el proceso de objetivación de la derivada en un grupo de estudiantes para profesor. Se presentan los conceptos relacionados con la teoría cultural de la objetivación, que sustenta la investigación, así como algunos elementos de la perspectiva multimodal del pensamiento, que permite realizar un análisis desde lo escrito, lo verbal y lo gestual.

Palabras clave: Teoría cultural de la objetivación, medios semióticos, nodos semióticos, derivada.

1. Problema de investigación

La derivada es un objeto matemático de difícil comprensión tanto por parte de estudiantes de colegio como de estudiantes universitarios (Azcarate & Camacho (2003), Cantoral (1995), Salazar, Díaz, & Bautista (2009), Carabús (2002)). Estos autores comentan que los estudiantes difícilmente alcanzan un manejo adecuado de los algoritmos y que, además, estas dificultades han sido históricamente analizadas desde el punto de vista didáctico cognitivista.

En esta dirección, Dolores (2011) propone que la enseñanza de la derivada se ha dado principalmente desde 2 aspectos: un desarrollo clásico, sostenido sobre el paradigma numérico, algebraico, formal, y de aproximación afín local; y un desarrollo problémico, basado en un enfoque variacional y un enfoque geométrico. Autores como Sánchez (2008) reconocen la importancia de dotar de significado y comprensión a la derivada basadas en diferentes sistemas de representación para pensar sobre la derivada.

La investigación propone observar la interacción del sujeto con el objeto matemático derivada en un contexto variacional y gráfico, pero bajo un análisis de la teoría cultural de la objetivación, cuya característica principal es comprender el pensamiento como algo externo pero inherente al ser humano, además de que reconoce la dimensión multimodal del mismo pues entiende que un gesto, una palabra o una acción forman parte integral del pensamiento (Radford, Edwards & Arzarello, 2009, Arzarello, 2006).

En específico, la propuesta busca identificar los nodos semióticos emergentes cuando un grupo de estudiantes para profesor se enfrentan a una actividad, entendida en el sentido de Leont'ev (citado en Radford, 2013), relacionada con el objeto matemático derivada visto desde un enfoque variacional y geométrico. Con este fin, se busca dar respuesta a la pregunta *¿Cómo es la interacción de los medios semióticos que movilizan estudiantes para profesor cuando se enfrentan a tareas asociadas al proceso de objetivación de la derivada?*

2. Marco conceptual

La investigación tiene como bases conceptuales principales a la teoría cultural de la objetivación, propuesta por Radford (2006, 2013), las categorías didácticas propuestas por Dolores (2011) respecto a la derivada.

Teoría cultural de la objetivación. La teoría cultural de la objetivación tiene como fundamento epistemológico principal la idea de *Labor* desarrollada por Hegel, Marx, Leont'ev y la escuela del materialismo dialéctico (Radford, 2013). Además se caracteriza por concebir al pensamiento desde un punto de vista no mentalista, sino como algo exterior al sujeto. Radford (2006) concibe el pensamiento como una práctica social, una reflexión mediatizada del mundo. Esto repercute en la manera en que es concebido el aprendizaje, pues este se entiende entonces como formas fijas de reflexión cultural tal que, al estar histórica y culturalmente situados, son susceptibles de ser observados, afuera del tradicional espacio de observación interno del pensamiento y el aprendizaje establecidos por las teorías cognitivistas.

En la teoría, el aprendizaje pasa por dos constructos teóricos conocidos como iconicidad y contracción. En especial esta última corresponde a un refinamiento de los medios semióticos (en el sentido de Vygotsky, citado en Radford 2013), de tal forma que al ir disminuyendo la cantidad de estos, no se genera pérdida de generalidad en el concepto que desarrollado.

Este proceso de contracción se produce en un contexto de coordinación de apariciones de medios semióticos, lo cual dentro de la teoría define lo que es un *nodo semiótico*. Ahora, dado que el pensamiento es susceptible de ser percibido, los gestos, las palabras, lo escrito y lo déictico se convierten en parte consustancial del mismo, del objeto matemático.

Estructura didáctica de la derivada. Dolores (2011) propone unas categorías para observar los diferentes manejos didácticos de la derivada. Aun cuando esta propuesta proviene de una perspectiva cognitivista, concuerda con la categorización de otros autores, y aún de otras teorías como la socioepistemológica propuesta por Cantoral (1995).

Al respecto, Dolores caracteriza los enfoques algebraico, numérico, formal, infinitesimal y aproximación afín local como los que tradicionalmente se manejan en la escuela, con un perfil más algorítmico. Sin embargo, estas perspectivas generalmente fallan al momento de que el estudiante se enfrente a un problema con enunciado no algorítmico.

El enfoque variacional y el geométrico, privilegia el desarrollo entorno a situaciones problema, con lo cual se dota más de sentido al concepto. El autor genera también lo que llama un “enfoque computacional” en el cual se aborda la derivada desde las tecnologías de la información y los métodos numéricos.

3. Metodología

La investigación se realiza desde una perspectiva cualitativa, descriptiva e interpretativa, estos entendidos en el sentido de Wollcot (1994) (citado por Coffey & Atkinson, 2003), en la cual se entiende que los datos deben permitir expresar por sí solos lo que se desea encontrar, mostrándose de acuerdo a lo que está ocurriendo en la situación real; también permiten *analizar* al realizar una búsqueda sistemática de relaciones en los datos; y una *interpretación* que permite explicar esa relación que se observa más allá de los datos vistos.

La recolección y análisis de los datos se realizará desde lo desarrollado por Miranda, Radford & Guzmán (2007), la cual fue aplicada para el análisis de un proceso enmarcado en el pensamiento variacional, correspondiente a la interpretación de gráficas descriptivas del movimiento, en un plano cartesiano, actividad enmarcada también en la TCO. Resulta adecuada esta estrategia debido a que el objeto matemático a trabajar en la investigación, la derivada, también corresponde al pensamiento variacional, y contiene un componente gráfico. Los elementos de la recolección son los siguientes:

- Grabación de sesiones de trabajo mediante una videocámara.
- Obtención de las hojas de trabajo de los estudiantes.

- Transcripción de las conversaciones de los estudiantes durante el desarrollo de la actividad.
- Análisis de los videos respecto a la interacción social y los procesos de resolución del problema.

La codificación de los datos se realizará de acuerdo a la pregunta de investigación. Para ello, posteriormente a la transcripción de las grabaciones, se analizarán los apartados en los cuales se encuentre, primero, una presencia de medios semióticos de objetivación, y posteriormente, se evidencie una coordinación de medios semióticos de objetivación, lo cual generará los nodos semióticos.

Cabe resaltar que para el análisis no solo se tendrá en cuenta la transcripción sino que, dada la perspectiva epistemológica de la TCO, se trabaja una perspectiva multimodal del pensamiento (Radford, Edwards & Arzarello, 2009), en la cual se analizan diversos sistemas de representación, como lo hablado, lo escrito, lo gestual o las acciones, no de una manera aislada sino de una manera integral y relacional entre ellos.

Finalmente, el análisis se realiza en un marco microgenético, que corresponde a una formación de un proceso psicológico en un corto periodo de tiempo. Esto permitirá “centra[r] su análisis en los gestos, discursos, actividad perceptual, movimiento corporal y como estos se desarrollan y se despliegan en una situación de interacción”(Radford, Edwards & Arzarello, Op. Cit., p. 92) entorno a una actividad relacionada con el objeto matemático derivada.

Dado lo anterior, la actividad se retroalimentará continuamente, por lo cual, y de acuerdo con Vergel (2013) se propone el ciclo metodológico siguiente para el diseño de la actividad. Cabe resaltar que el paso 4 permite la retroalimentación y la reestructuración de la actividad.

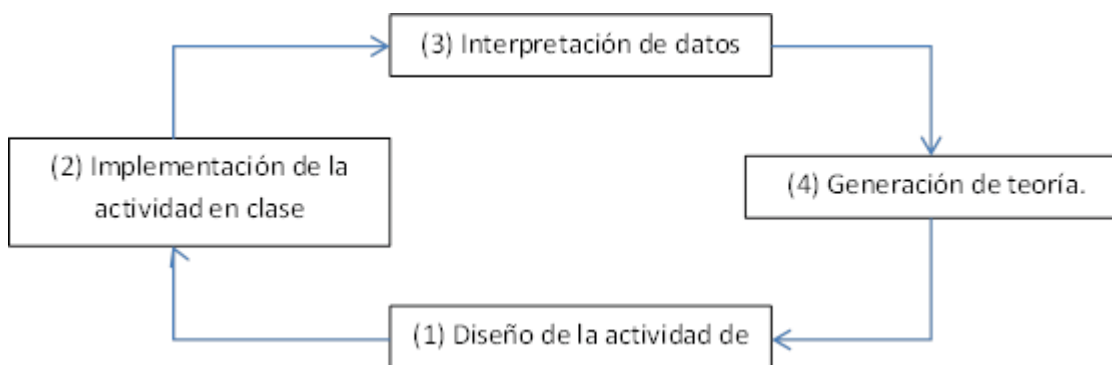


Figura 1. Ciclo metodológico

Referencias bibliográficas

- Azcarate, C. & Camacho, M. (2003). Sobre la investigación en didáctica del análisis matemático. *Boletín de la asociación matemática Venezolana*, X (2), 135 – 149.
- Coffey, A. & Atkinson, P. (2003). *Encontrar el sentido a los datos cualitativos*. Antioquía, Ed. Universidad de Antioquía. Pp 10 – 11.
- Dolores, C. & García, M (2011). Derivada: una propuesta para su comprensión. *XIII CIAEM-IACME*
- Miranda, I., Radford, L. & Guzmán, J. (2007). Interpretación de gráficas cartesianas sobre el movimiento desde el punto de vista de la teoría de la objetivación. *Educación Matemática*, 19(3), 5-30.
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, número especial sobre semiótica, cultura y pensamiento matemático. 103-129.
- Radford, L., Edwards, L. & Arzarello, F. (2009). Introduction: beyond words. *Educational Studies in Mathematics*, 70: 91-95.
- Radford, L. (2013). *De la teoría de la objetivación*. Conferencia inaugural XIV Encuentro Colombiano de Matemáticas Educativa.
- Vergel, R. (2013). *Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años)*. Tesis doctoral no publicada. Doctorado interinstitucional en educación, énfasis en Educación Matemática. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá-Colombia.