Una aproximación a la comprensión de la proporcionalidad directa. Reporte de una experiencia

ARMANDO ANTONIO LÓPEZ POVEDA
armando.andino@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Estudiante de Maestría)

Resumen. La siguiente propuesta de experiencia de aula corresponde a la presentación de algunos de los resultados obtenidos luego de la aplicación de una secuencia de actividades en el marco del trabajo de grado correspondiente la Maestría en Educación, énfasis en Educación Matemática. En dicha secuencia se pretende evaluar los significados personales de los estudiantes de grado sexto del colegio Germán Arciniegas IED Jornada Tarde, en un proceso de estudio dirigido sobre la proporcionalidad directa. Responde a la necesidad de abordar la problemática de la comprensión y del aprendizaje de dicho objeto matemático desde los significados personales de los estudiantes, dadas las insuficiencias, necesidades y tensiones que surgen en las relaciones estudiante, saber, profesor y entorno tal y como lo mencionan Prieto (2009), Espinal, Suárez, Araque, & Vanegas (2003), Lineamientos curriculares de Matemáticas, (1998), entre otros.

Palabras clave: Significados personales, significados institucionales, proporcionalidad directa, prácticas matemáticas.

1. Planteamiento de la temática y del problema de investigación

El problema de investigación se enmarca en la siguiente pregunta ¿Cómo evaluar los significados personales de los estudiantes en una determinada tarea o lección matemática, en un proceso de estudio dirigido sobre la proporcionalidad directa?

Con relación a dicho *problema*, se pueden evidenciar algunos aspectos tales como:

- Prieto (2009), citando de los estándares del NCTM menciona "que relativamente pocos alumnos de grados altos tienen la habilidad para usar el razonamiento proporcional de manera consistente*"*. De esta forma se tiene que la destreza del razonamiento proporcional solo se consigue a partir de la resolución de problemas y de tareas o situaciones propias de las matemáticas.

- El Tercer Estudio Internacional en Matemáticas y Ciencias (TIMSS) mostro que la proporcionalidad presentó niveles de desempeño bastante bajos en el ámbito internacional y muy bajo para la población colombiana de los grados séptimo y octavo. (Espinal, Suárez, Araque, & Vanegas, 2003). Teniendo en cuenta dichos resultados y según mi propia experiencia como docente de matemáticas se evidencian tensiones en las relaciones estudiante, saber, profesor y entorno, ya que las comprensiones de los estudiantes no son las esperadas por las autoridades educativas (en términos de gestores de las políticas educativas, planes de estudios…), los padres de familia y profesores.

- Bosch (2006), menciona que existe multiplicidad de investigaciones de propuestas didácticas que han abordado el problema de la enseñanza y el aprendizaje de la proporcionalidad tales como Harel y Behr (1989), Hart (1988), Karplus, Pulos y Stage (1981, 1983a, 1983b), Lamon (1991), Noelting (1980a, 1980b), Singer y Resnick (1992), Toumiaire (1986), Toumiaire y Pulos (1985), entre otros.

2. Marco de referencia conceptual

Algunos elementos teóricos que se consideran en esta propuesta y que orientaron tanto el diseño como el desarrollo de la secuencia de actividades están enmarcados en el enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la instrucción matemática propuesto por Gódino y sus colaboradores. Tales referentes permitieron evaluar los significados personales de los estudiantes en un proceso de estudio dirigido de las matemáticas. Dichos elementos son los siguientes:

- Godino describe *el significado personal e institucional de un objeto matemático* como “los Sistemas de prácticas que realiza una persona para resolver cierto tipo de problemas. Esas prácticas-acciones o manifestaciones operatorias y discursivas-pueden ser atribuidas a un sujeto individual, en cuyo caso hablamos de significado del objeto personal, o pueden ser compartidas en el seno de una institución y entonces decimos que se trata del significado del objeto institucional correspondiente” (Godino, 2002) (Lurduy, 2005,2012). En la aplicación de dicha secuencia se evalúan los sistemas de prácticas, los cuales permiten evaluar los significados personales de los estudiantes con relación a unos significados institucionales.

- Los Objetos Primarios que emergen de la actividad matemática y que orientan la aplicación de la secuencia de actividades, en las cuales se privilegia la resolución de situaciones problema o tareas se caracterizan de la siguiente manera:

> ***Lenguaje*** (términos, expresiones, notaciones, gráficos). En un texto vienen dados en forma escrita o gráfica pero en el trabajo matemático pueden usarse otros registros (oral, gestual). Mediante el lenguaje (ordinario y específico matemático) se describen otros objetos no lingüísticos. ***Situaciones*** (problemas más o menos abiertos, aplicaciones extramatemáticas o intramatemáticas, ejercicios...); son las tareas que inducen la actividad matemática. ***Acciones*** del sujeto ante las tareas matemáticas (operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo, procedimientos). ***Conceptos*,** dados mediante definiciones o descripciones (número, punto, recta, media, función...). ***Propiedades*** o atributos de los objetos mencionados, que suelen darse como enunciados o proposiciones. ***Argumentaciones*** que se usan para validar y explicar las proposiciones (sean deductivas o de otro tipo) (Godino, 2002).

Según dichas caracterizaciones se pretende identificar algunos elementos del significado en lo expresado en los textos de los estudiantes.

3. Metodología y resultados del diseño

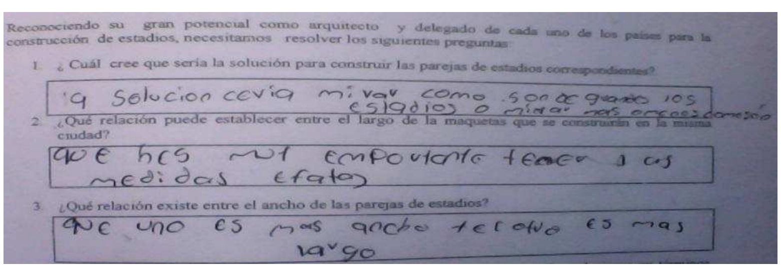
En la Evaluación de los significados personales de los estudiantes se tuvieron en cuenta las siguientes categorías:

SISTEMAS DE PRÁCTICAS (S)	**SIGNIFICADOS INSTITUCIONALES (S.I)**		
	REFERENCIAL (I.R)	**PRETENDIDO (I.P)**	**IMPLEMENTADO (I.I)**
DISCURSIVAS (S.D)	3) En la época Heroica, Hipócrates de Chios 430 a.c. (Elementos de Geometría) utilizaba la proporción a magnitudes conmensurables. Específicamente en las cuadraturas de Hipócrates se muestra la habilidad para convertir un rectángulo de lados a y b en un cuadrado, lo que requería hallar la media proporcional o geométrica entre los segmentos ay b; es decir $\frac{a}{x}=\frac{x}{b}$, los geómetras de la época sabían construir fácilmente el segundo x.	1) Entre del campo conceptual Vergnaud (1991) define Tres categorías que son: Isomorfismo de medidas, Producto de medidas, Proporcionalidad múltiple diversa del producto.	1) La razón es una comparación por división de dos cantidades. 2) El Coeficiente de proporcionalidad o constante de proporcionalidad de dos magnitudes directamente proporcionales, es el número que transforma por multiplicación las cantidades de una magnitud, en cantidades correspondientes de la otra. 3) Proporción es la igualdad de dos razones de cantidades correspondientes de dos magnitudes directamente proporcionales.

<table>
<tr>
<td>OPERATIVAS (S.O)</td>
<td>1.2) Si ellos son desiguales, tome del mayor la diferencia entre los dos. Los restos estarán entonces no balanceados, lo cual es absurdo. Por consiguiente los pesos no pueden ser iguales
1.3) Si toma del mayor la diferencia entre los dos .los restos iguales estarán por consiguiente balanceados. Por tanto, si agregamos la diferencia de nuevo, los pesos no estarán balanceados pero se inclinarán hacia el mayor .</td>
<td>1) Dos magnitudes son proporcionales o directamente proporcionales si sus cantidades se corresponden biunivocamente, ordenadamente, en la igualdad y en la suma.
Designaremos por a, b,c… las cantidades de la primera magnitud y por a”, b”, c”,.. las cantidades homólogas o correspondientes en la segunda magnitud, entonces:</td>
<td>
<table>
<tr><td>1 f(1)
x f(x)</td><td>1) Multiplicación: encontrar f(x)</td></tr>
<tr><td></td><td>2) Tipo de división (partición) : encontrar f(1)</td></tr>
<tr><td></td><td>3) Tipo de división II (cuotitiva). Encontrar x</td></tr>
<tr><td>X1 f(X1)
X2 f(X2)</td><td>4) Problema de regla de tres encontrar cualquiera de estos cuatro conociendo los otros tres.</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>NORMATIVAS (S.N)</td>
<td>1) Libro I y V de Euclides acerca del equilibrio y el centro de gravedad de los planos; al respecto se plantean proposiciones que posteriormente se tomaran como los conceptos y teoremas que utilizan los estudiantes cuando abordan las situaciones de tipo multiplicativo.</td>
<td>1) Propiedades de la Proporcionalidad. “…si se supone A,B son magnitudes directamente proporcionales, y si a∈A, b∈B de tal manera que a y b son correspondientes, entonces para el número racional, sucede que: axc y bxc son cantidades correspondientes; es decir axc∈A y bxc∈B, y $\frac{axc}{bxc}$ es la constante de proporcionalidad.</td>
<td>1) Propiedades de las proporciones:
• ad = bc
• a/b = c/d, entonces a+c/d+b = a/b
• si a/b = c/d, se cumple a+c/b =c+ d/d
• si a/b = c/d, entonces a+b/a-b = c+d/c-d
• si a/b = c/d, entonces a+b/a = c+d/c

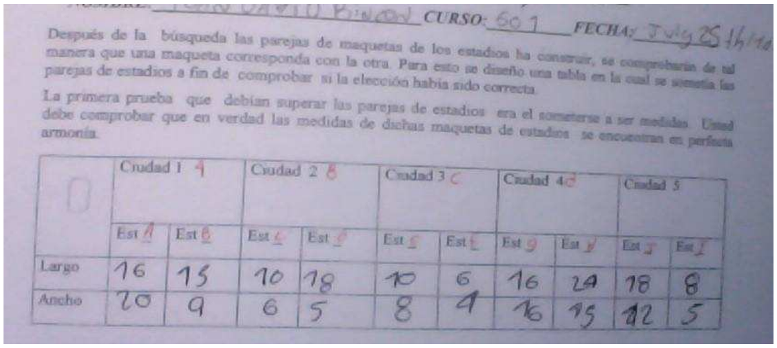
2) Ley de la proporcionalidad directa: y=k.x, siendo k la constante de proporcionalidad.</td>
</tr>
</table>

Con relación a las categorías anteriores se obtuvieron los siguientes resultados de los estudiantes:

<table>
<tr><th>EVIDENCIA</th><th>REFLEXIÓN</th></tr>
<tr>
<td>*Situación Problema 1*

Reconociendo su gran potencial como arquitecto y delegado de cada uno de los países para la construcción de estadios, necesitamos resolver los siguientes preguntas:
1. ¿ Cuál cree que sería la solución para construir las parejas de estadios correspondientes?
'a solucion ceria mirar como son de grandes los estadios o mirar mas [illegible]
2. ¿Qué relación puede establecer entre el largo de la maquetas que se construirán en la misma ciudad?
que hes mui emportante tener las medidas efatas
3. ¿Qué relación existe entre el ancho de las parejas de estadios?
que uno es mas ancho ye el otro es mas largo
Figura 2. Solución de estudiante 1</td>
<td>En el *estudiante 1* se evidencian un sistema de prácticas Operativas que permiten categorizarlo en el nivel *P1.PO.E4.1*, ya que dicho(s) estudiante(s) asume como criterio de clasificación de los estadios (rectángulos) aspectos arbitrarios y que no se perciben con claridad.

En este tipo de solución, los estudiantes se centran en aspectos cualitativos como el ser más grandes o determinar los que casi siempre tienen un mismo tamaño.(*respuestas categorizadas en dicho nivel=34 estudiantes del curso 601 y 23 de 602*).En estas respuestas no se evidencia intentos de generalización.

Con relación *al estudiante 2*, se pueden evidenciar los siguientes sistemas de prácticas:
• *P1.PD.E3.2=* Se evidencia el reconocimiento de una constante por parte del estudiante, la cual me hace pasar del largo de un rectángulo al largo de otro y lo mismo con el ancho. En el</td>
</tr>
</table>



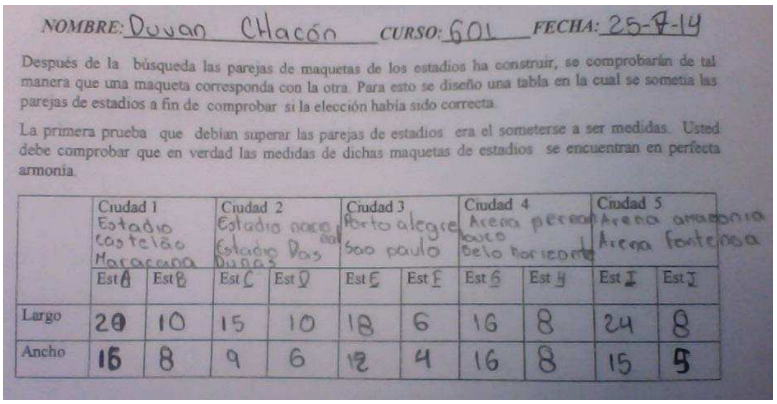
CURSO: 601 FECHA: Julio 25

Después de la búsqueda las parejas de maquetas de los estadios ha construir, se comprobarán de tal manera que una maqueta corresponda con la otra. Para esto se diseño una tabla en la cual se sometía las parejas de estadios a fin de comprobar si la elección había sido correcta.

La primera prueba que debían superar las parejas de estadios era el someterse a ser medidas. Usted debe comprobar que en verdad las medidas de dichas maquetas de estadios se encuentran en perfecta armonía.

	Ciudad 1 A		Ciudad 2 B		Ciudad 3 C		Ciudad 4 D		Ciudad 5	
	Est A	Est B	Est C	Est D	Est E	Est F	Est G	Est H	Est I	Est J
Largo	16	15	10	18	10	6	16	24	18	8
Ancho	20	9	6	5	8	4	16	15	12	5

Figura 3. Solución de estudiante 2



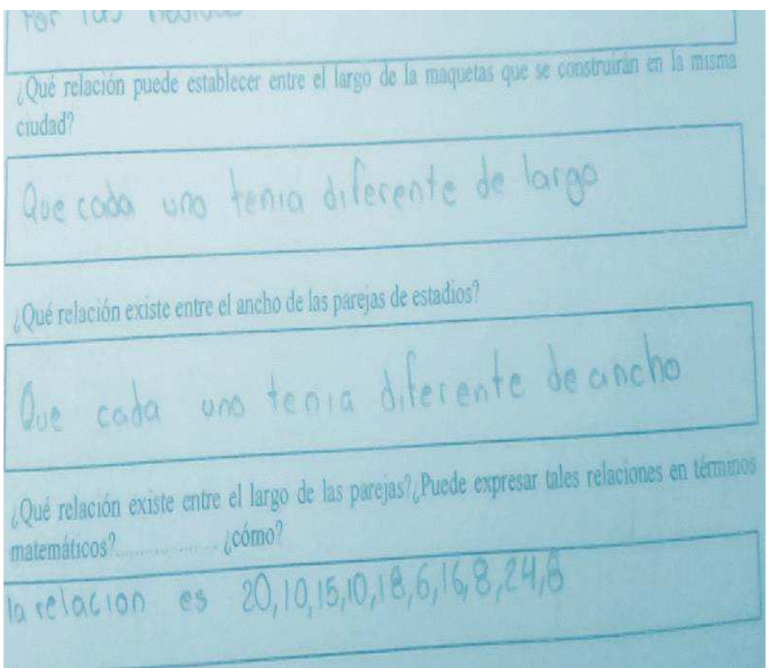
NOMBRE: Duvan CHacón CURSO: 601 FECHA: 25-7-14

Después de la búsqueda las parejas de maquetas de los estadios ha construir, se comprobarán de tal manera que una maqueta corresponda con la otra. Para esto se diseño una tabla en la cual se sometia las parejas de estadios a fin de comprobar si la elección había sido correcta.

La primera prueba que debían superar las parejas de estadios era el someterse a ser medidas. Usted debe comprobar que en verdad las medidas de dichas maquetas de estadios se encuentran en perfecta armonía.

	Ciudad 1 Estadio castelão Maracana		Ciudad 2 Estadio nacional Estadio Das Dunas		Ciudad 3 Porto alegre Sao paulo		Ciudad 4 Arena pernambuco Belo horizonte		Ciudad 5 Arena amazonia Arena fontenoa	
	Est A	Est B	Est C	Est D	Est E	Est F	Est G	Est H	Est I	Est J
Largo	20	10	15	10	18	6	16	8	24	8
Ancho	16	8	9	6	12	4	16	8	15	5

Figura 4. Solución de estudiante 3



¿Qué relación puede establecer entre el largo de la maquetas que se construirán en la misma ciudad?

Que cada uno tenia diferente de largo

¿Qué relación existe entre el ancho de las parejas de estadios?

Que cada uno tenia diferente de ancho

¿Qué relación existe entre el largo de las parejas?¿Puede expresar tales relaciones en términos matemáticos?................ ¿cómo?

la relacion es 20,10,15,10,18,6,16,8,24,8

Figura 4. Solución de estudiante 3

punto 4 describe una secuencia de números sin discriminar las cantidades de longitud y los tipos de números escalares o funcionales.

- *P1.PN.E6.4=* respecto a la propiedad evidenciada en este nivel se puede notal como propiedad la igualdad entre los productos de los largos y los anchos de los rectángulos que se están considerando.
- *P1.PO.E4.8*=respecto a las acciones realizadas, puede clasificarse al estudiante en dicho nivel por cuanto establece relaciones de tipo multiplicativo entre las longitudes consideradas.

(Total de estudiantes en este nivel: 3 estudiantes de 601 y 2 estudiante de 602).

Con relación al *estudiante 3*, este empareja los estadios (es decir los rectángulos) teniendo en cuenta criterios de igualdad (de la medida de los lados o con referencia a la forma). Este estudiante, y de acuerdo a las respuestas presentadas se categoriza en el nivel *P1.PO.E4.2* y en el nivel *P1.PO.E4.3.* (en estos niveles se encuentran un total de 7 estudiantes)

4. Conclusiones

Al evaluar los significados personales globales, declarados y logrados de los estudiantes con relación a la proporcionalidad directa es necesario caracterizar significados institucionales de referencia, pretendidos, evaluados e implementados (Godino, 2002). La relación entre estos tipos de significado se expresa en la siguiente tabla:

Significados Personales de la Proporcionalidad Directa	Significados Institucionales de la Proporcionalidad Directa
	Significados de Referencia
Significados Globales	
	Significados Pretendidos
Significados Declarados	
	Significados Implementados
Significados Logrados	
	Significados Evaluados

La anterior propuesta de Experiencia de Aula corresponde al avance de desarrollo de un proyecto de maestría en el cual se ha realizado un constructo teórico y metodológico y se pretende la elaboración de un posterior análisis de los Significados Personales de los estudiantes con relación a la Proporcionalidad Directa.

Referencias bibliográficas

- Bosch, M., García, F., Gascón, J., & Higueras, L. (2006). La Modelización y el problema de la Articulación de la Matemática Escolar. Una propuesta desde la Teoría Antropológica de lo didáctico. *Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal*, 37-74. R.
- Espinal, A., Suarez, A., Araque, T., & Vanegas, H. (2003). La enseñanza de la proporcionalidad: un camino largo por recorrer. En P. Perry, E. Guacaneme, L. Andrade, & F. Felipe, *Transformar la enseñanza de la proporcionalidad en la escuela: un hueso duro de roer* (págs. 155-165). Bogotá: una empresa docente. R
- Godino, J. (2013). Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático de profesores. *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria.*, (págs. 1-15). Granada. R.
- Godino, J. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques* , 237-284.R
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2012). Un enfoque Ontosemiotico del Conocimiento y la Instrucción Matemática. En G. J. D'Amore Bruno, *énfasis. Perspectivas en la Didáctica de las Matemáticas* (págs. 47-78). Bogotá: CAIDE.R
- Lineamientos curriculares de Matemáticas. (07 de Junio de 1998). Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- Lurduy, J. (2005). Algunos Elementos Conceptuales para la Comprensión de la cultura del Aula. En MESCUD, *Cuadernos de Investigación. Rutas de estudio y aprendizaje en el aula el caso de las matemáticas* (págs. 58-83). Bogotá: 2005. R.
- Lurduy, J. (2012). Conceptualización y evaluación para el análisis, reflexión y semiosis didáctica. El caso de los estudiantes para profesor de matemáticas. 87-108. R.
- Prieto, L. (2009). *Proporcionalidad simple: estrategias utilizadas por los estudiantes.* Bucaramanga.