

# Una secuencia didáctica en el paso de las razones trigonométricas a funciones trigonométricas: El caso de la función seno

---

ÁNGELA MARÍA GÓMEZ

angovela@hotmail.com  
Universidad del Valle (Docente)

LUIGI ALEJANDRO LASSO

luigiale99@gmail.com  
Universidad del Valle (Estudiante)

CHRISTIAN DAVID CAMPO

chris11tian88@hotmail.com  
Universidad del Valle (Estudiante)

**Resumen.** El siguiente trabajo aborda una problemática presente en el campo de la educación matemática sobre la enseñanza y aprendizaje de las razones trigonométricas y su paso a las funciones trigonométricas, debido a que persiste la ruptura entre un concepto y otro, en el momento de su enseñanza y aprendizaje. Se busca mediante una secuencia didáctica, favorecer el paso de las razones a funciones trigonométricas. Dicha secuencia consta de dos situaciones, la primera es una situación problema que fundamenta el concepto de razón trigonométrica y la segunda propone una serie de actividades que dan coherencia a las múltiples nociones matemáticas relacionadas con la función trigonométrica. Para las actividades, se usará Geogebra como herramienta facilitadora de la aprehensión de los conceptos trabajados.

**Palabras clave:** Razón trigonométrica, función trigonométrica, secuencia didáctica, GeoGebra.

## 1. Presentación

En la enseñanza tradicional, el docente suele presentar la definición de razón trigonométrica como un cociente entre las medidas de las longitudes de un triángulo rectángulo, socavando de esta manera las relaciones explícitas y las construcciones geométricas que subyacen en ellas, como el teorema de Tales, semejanza de triángulos, ángulos en posición normal, entre otras, es decir, el tratamiento que se hace al concepto de

razón trigonométrica en la escuela es abordado desde la geometría euclidiana, una geometría que se caracteriza por ser invariante, rígida y sin transformaciones explícitas.

En este sentido, es el círculo trigonométrico el que se usa frecuentemente como medio de introducción a las funciones trigonométricas en donde se pueden evidenciar el cambio entre las magnitudes del triángulo, las longitudes de arco, la equivalencia entre la medida de grados en el triángulo y la medida en radianes en el plano, entre otras. Por ello su comprensión es fundamental en el andamiaje entre un concepto y otro.

Investigaciones hechas por Montiel (2004, 2005), demuestran que persiste la ruptura en el paso de la razón trigonométrica a función trigonométrica, es decir, cuando se pierde el sentido geométrico y se adquiere un carácter más funcional, esto se debe a que existe una discontinuidad entre la geometría y el álgebra de la geometría. Asimismo, Santacruz (2005) realizó una investigación en torno a los textos escolares que se trabajan en Colombia y a las concepciones que tienen los maestros sobre las funciones trigonométricas y el pensamiento variacional concluyendo que prevalece en el aula una enseñanza mecánica de dichas funciones coartando de esta manera las posibilidades de su uso como desarrollo del pensamiento variacional.

Ante este panorama, el presente trabajo girará en torno a las razones y funciones trigonométricas, sus problemas de enseñanza y aprendizaje y el diseño de una propuesta didáctica que permita la diferenciación y el paso de un concepto al otro y la importancia del desarrollo del pensamiento variacional.

## 2. Marco teórico

La Didáctica de la Trigonometría (Montiel, 2013) es una nueva disciplina que surge en el campo de la educación matemática por la necesidad de documentar resultados e investigaciones en torno a la problematización de la enseñanza y aprendizaje de las razones trigonométricas, las funciones trigonométricas y el tránsito de un concepto a otro. Por ejemplo, Kendal y Stacy (1998), comparan diferentes métodos como el círculo trigonométrico y el uso de los triángulos rectángulos para su extensión a las funciones trigonométricas y concluyen que éste último es donde encontraron mejores resultados, aun así se debe tener claro que en el paso de un concepto a otro es necesario los elementos que aporta el círculo unitario.

Por otra parte, respecto a las funciones trigonométricas, Webber (2005), encuentra resultados positivos cuando se trabaja en el círculo unitario gracias a diseños

fundamentados en teorías de aprendizaje en matemáticas. Las actividades diseñadas en este estudio utilizan los valores del círculo trigonométrico como un procedimiento geométrico donde sus coordenadas son justamente el valor de las funciones seno y coseno. Sin embargo el procedimiento para el cálculo que está detrás es nuevamente, el resultado de dividir dos segmentos de longitudes de un triángulo.

Esta inherencia entre los dos conceptos, el de razón y función trigonométrica pareciera estar involucrado en todo el proceso educativo de la trigonometría por donde quiera que se mire y resulta entonces más provechoso estudiar y analizar los resultados desde una perspectiva donde se retome y rescate tanto lo geométrico como lo variacional, es decir, ver lo trigonométrico como un conjunto de saberes que obedece a contextos, problemas y circunstancias particulares y no solo a estructuras matemáticas que dan coherencia a su presentación como objeto matemático formal.

Por ello, el diseño de las actividades de la secuencia didáctica debe abarcar todos los aspectos que sean necesarios con el único objetivo de que emerja el pensamiento funcional trigonométrico para resolver un problema en particular. Por pensamiento funcional trigonométrico (Montiel, 2013) se hace referencia a cuando el estudiante es capaz de reconocer, en un comportamiento periódico –acotado– una herramienta predictiva, es decir, una herramienta que pueda predecir el comportamiento “futuro” con base al presente y a las variaciones del pasado. La especificidad de este comportamiento periódico se construye en un contexto de variación. Ello no resta importancia a las construcciones geométricas sino que por el contrario constituyen el proceso que le da origen y es entonces cuando se habla de desarrollo del *pensamiento relacional-trigonométrico* cuando el estudiante identifica la relación entre ángulos y cuerdas, pero sobre todo la naturaleza de dicha relación y la posibilidad de cuantificarlas.

La contextualización de las actividades didácticas en trigonometría no solo depende de la elección del tipo de herramientas (como el uso o no de la tecnología computacional) o de los materiales (manipulables o no) sino también de la elección de situaciones problema según la ubicación curricular de los contenidos y los problemas que ya se hayan resuelto con anterioridad o que en el futuro puedan ser vinculados con la trigonometría, es decir, con las intenciones o perspectivas que tiene el docente en los contenidos didácticos a trabajar.

En búsqueda del desarrollo del pensamiento trigonométrico, se usará la herramienta GeoGebra como un facilitador del aprendizaje de la trigonometría, pues debido a las diferentes posibilidades de exploración que ésta ofrece puede contribuir a la comprensión y al desarrollo de conceptos y habilidades propios de las matemáticas.

### 3. Descripción de las actividades

En la secuencia didáctica a desarrollar se presentan dos situaciones para ser desarrolladas con ayuda de GeoGebra, cada una se describirá en las siguientes tablas.

<b>SITUACIÓN No. 1</b>			
<b>Nombre Situación</b>	<b>Distancia entre dos personas</b>	<b>Número de preguntas por actividad</b>	
Número de actividades	4	Actividad 1	2
		Actividad 2	3
		Actividad 3	3
		Actividad 4	7
<b>Objetivo o propósito</b>			
Reconocer el patrón que emerge en un triángulo a partir de una situación problema			
<b>Descripción de la tarea</b>			
Mediante la generalización de un caso se pretende potenciar las características geométricas y variacionales en un triángulo, para ello se proponen cuatro (4) actividades en que los estudiantes deben no solo inferir sino explicar los resultados hallados. El dinamismo del programa Geogebra permite que los estudiantes puedan corroborar sus resultados para diferentes medidas tanto de ángulo como de distancia			
<b>SITUACIÓN No. 2</b>			
<b>Nombre Situación</b>	<b>Explorando el círculo unitario</b>	<b>Número de preguntas por actividad</b>	
Número de actividades	4	Actividad 1	3
		Actividad 2	2
		Actividad 3	4
		Actividad 4	5
<b>Objetivo o propósito</b>			
Relacionar la longitud de arco con la coordenada y del punto de referencia			
<b>Descripción de la tarea</b>			
Mediante el uso de Geogebra se explora los atributos que tiene el círculo trigonométrico como la longitud de arco medida desde el punto (1,0) hasta un punto arbitrario $(x,y)$ y la relación entre longitud de arco y la coordenada y de dicho punto.			

## 4. Conclusiones

En la situación No. 1 se puede evidenciar que emergió el desarrollo relacional geométrico en los estudiantes pues pudieron identificar la relación que existe entre un ángulo y un radio de la circunferencia, además de poder cuantificarlas y de establecer la forma de la relación. Dicha relación se estableció a lo largo de la Situación donde, en la última actividad, pudieron establecer el seno del ángulo como una razón entre la distancia media de los amigos y el radio de la circunferencia.

Respecto a la situación No. 2 se puede evidenciar también en los estudiantes que emergió el pensamiento funcional trigonométrico, esto porque los estudiantes fueron capaces de reconocer, en el comportamiento periódico del seno trigonométrico, una forma de predecir cómo será dicho comportamiento si se varían los parámetros. El registro en las diferentes tablas y la forma en cómo se relacionan los parámetros  $t$ ,  $\tilde{t}$ , y son evidencia de ello.

Es papel del docente y la función principal de este es guiar el aprendizaje de los estudiantes, esto se puede conseguir con acertadas intervenciones en medio del quehacer matemático, al devolver preguntas a los estudiantes, al intervenir o abstenerse de intervenir en el momento oportuno para que sean los mismos estudiantes quienes finalmente construyan los conceptos matemáticos.

La tecnología no es solución definitiva de los problemas del aprendizaje de las matemáticas, sin embargo, ella puede servir como un instrumento que facilite el análisis y la comprensión de conceptos matemáticos mediante el uso de sus diferentes sistemas de representación.

El marco teórico fue importante en el momento del diseño de las situaciones didácticas, esto porque además de mostrar las dificultades, los errores y los obstáculos didácticos que han existido a lo largo de la enseñanza de la trigonometría también vislumbra cuáles podrían ser los caminos que deben seguir los docentes para realizar trabajos en el aula de clase, con el objetivo del desarrollo de un pensamiento trigonométrico.

El uso de la calculadora es fundamental para verificar los resultados hallados durante las actividades, si bien los estudiantes conocían sus funciones básicas, se debió explicar previamente el uso de ésta tanto en grados como en radianes, además los estudiantes identificaron fácilmente la diferencia y similitud entre una y otra, y posteriormente, pudieron verificar sus resultados con el uso de la calculadora.

## Referencias bibliográficas

- Cantoral, R. Maldonado, S. & Montiel, G. (2004). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. *Construyendo la Noción de Función Trigonométrica: Estrategias de Aprendizaje*, (págs. 371-376). México, DF.
- Grabovskij, M., Kotel'nikov, P. (1971). *The use of Kinematic Models in the Study of Trigonometric Functions*. Dordrecht: Educational Studies in Mathematics.
- Kendal, M. & Stancy, K. (1998). *Teaching Trigonometry*. *Australian Mathematics Teacher*. Melbourne: University of Melbourne.
- Montiel, G. (2005). *Estudio Socioepistemológico de la Función Trigonométrica*. México, DF: Instituto Politécnico Nacional.
- Montiel, G. (2013). *Desarrollo del Pensamiento Trigonométrico*. México DF: Instituto Politécnico Nacional.
- Montiel, G. (2005). *Estudio Socioepistemológico de la Función Trigonométrica*. México, DF: Instituto Politécnico Nacional. *Educational Studies in Mathematics*.
- Montiel, G. (2013). *Desarrollo del Pensamiento Trigonométrico*. México DF: Instituto Politécnico Nacional.
- Webber, K. (2005). *Student's Understanding of Trigonometric Functions*. New Brunswick: Mathematics Education Research.