

# ¿Qué aporta la historia de las matemáticas a futuros profesores sobre el concepto de límite funcional?

**César Guillermo Rendón Mayorga**

cgrendonm@upn.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)

**Edgar Alberto Guacaneme Suarez**

guacaneme@pedagogica.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá, Colombia)

## Resumen

Esta presentación hace parte de las actividades asociadas a la realización de una tesis de maestría que busca diseñar herramientas mediadas por la Historia de las Matemáticas, dirigidas a futuros docentes para ampliar sus concepciones sobre la idea de límite funcional, para ese fin se realizó una indagación en la literatura especializada sobre los aportes que trae la Historia a propósito del límite, ejercicio que es el aquí presentado con el fin de divulgar algunos elementos generales que fueron determinados en esa búsqueda y que pueden enriquecer las posibilidades que tiene el profesor a la hora de enseñar el tema, reconociendo que el uso de la Historia de las Matemáticas permite la exploración de distintas representaciones de un mismo objeto las cuales son producto de su génesis y evolución.

**Palabras clave:** Límites, Historia Matemática, maestros en formación.

## 1. Introducción

La cantidad de autores que reportan dificultades y errores a la hora de los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de límite funcional es bastante amplia, muchos de ellos señalan que los estudiantes no desarrollan una noción suficientemente sólida que les permita la comprensión del objeto, otros manifiestan que no hay un tratamiento de suficientes representaciones del concepto lo cual limita su aprendizaje; en general ese tipo de reflexiones dejan abierta la posibilidad de pensar en que es el profesor quien no cuenta con una buena cantidad de herramientas a la hora de enseñar este objeto matemático. En un intento de abordar esta cuestión se plantea un proyecto para diseñar herramientas que doten a los futuros profesores de conocimiento funcional sobre el concepto de límite y que estén mediadas por la Historia de las Matemáticas, por cuanto se considera que este es un campo teórico que posibilita un manejo mayor de representaciones de una misma idea, las cuales provienen de la génesis y la evolución del objeto mismo. La propuesta hace parte de un trabajo de grado de la Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional en el grupo de investigación RE-MATE (Research on Mathematics Teacher Education). En esa tarea de diseño, un primer paso ha sido realizar una revisión documental exhaustiva para identificar en la literatura especializada documentos en los que se evidencie el uso de la Historia de las Matemáticas como herramienta para la enseñanza o el aprendizaje del límite funcional; son precisamente los resultados que arrojó esta revisión bibliográfica los que se quieren poner de manifiesto en esta ponencia, con el fin de hacer una difusión para su uso e incentivar el planteamiento de otras propuestas afines.

El Marco de referencia que encierra la propuesta se encuentra en una línea de investigación denominada “conocimientos y habilidades del profesor de matemáticas” la cual se adscribe al campo de investigación de la Educación del Profesor de Matemáticas y que se detallará más adelante, pero que grosso modo trata de identificar la clase de conocimiento que debe ser apropiado por un profesor de matemáticas para ser un «buen» docente, entendiendo que requiere de algo más que de puros conocimientos pedagógicos y matemáticos.

En relación con los aportes obtenidos de este ejercicio de indagación, destaca básicamente la identificación y categorización de herramientas proporcionadas por la Historia de las Matemáticas a la hora de enseñar el

concepto de límite funcional, las cuales pueden ser aprovechadas por maestros en formación, docentes en ejercicio e incluso formadores de profesores en busca de mejorar su ejercicio profesional.

## 2. Marco de referencia

Como se mencionó en la introducción, un primer conjunto de elementos conceptuales que fundamentan la propuesta se encuentran en el campo de investigación de la Educación del Profesor de Matemáticas, en particular en la línea llamada “conocimiento y habilidades del profesor” propuesta por Sánchez (2011) en la cual se trata de identificar qué tipo de conocimiento debe tener un profesor de matemáticas para el buen desempeño de su labor. Al respecto el autor señala que se requiere de algunos conocimientos más además del matemático, tales como el conocimiento didáctico del contenido, el conocimiento pedagógico de las matemáticas, el conocimiento de la cognición de los estudiantes y algunos otros. De forma análoga Guacaneme y Mora (2013) presentan una tendencia investigativa que encuentra concordancia con la anterior citada y que ellos llaman «Los conocimientos y competencias que los profesores de matemáticas deben aprender y desarrollar para el ejercicio profesional docente» en la cual se busca indagar sobre el conocimiento necesario para orientar procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Adjunto a lo anterior esta propuesta de trabajo adquiere mayor importancia cuando se enmarca dentro de lo que se conoce como «Conocimiento Didáctico del Contenido» abreviado como CDC o PCK por sus siglas en inglés, el cual en palabras de Pinto y González (2008) consiste en la unión del conocimiento de la materia en sí mismo, los principios generales de la pedagogía y el contexto de desarrollo y que desemboca en la transformación del contenido en conocimiento enseñable lo cual implica la habilidad del profesor para adaptar los objetos matemáticos a las condiciones específicas de sus estudiantes.

Por otra parte, y para conectar las anteriores ideas con el uso de la HM, hay que mencionar que no son pocos autores quienes en la actualidad abogan por el empleo de la Historia en la clase de matemáticas y en consecuencia por su enseñanza en las aulas de futuros maestros. En particular Jankvist (2009)

proporciona una serie de argumentos a propósito de favorecer la utilización de la Historia en clase, específicamente caben mencionar:

La HM «humaniza» las matemáticas en la medida en que permite evidenciar las dificultades que subyacen a un objeto matemático.

La fenomenología histórica puede concebir eventuales trayectorias de aprendizaje para el concepto en estudio.

La HM permite la identificación de los obstáculos epistemológicos (Bachelard, 1983 citado por Jankvist, 2009) que emergen durante el estudio del concepto en cuestión.

En conclusión, la propuesta gira conceptualmente entorno a estos tres ejes: la Educación del Profesor de Matemáticas, el Conocimiento Didáctico del Contenido y el uso de la Historia de las Matemáticas como herramienta.

### 3. Aspectos metodológicos

Para llevar a cabo la revisión documental, esencialmente lo que se hizo fue buscar la literatura especializada que tuviera relación con los límites funcionales y la educación. Para ese fin se emplearon algunas bases de datos como por ejemplo Springer y Dialnet, el tipo de documento buscado en la mayoría de casos fue artículos que estuvieran publicados en revistas académicas con el fin de asegurar un filtro en la calidad de la publicación. Así mismo se ejecutó la búsqueda atendiendo a que los documentos pertenecieran a la última década, esto para que se visibilizara un tema de investigación que resulte actual y por lo tanto que es susceptible hoy en día de ser estudiado por los interesados en el asunto. Establecidos los parámetros y luego de realizar la búsqueda, se utilizaron 50 artículos hallados con el fin de establecer una visión panorámica sobre el tema y poder establecer inferencias válidas sobre el ejercicio de indagación.

Una vez establecidos los criterios de búsqueda, se procedió a organizar la literatura recolectada en una estructura de clasificación en la cual los documentos eran categorizados según los siguientes parámetros: si el documento era una propuesta de enseñanza o si por el contrario se trataba de un reporte de aprendizajes, de otro lado si la presencia de la HM era explícita, implícita o nula en cada uno de los artículos y finalmente a qué

tipo de corriente investigativa atendía cada uno de los documentos encontrados.

## 4. Desarrollo de la investigación

Una vez realizado el análisis de la revisión documental algunos de los resultados que se pueden establecer son:

Hay una tendencia creciente en los últimos años de implementar la HM en las propuestas de aprendizaje, al menos en temáticas relacionadas al cálculo y el pensamiento variacional.

Se evidencia de forma marcada que el uso de la HM a la hora de enseñar un concepto posibilita el uso de distintas representaciones del objeto, producto de su evolución histórica, hecho que amplía la comprensión de los estudiantes sobre el objeto en cuestión (Bagni, 2005).

Actualmente la investigación sobre el concepto de límite en el campo educativo está dirigida principalmente a abordar los errores y las dificultades a las que se enfrentan los estudiantes cuando estudian un objeto tan complejo de las matemáticas, en ese sentido se están realizando diversos trabajos que se encargan de indagar sobre los asuntos a los cuales los alumnos les dan importancia con el fin de identificar las fortalezas y las dificultades que tienen.

## 5. Conclusiones

La conclusión principal atiende a la pregunta que motiva esta presentación sobre qué elementos aporta la HM sobre el concepto de límite funcional a futuros profesores y la respuesta que se puede dar luego del trabajo de indagación es que la HM aporta la determinación de posibles trayectorias de enseñanza sobre el tema; dota de herramientas conceptuales al futuro profesor que van más allá de lo numérico y llegan a lo geométrico ampliando así sus concepciones y eventualmente las de sus estudiantes; permite la identificación temprana de los posibles errores y dificultades que van a cometer sus estudiantes, entendiendo que se puede establecer un paralelo

entre el desarrollo de los estudiantes y la génesis misma del concepto (Juter, 2006).

Finalmente después del ejercicio de indagación con más de 50 artículos se puede concluir que sigue siendo un tema vigente el estudio didáctico y educativo del concepto de límite funcional y que al respecto siguen preguntas abiertas como por ejemplo cómo se ve modificada la actitud del estudiante hacia las matemáticas cuando se emplea la HM en la enseñanza del límite; qué tan conveniente es el uso de la definición métrica del límite en comparación con las ideas intuitivas que posibilita la Historia cuando se evalúa la comprensión del estudiante; cuál es el aporte verdadero de un tratamiento puramente algebraico u operativo del límite funcional a la hora de desarrollar el pensamiento variacional.

## Referencias bibliográficas

- Bagni, G. (2005). Historical roots of limit notion. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 5(4), 453-468.
- Pinto, E., & González, T. (2008). El conocimiento didáctico del contenido en el profesor de matemáticas: ¿ una cuestión ignorada ?, 20, 83-100.
- Guacaneme, E., & Mora, L. (2012). La educación del profesor de matemáticas como campo de investigación. *PAPELES*, 4(7), 102-109.
- Jankvist, U. T. (2009). A categorization of the «whys» and «hows» of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 235-261. <http://doi.org/10.1007/s10649-008-9174-9>
- Juter, K. (2006). Limits of Functions University Students ' Concept Development. Luleá University of Technology.
- Sánchez, M. (2011). A review of research trends in mathematics teacher education. *PNA*, 5(4), 129-145.