

ANEXO 5. FICHAS DE TAREAS DEL DISEÑO PREVIO

A continuación presentamos la descripción de las tareas de aprendizaje para nuestra unidad didáctica basada en el tema probabilidad.

1. TAREA PICAS Y FIJAS

Es un juego de habilidad lógica que consiste en la toma de decisiones basándose en la información que se va suministrando en el desarrollo de una partida; en este, el estudiante debe intentar adivinar un número de tres cifras siguiendo las pautas del juego. La actividad estará dividida en dos etapas, una primera en la que se prioriza el juego libre, inicialmente con una contienda *profesor Vs. todo el curso* para dar a conocer el juego aclarando dudas sobre el mismo, permitiendo posteriormente el juego por parejas; y una segunda etapa, en la cual el fuerte de las actividades se orienta al análisis de situaciones simuladas del juego y su influencia en la toma de decisiones, preparando así el camino para el inicio de la teorización de la probabilidad condicional.

1.1. Requisitos

Si bien en el desarrollo de la actividad se espera que el estudiante ponga en juego sus conocimientos previos, no es de estricto cumplimiento que en la primera etapa el estudiante tenga conocimientos sólidos referentes a probabilidad, pues se espera que apele a su “sentido común”; sin embargo, en la segunda etapa se espera que el estudiante recurra a sus conocimientos tanto de probabilidad, así como de técnicas de conteo, teoría de conjuntos y en general, todos aquellos mencionados en la actividad 3.1 y que corresponden a saberes que, como ya se ha mencionado en actividades anteriores, no son exclusivos del tema de probabilidad condicional pero son determinantes para la consecución exitosa de los objetivos de las actividades propuestas, tales como operaciones aritméticas con fraccionarios.

1.2. Metas

Esperamos que al finalizar esta actividad los estudiantes hayan tenido la oportunidad de cuestionar y confrontar aquellos resultados que han sido producto de las decisiones que toman durante el desarrollo del juego, que son guiadas por su sentido común y se han dado “instintivamente”, contrastándolos con aquellos resultados que responden a situaciones en las que se les ha proporcionado información específica que condiciona el siguiente movimiento del juego y que se obtienen mediante el cálculo de algunas probabilidades en las que se encuentra implícita el concepto de probabilidad condicional. Se espera con esto que los estudiantes analicen sus decisiones y evidencien el valor de un referente teórico y la necesidad de incluir un nuevo modo de resolver las situaciones.

1.3. Formulación de la tarea

La formulación de esta tarea estará guiada por pequeñas etapas que se les presentarán a los estudiantes a manera de títulos que son en sí, instrucciones cortas. Veamos.

Para tener en cuenta:

Picas y Fijas es un juego que requiere de dos oponentes. Cada quien debe pensar un número de tres cifras en el cual no se puede repetir dígito en ninguna cifra y anotarlo en una hoja sin dejarlo ver del otro jugador. El juego comienza cuando uno de los dos jugadores dice “al azar” un número de tres cifras intentando “adivinar” el número de su competidor. Cuando el jugador compara el número de su hoja con el número que ha dicho su contrincante debe mirar las coincidencias que se presentan, de tal manera que si existen, debe notificarse al contrincante utilizando los comandos “picas o fijas” así: cuando uno de los dígitos corresponde al número del papel y está en el mismo lugar se hablará de una fija y si el dígito está en el número pero no se encuentra en la misma posición se hablará de una pica. Veamos un breve ejemplo. Supongamos que el número elegido sea 342, en la tabla hemos registrado algunas situaciones de juego suponiendo que el primer número con el que se intentó adivinar fue el 248.

248	1 pica y 1 fija
847	1 fija
159	Ninguna
842	2 fijas
872	1 fija

El juego funciona con la modalidad “tiro y tiro”, que consiste en tomar turnos de manera alternada y finaliza cuando algún jugador “adivina” el número de su contrincante. Ahora que ya sabemos cómo funciona picas y fijas es el momento de empezar a jugar. ¡Veamos que tan buen adivino eres!

Para jugar, observar y analizar:

En una hoja diferente escribe tu número secreto y no lo dejes ver de tu compañero. Es muy importante que verifiques bien los resultados antes de dar los datos de las picas y las fijas, pues esta información es determinante en el juego. Cuando exista un ganador los dos jugadores revelarán sus

números secretos y se debe verificar que la información registrada era verídica. Si se constatan errores el jugador que se equivocó perderá automáticamente.

JUGADOR 1	RESULTADOS	JUGADOR 2	RESULTADOS

Para hacer, analizar y concluir:

1. ¿Cuál crees que es el mejor resultado posible en un primer intento de adivinar el número oculto? Organiza las siguientes opciones empezando por la que consideres la mejor opción.
 - a. Tres fijas.
 - b. Ninguna fija ninguna pica.
 - c. Una fija.
 - d. Una fija y una pica.
 - e. Otro ¿cuál?
2. Si el número oculto es 123 y en el primer intento se obtienen tres picas, ¿Cuántos intentos debe hacer como mínimo un jugador para encontrar el número oculto?, ¿Cuál es la probabilidad de encontrar el número en el primero de estos intentos?
3. Si el número oculto es 123 y en el primer intento se obtienen 2 picas y una fija ¿Cuál es la probabilidad de “adivinar el número” en el siguiente intento sabiendo que la fija es 2?

Preguntas que guían la teorización y median en la discusión (información para el docente)¹

La idea de este espacio es presentar a los estudiantes situaciones del juego que han sido recreadas con parámetros especiales que les permita una interacción en la que ellos deban emitir juicios de valor basados únicamente en su “sentido común” y que intenten justificar sus respuestas. Algunas de estas situaciones se han incluido en la actividad que se entrega a los estudiantes, pero según la dinámica del curso se pueden realizar más preguntas por el estilo que también corresponden a la formulación de la tarea y que están orientadas a una primera etapa de teorización, por ejemplo:

1. En el desarrollo del juego ¿qué información ayuda a identificar el número oculto?, ¿por qué?
2. Anteriormente te preguntamos por el mejor resultado posible en un primer intento ¿Cuál crees que sería entonces el peor resultado posible?

¹ Esta parte corresponde a la segunda etapa de la actividad.

3. ¿Por qué a medida que avanza el juego y se han hecho varios intentos parece ser más fácil “adivinar” el número?
4. Un jugador con el numero 678 obtiene dos fijas y sabe que el número no tiene números primos. Escribe a continuación por lo menos tres buenos números que pueda utilizar en su siguiente jugada.
5. Cuando jugamos picas y fijas ¿Realmente estamos adivinando?
6. ¿En qué momento del juego se adivina y en qué momento no?

Teniendo en cuenta que los estudiantes ya han hecho un trabajo con probabilidad simple es un momento para realizar cálculos de probabilidades simples de situaciones de juego, para compararlas y comprobar que un mismo evento evaluado bajo condiciones distintas produce resultados distintos. Se pedirá a los estudiantes calcular algunas probabilidades sin que ellos sepan que se trata de la intersección o del evento condicionante, para posteriormente utilizar esta información al momento de formalizar los conceptos y el modelo.

1.4. Materiales y recursos

Como la tarea apela continuamente a la capacidad analítica del estudiante, hemos diseñado la actividad inicialmente para que sean pocos los recursos a incluir, por lo menos en una primera instancia. Esencialmente se requiere de un formato de registro, que bien puede ser multicopiado o llevado en alguna hoja de cuaderno. Si la explicación del juego requiere del uso de proyectores o la inclusión de algún software se considerará en su momento, pero en su forma más elemental son suficientes el uso de tablero y marcadores. Considerando que para la primera actividad de juego se ha sugerido una contienda en la que uno de los equipos lo integre el curso, se solicitará a todos los estudiantes en pleno revisar la información que alguno de los estudiantes brinde con respecto a si existen fijas, picas o ninguna en una jugada del profesor para disminuir la aparición de información errónea que “condicione de manera equivocada” el desarrollo del juego. En este sentido podrían incluirse aplicativos disponibles en la red² que ayudan a verificar las condiciones de una jugada y así “evitar la posibilidad del error humano”; sin embargo, en el grupo de trabajo consideramos que es justamente en la aparición del error que surgen las posibilidades pedagógicas para analizar con los estudiantes, por ejemplo, ¿qué ocurre y de qué manera condiciona una información *falsa* el desarrollo normal del juego?, entre otras inquietudes que pueden surgir y que merecen un análisis en el curso que definitivamente aporta a la teorización de la probabilidad condicional.

1.5. Agrupamiento

Como la tarea presenta varios momentos, se debe recurrir a distintas formas de agrupación. Cuando se explica brevemente a los estudiantes el sistema del juego y se hace una primera práctica, se sugiere que un equipo lo integre el profesor y el otro lo integre todo el curso. Las anotaciones se harán en el tablero. Para el turno de juego a los estudiantes, uno tendrá la vocería cada vez y esta se le dará al estudiante que deseé participar y levante la mano. Al momento del juego

² Algunos de los aplicativos son de uso libre, pero requieren la instalación previa de programas de soporte, tal es el caso de <http://www.androidpit.com/app/com.picas>.

libre los estudiantes trabajarán por parejas y finalmente, para responder a las preguntas, se formarán parejas de parejas. Al momento de iniciar la etapa de teorización tendremos nuevamente al curso en plenaria para el debate, la presentación de ideas y los primeros acuerdos.

1.6. Comunicación e interacción

Ya se han descrito algunas formas de interacción que involucran el concepto de comunicación. Pero de manera general es bueno resaltar que se llevarán registros escritos y se presentarán discusiones en parejas, grupos de cuatro estudiantes y plenaria grupal bajo la modalidad de intervención individual con la oportunidad de “replica”, tanto para el docente como para los estudiantes.

1.7. Temporalidad

El momento de juego *profesor Vs. estudiantes* no debe tomar más de cinco minutos. Es importante recordar que se trata de un juego y no pretendemos sobrecargar al estudiante con información teórica que desvirtúe el carácter lúdico de la actividad; se debe lograr con los estudiantes la claridad suficiente de lo qué quiere decir pica o fija y sobre la importancia de llevar nota de los resultados, sin coartar la posibilidad de la aparición de errores que serán un importante insumo pedagógico. En este orden de ideas puede tomarse un par de minutos más en esta actividad, siempre que este tiempo corresponda al desarrollo del juego y no a explicaciones “académicas”. Posteriormente se organizará el grupo por parejas y se permitirá un espacio de 15 minutos para la práctica libre del juego. Se estima que en este espacio cada pareja haga por lo menos un juego completo. La experiencia ha mostrado que difícilmente se alcanzan más de tres juegos en este lapso. Para la discusión en grupos de 4 estudiantes se estima un tiempo prudencial de 10 minutos para finalmente garantizar 20 minutos para la plenaria general y 5 minutos para llenar el diario del estudiante.

1.8. Grafo de la secuencia de capacidades de la tarea Fijas y picas

En la figura 1, presentamos el grafo de secuencia de capacidades de la tarea Fijas y picas.

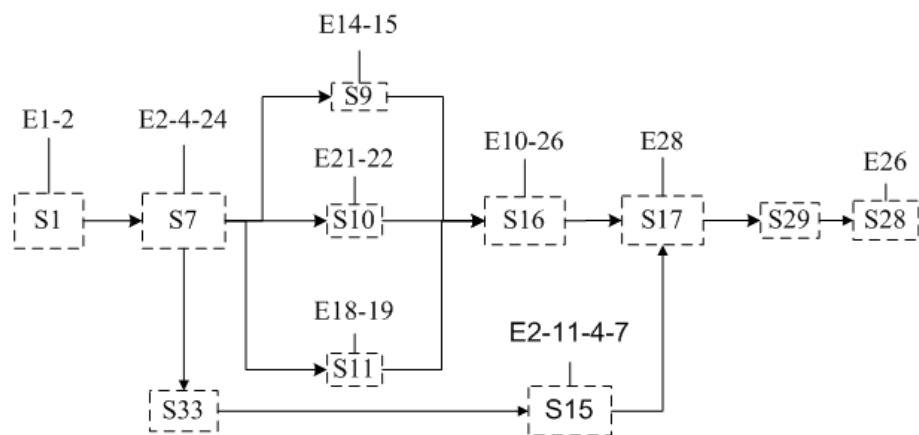


Figura 1. Grafo tarea Picas y Fijas

1.9. Tabla de ayudas para la tarea Picas y fijas

En la siguiente tabla presentamos las ayudas para la tarea Picas y fijas.

Tabla 2

Descripción de las ayudas de la tarea Picas y fijas

E	A	Descripción
4	1	Preguntas que pretenden hacer evidente para el estudiante que el espacio muestral del experimento bajo alguna condición es distinto al espacio muestral del experimento sin eventos condicionantes. Por ejemplo: ¿Qué ocurre si alguien dice que no se obtuvo nada cuando en realidad existía bien sea una fija o una pica?
15		
20		
1	2	Preguntas que pretenden hacer evidente que la palabra condición o situaciones que impliquen este concepto determinan que el resultado necesariamente es distinto al de una probabilidad normal. Por ejemplo: ¿Qué pasa cuando alguien da de manera incorrecta la información de las picas y las fijas?,
2		
3		
14	3	Recomendaciones y preguntas orientadas a aquellos errores asociados a los sistemas de representación. Sugerencias puntuales como ¿se podría representar la situación en una tabla?, ¿se podría hacer un diagrama de árbol?
11		
24		
21		
22		
18		
19		
27		
16		
10	4	Preguntas directas sobre los resultados presentados. ¿Tiene sentido una probabilidad mayor que uno?, ¿Dónde estuvo el error?
26		

Nota. E = error; A = ayuda.

2. TAREA BUSES

Es una tarea que ubica al estudiante en una situación cotidiana como lo es movilizarse en transporte público, pero que le proporciona algunos condicionantes que debe intentar sortear para llegar a la mejor solución posible dentro de las posibilidades que le permite el contexto.

2.1. Requisitos

Al igual que en la actividad anterior se espera que el estudiante apele a su “sentido común” sin dejar de lado que éste debe estar permeado por sus conocimientos previos en relación a la probabilidad. Se espera que el estudiante conozca y utilice correctamente tablas, diagramas de árbol, representaciones icónicas o demás métodos que le permitan simular la situación.

2.2. Metas

Esta tarea bien podría considerarse como prototípica o incluso tarea de evaluación, sin embargo, cuando el texto se le presenta al estudiante en un momento en el que aún no conoce el modelo de la probabilidad condicional, se espera que intente resolverla haciendo uso de sus conocimientos de probabilidad simple, utilice diagramas de árbol, listados de casos posibles o representaciones tabulares. En el espacio de discusión es importante que ponga en juego su capacidad de argumentación y conciliación. Al finalizar las tareas 1 y 2 se espera que el estudiante identifique o “comience a intuir” que la ventaja que le proporciona la información adicional corresponde realmente a un cambio en el espacio muestral que resulta cuando se compara la intersección de dos eventos con el “mini espacio muestral” que proporciona el evento condicionante, para poder teorizar estos conceptos.

2.3. Formulación de la tarea

Para tener en cuenta:

Diez estudiantes de grado undécimo del colegio Robert F Kennedy que estaban en una salida pedagógica, se quedaron de los buses de los grados superiores y ahora deben abordar alguno de los buses que quedan. Como no encontraron un bus con los 10 cupos, viajaron repartidos entre 3 buses: el que lleva a los niños de preescolar, el que lleva a los niños de primaria y el de los niños de sexto que tenían 3, 4 y 5 cupos respectivamente.

Para analizar, discutir y resolver:

Teniendo en cuenta únicamente la información suministrada y sabiendo que el bus que lleva a los estudiantes de sexto no se llenó, ¿Cuál es la probabilidad de que sí se llenara el bus de primaria?

Para entregar

Todas las conclusiones que hace el grupo de trabajo deben estar por escrito en el cuaderno así como las estrategias que utilizaron (dibujos, rayones, esquemas, etc). Este material les será de gran ayuda en el momento de hacer la discusión con todo el grupo.

2.4. Materiales y recursos

Se requiere algún elemento que permita el registro de las estrategias de resolución empleadas por los estudiantes. Descartamos la inclusión de algún formato, tabla o similar, para no condicionar al estudiante al uso de alguna estrategia en particular, por lo tanto el uso de papel de notas, esfero o lápiz sería suficiente. Podría pensarse en incluir colores para diferenciar los buses o los 10 estudiantes del problema.

2.5. Agrupamiento

Se trabajará por grupos de cuatro estudiantes teniendo en cuenta que es un lineamiento establecido en el sistema integral de evaluación (SIE) del colegio Robert F. Kennedy, que aplica para todas las actividades grupales sin discriminar a que asignatura corresponde. Con este direccionamiento desde los documentos oficiales de la institución, se pretende fomentar el trabajo cooperativo, ideal que se comparte en el grupo 5 de MAD3.

2.6. Comunicación e interacción

El estudiante debe ser asertivo, disuasivo y conciliador en la participación de los grupos, pues nada garantiza que los cuatro estudiantes coincidan en sus respuestas o apreciaciones; de hecho, la argumentación debe tomar un papel preponderante en esta instancia, pues los “*empates académicos*” no pueden ser decididos por democracia teniendo en cuenta que la idea que se debe comunicar al resto del salón al momento de la plenaria debe ser el resultado de la discusión de grupo, soportada con las respectivas evidencias de los procesos llevados por el grupo en la etapa inicial y no solamente una apreciación personal. En este orden de ideas, si el grupo encuentra igualmente validas dos posturas y la argumentación al interior del grupo no ha dirimido este *empate académico*, en la plenaria deben ser presentadas dichas posturas y comunicar también porque consideran que las evidencias no son suficientes para tomar una única decisión. Esta dinámica se replicará a nivel curso ayudados de la mediación del docente para iniciar la etapa de teorización.

2.7. Temporalidad

Para el trabajo en grupos de 4 personas se estima que 15 minutos será un tiempo prudencial. Posteriormente la plenaria de todo el curso puede tomar otros 20 minutos, siendo mayor o menor el tiempo empleado, según la interacción del grupo. El tiempo restante se utilizará para presentar y completar el diario del estudiante. Teniendo en cuenta que es en esta actividad en la que se hará la inclusión del modelo de la probabilidad condicional, es importante tomarse el tiempo necesario para las explicaciones que justifiquen la aparición de la formula, teniendo como referentes los contextos que han sido trabajados en la tarea picas y fijas y en la tarea buses.

2.8. Grafo de la secuencia de capacidades de la tarea Buses

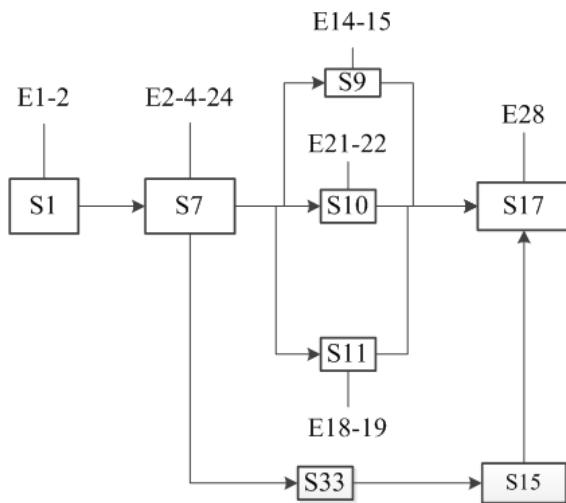


Figura 2. Grafo tarea Buses

2.9. Tabla de ayudas tarea Buses

Las primeras ayudas corresponden a la intervención del profesor en los grupos de 4 estudiantes en procura de garantizar que los grupos estén considerando todas las opciones de viaje que tienen los estudiantes y no solo aquellas que cumplan la condición de que un bus se llene sabiendo que otro no se llenó. Si bien algún grupo puede apelar directamente al espacio muestral que le proporciona la condición, el docente debe mostrar que al establecer el espacio muestral completo se tiene un panorama más amplio, se aseguran que ninguna opción se olvide o quede de lado y podrán resolver a interrogantes futuros que no dependan en exclusiva de la condición planteada.

Las otras ayudas pueden presentarse al momento de la plenaria cuando los estudiantes expongan los métodos utilizados. En este momento el docente debe hacer acopio de toda su sabiduría para resaltar las intersecciones, las contenencias y en general los conjuntos identificados por los estudiantes para asociarlos a eventos correspondientes al experimento, esto se logra con preguntas como ¿Cuáles son los casos en que “x” bus se va lleno?, ¿Cuáles son los casos en que “y” bus se va lleno?, ¿Cuáles son los casos en que “x” bus no se va lleno?, ¿Se pueden ir todos llenos?, ¿Cuándo ocurre que “x” bus se va lleno mientras “y” bus no se llena?, ¿Es lo mismo ir vacío que ir no lleno?. En la tabla 3 se muestran las ayudas de la tarea buses.

Tabla 3
Descripción de las ayudas de la tarea Buses

E	A	Descripción
4	1	Preguntas que pretenden hacer evidente para el estudiante que el espacio muestral del experimento bajo alguna condición es distinto al espacio muestral del experimento sin eventos condicionantes. Por ejemplo cuando el docente explica que no se debe considerar solo las posibilidades condicionadas, sino todas las posibilidades en el experimento.
1	2	Preguntas que pretenden hacer evidente que la palabra condición o situaciones que impliquen este concepto determinan que el resultado necesariamente es distinto al de una probabilidad normal. Por ejemplo: Si se llena el bus de primaria, ¿Qué posibilidades quedan para que los estudiantes ocupen los otros buses?
14	3	Recomendaciones y preguntas orientadas a aquellos errores asociados a los sistemas de representación. Sugerencias puntuales como ¿se podría representar la situación de los buses en una tabla?, ¿se podría hacer un diagrama de árbol que relacione buses y estudiantes?
22		
18		
19		
27		
16		
10	4	Preguntas directas sobre los resultados presentados. ¿Recuerdan que existía una condición sobre un bus particular?, ¿Cuál era el bus?, ¿Cuál era la condición?
26		

Nota. E = error; A = ayuda.

3. TAREA INTERESES ACADÉMICOS

En esta tarea, los estudiantes deben resolver una situación de probabilidad condicional empleando los sistemas de representación. Sin embargo, queremos que reconozcan la importancia del uso del diagrama de Venn para identificar la intersección de dos o tres eventos.

3.1. Requisitos

Aunque la noción de probabilidad ha sido trabajada por los estudiantes de grado undécimo, es pertinente resaltar que como requisitos para la solución de esta tarea se ven involucrados los conceptos que refieren a las concepciones y los axiomas de probabilidad, sin olvidar el cálculo de espacios muestrales, la razón de probabilidad, y las operaciones intersección, unión y complemento en la teoría de conjuntos. La recolección y organización de datos en una muestra mí-

nima estadística será necesaria para el desarrollo de un buen proceso de solución, así como el uso del lenguaje matemático para establecer relaciones entre frecuencias absolutas y relativas permitirá determinar la probabilidad condicional.

3.2. Metas

Con el desarrollo de esta tarea queremos lograr tres aspectos en nuestros estudiantes; (a) la correcta organización de datos y las nociones de teoría de conjuntos para la buena elaboración del diagrama de Venn, (b) observar que una tabla de contingencia no tiene sentido en este contexto (no se evidencia la relación entre dos variables), y (c) un diagrama de árbol tiene sentido para realizar las diferentes opciones pero no es coherente para la intersección de dos o tres eventos.

3.3. Formulación de las tarea

Con las tareas de aprendizaje del objetivo 1, los estudiantes han trabajado en el proceso de *formulación*. Para esta tarea que se enfoca en el proceso de emplear el grupo de estudiantes debe organizarse en grupos de 4 compañeros y el profesor les entregará una hoja con la siguiente información.

Problema intereses académicos: en el grado undécimo del colegio Robert F. Kennedy se desarrollará un estudio sobre los intereses académicos de los estudiantes en tres grupos de carreras universitarias; Ingeniería (I), Ciencias de la Salud (CS) o Diseño y Arquitectura (DA). Para el estudio debes tener en cuenta una muestra de 18 compañeros de tu curso sin importar el género, podrás hacer uso de las herramientas Word y Excel para realizar el informe, posteriormente responder las preguntas y enviar un informe al correo de tu profesor.

Instrucciones: a cada compañero debes preguntarle por el interés de las asignaturas (puede elegir una, dos o las tres). Posteriormente completar la siguiente información: cuántos tienen interés por I y CS, cuántos interés por CS y DA, cuántos interés por I y DA, cuántos tienen interés por solo I, cuántos solo por DA, cuántos solo por CS, y cuántos tienen interés por los tres grupos de carreras universitarias. Posteriormente con tu grupo de compañeros (tres compañeros) responde las siguientes preguntas.

Preguntas para el informe: ¿Cómo representarías de mejor manera la información recogida? ¿Utilizarías un diagrama de Venn, un diagrama de árbol, una tabla de contingencia, o alguna otro tipo de representación? ¿Cuál y Por qué?. Sí se eligiera una persona al azar de tu grupo de compañeros encuestados. ¿Cuál sería la probabilidad que estuviese interesado en la ingeniería sabiendo que le interesa estudiar algo relacionado con diseño y arquitectura? ¿Cuál es la probabilidad que en un futuro estudie alguna carrera de ciencias de la salud si tiene algún interés por la ingeniería? ¿Cuál es la probabilidad de que no le guste la ingeniería sabiendo que tampoco le gustan las ciencias de la salud?

3.4. Materiales y recursos

Consideramos una organización de grupos conformados por cuatro estudiantes; la idea es que cada estudiante intente solucionar las preguntas de la tarea haciendo uso de algún sistema de representación; diagrama de Venn, diagrama de árbol o tabla de contingencia, con las herramientas de Microsoft office, para el desarrollo de la actividad los estudiantes tendrán acceso a computadores. En la discusión del proceso de solución, se espera que los estudiantes se den cuenta que

el sistema de representación acorde para encontrar la probabilidad condicional es el diagrama de Venn. A diferencia de una tarea prototípica que permite obtener la solución haciendo uso de los distintos sistemas de representación, en esta tarea los estudiantes aprenden que el diagrama de Venn es útil para determinar una representación en las que se involucran tres eventos y sus intersecciones dos a dos.

Los recursos que proponemos utilizar en esta tarea requieren de una preparación del profesor para el diseño de diagramas por medio de las herramientas de Word y Excel y una preparación de los estudiantes para conocer la construcción de los diagramas y las tablas en estas herramientas. Creemos que el uso de herramientas tecnológicas puede generar interés en los estudiantes en el proceso de solución de esta tarea.

3.5. Agrupamiento

Los estudiantes deben trabajar en grupos de 4 estudiantes y permanecer así durante el desarrollo de toda la tarea de aprendizaje.

3.6. Comunicación e interacción

El grupo de 4 personas debe realizar la encuesta a 18 estudiantes sin importar el género, pero ninguno de los encuestados debe ser del grupo de los encuestadores. En el grupo, los estudiantes deben comunicarse entre ellos para la organización de datos y la interpretación de los mismos, debe haber un trabajo en equipo para responder a las preguntas de la tarea. El profesor estará guiando la actividad y resolviendo dudas, ya que los estudiantes deben estar en gran contacto con herramientas tecnológicas y ver un tutorial para aprender a realizar un diagrama de Venn en la herramienta Word.

3.7. Temporalidad

La recolección de datos tiene un tiempo de 10 minutos, y 30 minutos para la realización del informe, y 10 minutos para la presentación y diligenciamiento del diario del estudiante.

3.8. Grafo de la secuencia de capacidades de la tarea Intereses académicos

En la figura 3, presentamos el grafo de secuencias de capacidades de la tarea Intereses académicos.

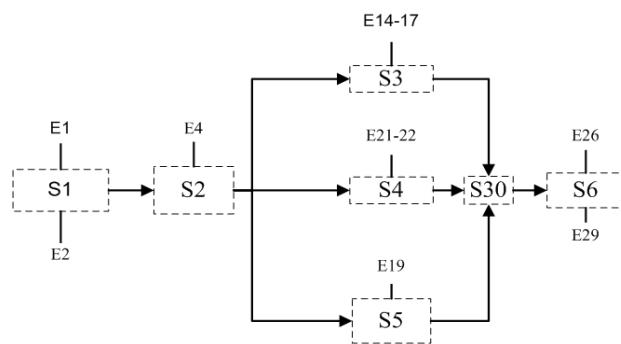


Figura 3. Grafo de la tarea Intereses académicos

3.9. Tabla de ayudas para la tarea Intereses académicos

La tabla 4 se muestra las ayudas de la tarea intereses académicos.

Tabla 4

Descripción de las ayudas de la tarea Intereses académicos

E	A	Descripción
1	1	¿Qué relación hay entre los eventos inmersos en la descripción del estudio?
2	2	El total de estudiantes que tienen gusto por la (I) se relaciona con los de (CS)
4	3	¿El orden de los eventos afecta los resultados?
14	4	¿Obtienes la misma probabilidad con cualquier rama del diagrama de árbol?
17	6	¿Cuál es la diferencia entre principio de multiplicación y adición?
21	7	¿Puedes distinguir las intersecciones dos a dos?
22	8	¿Cuál es la intersección de los tres eventos?
19	10	Sería coherente realizar una tabla de contingencia. ¿Por qué?
26	11	Tiene sentido decir que la probabilidad es número mayor a uno
29	12	Tiene sentido decir que la probabilidad es un número menor que cero

Nota. E = error; A = ayuda.

4. TAREA EJÉRCITO

Con esta tarea pretendemos, principalmente, que el estudiante reconozca la utilidad del sistema de representación de diagrama de árbol para determinar todas las opciones de ocurrencia de los eventos.

4.1. Requisitos

La tarea es realizable porque el estudiante cuenta con los conocimientos previos para abordar la situación (determinar el espacio muestral y su cardinal, establecer numéricamente los casos favorables a un evento y asignarle un valor numérico a los casos favorables del evento). Además, el

estudiante puede abordarla a partir del conocimiento informal y la situación se relaciona con un contexto cercano.

4.2. Metas

Con la tarea, pretendemos contribuir a que el estudiante: (a) identifique la pertinencia del sistema de representación de diagrama de árbol para visualizar todas las opciones de ocurrencia de los eventos planteados; (b) determine las propiedades y axiomas de la probabilidad condicional a partir del diagrama de árbol; y (c) supere errores relacionados con el orden de los eventos, y confusión entre principio multiplicativo y principio aditivo.

4.3. Formulación

Consideren la siguiente información para analizar la situación.

Andrés y Camilo, estudiantes de grado undécimo, se encuentran en un día decisivo de sus vidas. Frente a ellos se encuentran tres cajas oscuras junto al coronel Gómez, quien les dice que su futuro depende del color de una balota (verde no presta el servicio militar y roja presta servicio). Se sabe que una caja posee dos balotas rojas, otra posee dos balotas verdes, y la última posee una balota roja y una verde.

1. Cada integrante del grupo tiene cinco minutos para responder. Si Camilo es el primero en extraer la balota, la cual no se vuelve a introducir, y Andrés va después ¿Cuáles recomendaciones le darían a Andrés sabiendo que no quiere prestar el servicio? Registren el aporte de cada uno.

2. Escriban los acuerdos de grupo de las respuestas anteriores.

3. Ingresen al siguiente enlace www.shodor.org/interactivate/activities/twocolors/, simulen la situación de las balotas y respondan las siguientes preguntas:

a. Consideran que las recomendaciones socializadas en el grupo, son suficientes para que Andrés obtenga una balota verde. ¿Por qué?

b. Si Camilo extrae de primeras la balota y es verde, ¿sería conveniente que Andrés eligiera la misma caja para obtener una balota verde?

c. ¿Quién tiene mayor probabilidad de extraer la balota verde, el que extrae de primeras o de segundas? Y bajo qué circunstancias.

d. Si el primero en pasar es Camilo, dependiendo de la balota que extraiga, ¿cuáles son todas las opciones que se pueden presentar al extraer la balota Andrés?

e. Si el primero en pasar es Camilo y saca una balota verde. ¿Cuál es la probabilidad que Andrés no vaya a prestar servicio militar?

4. Ingresen al siguiente enlace <http://tube.geogebra.org/student/m30652> y con el aplicativo de diagrama de árbol realicen lo siguiente:

a. Representen la situación de las balotas, peguen la imagen y describan que indica cada número.

b. La probabilidad de que Andrés no preste el servicio militar, ¿cambia si saca la balota de primeras? Utilicen el aplicativo para sustentar la repuesta.

- c. ¿Cómo interpretan los datos suministrados, en el aplicativo de diagrama de árbol, en relación con la situación planteada?
- d. Determinen ¿Cuál es la probabilidad de que Camilo no vaya al ejército y Andrés sí?
- 5. Socialización: Elijan un representante para socializar las respuestas acordadas por el grupo.
- 6. Registren los acuerdos establecidos por los grupos y el profesor. Elijan otro representante del grupo para dar lectura a dichos acuerdos.

4.4. Materiales y recursos

Para cada grupo (de cuatro estudiantes) se entregan dos computadores, los cuales requieren de conectividad a internet para acceder a la actividad³ y a los aplicativos que son de uso libre. Estos aplicativos son eficientes, porque son de fácil acceso, la institución cuenta con computadores y conectividad, no requieren de procesos de preparación, ni entrenamiento por parte del profesor y los estudiantes. El estudiante cuenta con los conocimientos previos necesarios para desarrollar la tarea, fomenta la interacción, motivación e interés.

El Applet Two colors permite simular varias veces la extracción de bolas de color rojo y verde que se encuentran en tres cajas para que el estudiante reconozca el efecto que tiene el primer evento en el segundo para calcular la probabilidad solicitada, genera traducciones a otros sistemas de representaciones y sirve como ayuda para deducir el modelo.

La aplicación del diagrama de árbol permite al estudiante visualizar todas las posibilidades en la extracción de las balotas, encontrar las probabilidades de cada evento, determinar el espacio muestral, establecer conexiones entre la representación numérica en fracción y en decimal, visualizar que al variar la probabilidad de los eventos la suma de la probabilidad de un evento y su complemento siempre es igual a uno, diferenciar el principio multiplicativo y aditivo, identificar el orden de los eventos, establecer que el dato de la segunda ramificación corresponde a la probabilidad condicional y la tercera ramificación a la probabilidad de la intersección.

4.5. Agrupamiento

La tarea está pensada para abordarla inicialmente individualmente, posteriormente en grupos de cuatro estudiantes y finalmente socializar los resultados con todo el curso.

4.6. Comunicación e interacción

Prevemos que en el primer numeral cada estudiante realice aportes poniendo en juego su conocimiento informal; en el segundo numeral, construyan acuerdos como grupo. En esta parte el docente debe pasar por los grupos con el propósito de conocer las consideraciones iniciales de los estudiantes para realizar preguntas que permitan conectarlas con probabilidad condicional a partir del diagrama de árbol. En el tercer numeral, los estudiantes deben confrontar sus consideraciones iniciales con los datos proporcionados por el simulador Two colors, lo que permite determinar la validez de sus respuestas. En esta etapa el profesor debe enfatizar en la importancia del orden de los eventos, y cuestionar el uso de otro sistema de representación que no permita identi-

³ <https://www.dropbox.com/s/fimdluna7z0egr/Tarea%20El%20ej%C3%A9rcito.docx?dl=0>

ficar todas las posibilidades de los eventos al extraer las balotas. En el cuarto numeral, los estudiantes deben hacer uso del diagrama de árbol para determinar la probabilidad condicional. En esta etapa el profesor debe hacer preguntas que permitan explicitar las reglas, interpretar los elementos y reconocer la utilidad del diagrama de árbol. Para finalizar, el docente debe modelar la socialización, resaltando las estrategias, acuerdos y errores.

4.7. Temporalidad:

Antes de iniciar la tarea, a cada estudiante se entrega el formato del diario y se le indica el propósito de la tarea y la manera de diligenciarlo (aproximadamente 5 minutos). La tarea se desarrolla en las siguientes cinco etapas: (a) se entrega el se presenta la situación a los estudiantes y deben responderla individualmente a partir de su conocimiento informal tiempo estimado 10 minutos, (b) comparten sus soluciones con los integrantes del grupo durante 10 minutos, (c) hacen uso del simulador Two colors y utilizan el sistema de representación más acorde durante 20 minutos, (d) hacen uso del simulador de diagrama de árbol en 20 minutos, y finalmente (e) socializan y se establecen acuerdos entre los grupos y el docente sobre la tarea, y a su vez cada estudiante llena el diario del estudiante en un tiempo estimado de 30 minutos.

4.8. Grafo de las secuencias de capacidades de la tarea Ejército

En la figura 4, presentamos el grafo de secuencia de capacidades de la tarea Ejército.

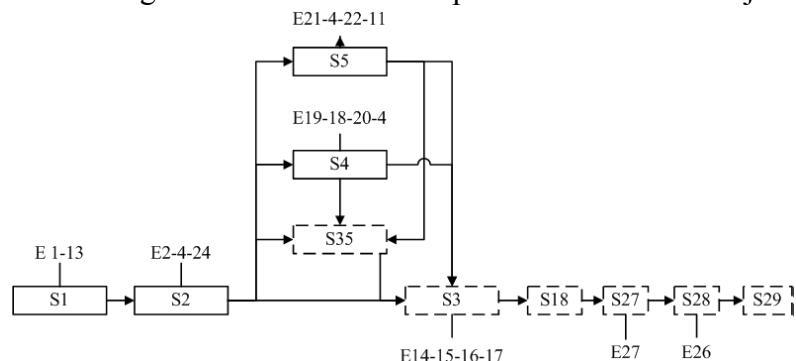


Figura 4. Grafo de la secuencia de capacidades de la tarea Ejército

4.9. Tabla de Ayudas de la tarea Ejército

En la tabla 5 se muestran las ayudas para la tarea Ejército.

Tabla 5

Descripción de las ayudas de la tarea Ejército

E	A	Descripción
1	1	¿Los resultados cambian si se sabe que balota se sacó inicialmente?
1	2	Compartir las soluciones individuales con el grupo.
1	3	Uso del aplicativo Two colors.
13	4	El resultado de la primera extracción, afecta al resultado de la segunda extracción?
	2	Compartir las soluciones individuales con el grupo.
	3	Uso del aplicativo Two colors.
2	4	El orden de los eventos afecta los resultados.
4	5	Al extraer la primera balota, ¿las posibilidades de la segunda extracción son las mismas?
14	6	¿Qué indica cada nudo en el diagrama de árbol?
	7	Uso del aplicativo diagrama de árbol.
15	8	¿Cuál es el espacio muestral del segundo evento?
	9	Uso del aplicativo diagrama de árbol.
16	10	¿Qué indica cada camino del diagrama de árbol?
	9	Uso del aplicativo diagrama de árbol.
17	11	¿Qué diferencias hay para calcular la probabilidad condicional cuando los eventos son independientes?
10	12	Cuestionar al estudiante cuando realice cálculos inadecuados de las operaciones.
26	13	La probabilidad en el intervalo [0,1].

- 9 14 ¿ $P(A|B)$ es igual $P(B|A)$?
- 20 15 Cuál es el espacio muestral y cómo se determina en una tabla de contingencia?
- 21 16 ¿Cuáles son los eventos del problema?
- 27 17 ¿Cómo determinas que el valor en fracción es equivalente al valor en decimales?
- 28 18 Qué sentido tiene los resultados numéricos con la situación propuesta?
- 30 19 ¿Es coherente tu respuesta con la probabilidad de que Andrés no saque la balota para prestar el servicio militar?
- 20 Socialización y acuerdos
- 3 21 ¿Cuáles elementos requieres para calcular la probabilidad condicional?

Nota. E = error; A = ayuda.

5. TAREA MATEMÁTICAS RFK

Esta tarea fue realizada con base en el punto 5 de la tarea *gastritis* propuesta en la actividad 3.4. La interpretación de datos en esta tarea será un elemento de importancia para fortalecer conceptos relacionados con la probabilidad condicional.

5.1. Requisitos

Es pertinente que el estudiante tenga una noción de probabilidad condicional, y que entienda las concepciones y los axiomas de probabilidad, en especial que la probabilidad de un evento es un número que pertenece al intervalo $[0,1]$. Se requiere conocimientos en la construcción de diagrama de árbol y conocer sobre los parámetros de su construcción. Los espacios muestrales, las operaciones entre conjuntos, y las operaciones entre números racionales son prerequisitos para esta tarea.

5.2. Metas

Al terminar el desarrollo de esta tarea, nuestros estudiantes podrán reconocer que: (a) el cambio de un espacio muestral es relativo a las condiciones de un contexto, (b) la probabilidad de un espacio muestral es igual a 1, (c) la probabilidad de un evento es un número que pertenece al intervalo $[0,1]$, y (d) la probabilidad condicional puede ser establecida a partir de información previa.

5.3. Formulación de la tarea

En el mes de octubre del 2015 se desarrollará el día de las matemáticas en el colegio Robert. F. Kennedy, la organización de este evento estará a cargo de los estudiantes de grado once; como evento especial en este año se tiene previsto implementar una actividad que involucre aplicaciones de la probabilidad Condicional. A continuación lee cuatro posibles propuestas de aplicaciones de probabilidad condicional en la vida diaria.

1. Películas: <https://www.youtube.com/watch?v=SUMWnh6-XEg> y
2. Juegos: <http://es.akinator.com/personnages/propose>
3. Aplicativo: <http://www.math.uah.edu/stat/applets/ConditionalProbabilityExperiment.html>
4. Estudio sobre gastritis:

El estudio del Dr. Camilo dice lo siguiente: se puede afirmar que en la población menos de la mitad de la población creen tener gastritis, además si se eligiera una persona al azar entonces la probabilidad que esa persona no tenga gastritis creyendo que la tiene sería de 15/100. De igual manera, la probabilidad que esa persona tenga gastritis creyendo no tenerla es $\frac{5}{2}$. En la figura 1, se muestran los resultados:

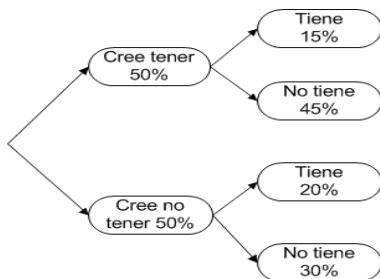


Figura 8. Resultado Camilo gastritis.

Después de leer la información ¿Cuál de las tres opciones elegirías como la mejor aplicación de probabilidad condicional? ¿Por qué? ¿Cuál de los tres tiene mayor relación con la probabilidad condicional? ¿Alguna de las propuestas no es correcta? Justifica todas tus respuestas.

5.4. Materiales y recursos

Los estudiantes deben interpretar información de algunas aplicaciones que se encuentran disponibles de manera gratuita en la red; la primera es llamada *Akinator* y la segunda está relacionada con el dilema de Monty Hall. Los recursos requieren una preparación del profesor en la verificación del acceso (los estudiantes contarán con los computadores para realizar la actividad), la utilidad de la herramientas y las distintas capacidades que se pueden activar con el uso de estos. Creemos que estas aplicaciones pueden generar interés en el estudiante para generar justificaciones desde la probabilidad en situaciones de la vida diaria que involucran la condicionalidad y la incertidumbre.

5.5. Agrupamiento

Cada estudiante trabajará de manera individual para determinar solución a las preguntas planteadas, posteriormente se reunirá con dos compañeros para contrastar las respuestas y llegar a una conclusión de la tarea.

5.6. Comunicación e interacción

Queremos fortalecer el uso de herramientas disponibles en la red para comunicar ideas sobre probabilidad condicional, de igual manera la interacción entre estudiantes para la determinación de conclusiones a una tarea; la constante comunicación de ideas para la toma decisiones sobre la mejor opción para presentar al congreso, el uso de lenguaje algebraico y nociones de probabilidad para entender el dilema de Monty Hall, en este proceso el papel del profesor es primordial para realizar explicaciones sobre conceptos que aun requieran refuerzo.

5.7. Temporalidad

La fase individual que consiste en la decisión personal de la mejor propuesta para presentar a Matemáticas RFK tiene un tiempo de 30 minutos. La fase grupal que consiste en confrontar propuestas de distintos estudiantes para tomar una única propuesta final tendrá un tiempo de 15 minutos. Para la socialización y diligenciamiento del diario del estudiante 10 minutos.

5.8. Grafo de la secuencia de capacidades de la tarea Matemáticas RFK

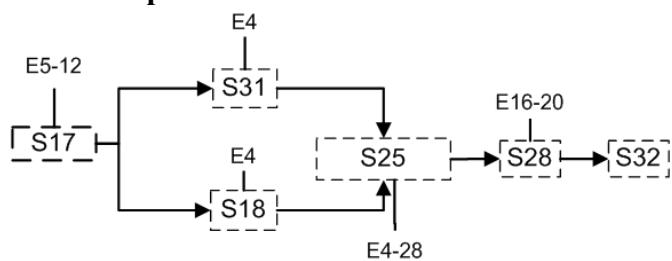


Figura 5. Secuencias de capacidades tarea congreso

5.9. Tabla de las ayudas de la tarea Matemáticas RFK

En la tabla 6, presentamos las ayudas de la tarea Matemáticas RFK.

Tabla 6

Descripción de las ayudas de la tarea Matemáticas RFK

E	A	Descripción
5	1	Qué se repite un evento muchísimas veces puede afectar la probabilidad de un nuevo evento
12	2	¿En una tabla de contingencia un dato se relaciona con cuantas variables?
4	3	¿El orden de los eventos afecta los resultados?
28	4	Los datos son coherentes en todos los sistemas de representación
16	6	¿Obtienes la misma probabilidad con cualquier rama del diagrama de árbol?
20	7	¿Cuántos espacios muestrales distingues en una tabla de contingencia?

Nota. E = error; A = ayuda.

6. TAREA EL QUE LLEGUE PRIMERO

La actividad está diseñada para que los estudiantes utilicen el concepto de probabilidad condicional a través del juego y tomen decisiones teniendo en cuenta los resultados.

6.1. Requisitos

La actividad permite activar conocimientos sobre conjuntos y complemento de un conjunto y reconocer espacios muestrales. En la primera parte de la actividad debe dar explicaciones referentes al concepto de probabilidad simple y en la segunda tomar decisiones según los resultados obtenidos.

6.2. Metas

Con esta actividad se pretende generar en los estudiantes la curiosidad por dar una justificación matemática a situaciones en las cuales se sabe que un evento ya pasó y el segundo depende del primero.

6.3. Formulación de la tarea

El juego es para dos personas.

Cada uno de los jugadores, escoge cinco números comprendido entre 2 y 12 (posibles resultados en la suma de un par de dados), colocando una ficha en la casilla correspondiente. Una vez distribuidos 10 de los 11 números, se empieza a jugar.

Por turno, lanzan los dados cada uno de los jugadores. Si la suma de los dados es uno de los números escogidos por el lanzador, éste desplaza la ficha correspondiente hacia delante una casilla.

Si la suma de los dados es el número que no ha sido escogido por ninguno de los dos, el jugador del turno escoge una de sus fichas (la que quiera) y la mueve hacia delante una casilla. Si la suma de los dados es un número del adversario, las fichas quedan como están. Gana el jugador que consigue llevar una de sus fichas hasta la meta.

Si tuvieras que escoger entre el 3 y el 11, ¿cuál tomarías?, Si tuvieras que escoger entre el 5 y el 9, ¿cuál tomarías?, ¿Da igual los números que se escojan?, ¿Todo es cuestión de suerte?, Si se juegan 10 partidas, ¿es razonable pensar que ganará una partida cada número elegido?, ¿Por qué? Si se juegan 100 partidas, ¿se debe esperar que, más o menos, gane 10 partidas cada número elegido?, ¿Por qué?

Sabiendo que el primer dado salió 5, quien tiene más probabilidades de ganar entre un jugador que tiene los numero 3, 4, 5, 7, 9 o el jugador con los número 2, 6, 8, 11 y 12. Justifica.

6.4. Materiales y recursos

Los recursos que se implementan en esta tarea son: dos dados, cinco fichas del mismo color por cada estudiante y un tablero como el de la figura 2

Figura 2. Tablero el que llegue primero

Hacemos el análisis de la eficiencia y la eficacia de los materiales que se va a emplear en esta tarea, tenemos en cuenta los 12 criterios suministrados en los apuntes para verificar su pertinencia. Para la implementación de los recursos de la tarea, dados, fichas y el tablero, el docente debe diseñar y multicopiar el tablero para cada pareja de estudiantes, y se les solicita a los estudiantes que cada uno traiga cinco fichas del mismo color y un dado. El tiempo adicional que se invierte respecto a la primera parte de la tarea, corresponde al tiempo que emplea el docente en el diseño del tablero y el tiempo que emplean los estudiantes para el trabajo en parejas. Se espera que al implementar el material éste contribuya en la obtención de la meta; es decir, fortalecer la interpretación de resultados y toma de decisiones empleando el concepto de probabilidad condicional. Finalmente, se pretende que implementando el recurso interactivo se motive a los estudiantes a dar justificaciones matemáticas a un ejercicio que es una competencia por pares.

http://recursostic.educacion.es/multidisciplinar/wikididactica/index.php/Archivo:Caballos_1.png

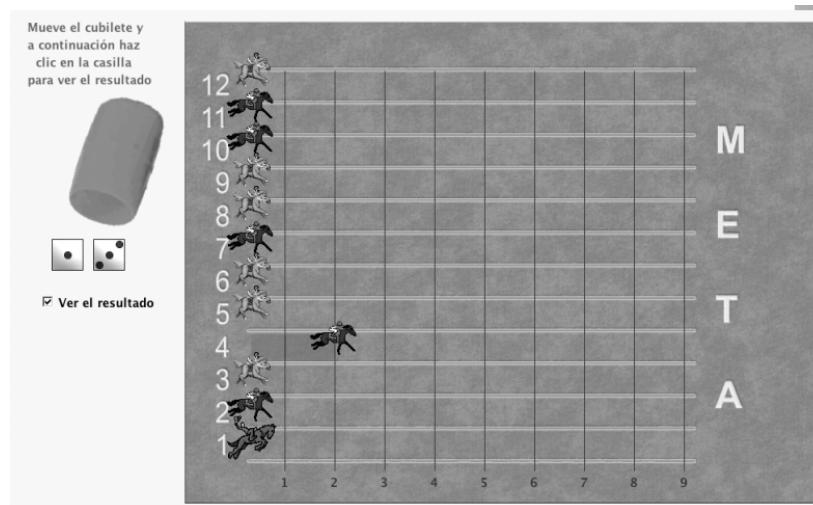


Figura 5. Carrera de caballos

6.5. Agrupamiento

Al inicio de la actividad solo se seleccionan dos estudiantes para modelar los ejemplos, el resto del grupo son observadores; pero en la segunda etapa de la tarea el docente es el observador y los estudiantes realizan la tarea en parejas.

6.6. Comunicación e interacción

En la primera parte de la tarea la comunicación se genera únicamente entre el docente y los dos estudiantes seleccionados, después se interactúa entre pares.

6.7. Temporalidad

La explicación de la tarea y presentación del diario del estudiante toma aproximadamente 10 minutos, y el trabajo en parejas se puede realizar entre 20 y 30 minutos para que tengan el tiempo de responder las preguntas. Finalmente, los estudiantes diligencian el diario del profesor en un tiempo estimado de 5 minutos.

6.8. Grafo de la secuencia de capacidades de la tarea El que llegue primero

En la figura 6, presentamos el grafo de la secuencia de capacidades de la tarea el que llegue primero.

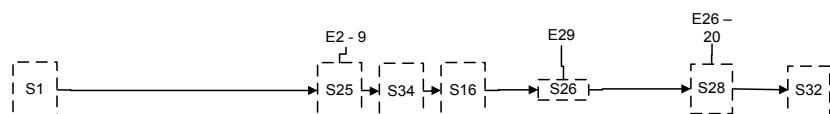


Figura 6. Grafo de la tarea El que llegue primero

6.9. Tabla de ayudas de la tarea El que llegue primero

En la tabla 7, presentamos las ayudas de la tarea El que llegue primero.

Tabla 7

Descripción de las ayudas de la tarea El que llegue primero

E	A	Descripción
1	1	En el proceso de juego es importante la puntuación o eventos anteriores para saber quién llega primero.
2	2	¿El orden de los eventos afecta el resultado?
9	3	¿ $P(A B)$ es igual $P(B A)$?
31	4	¿ $P(A) + P(A^c)=x$?
32	6	¿ $P(A) = P(A^c)$?
26	7	¿La probabilidad puede ser un número mayor que 1?
10	8	Los cálculos realizados son coherentes con el contexto.
22	9	¿Puedes asignar dos valores a una rama del diagrama de árbol?
30	11	Los resultados obtenidos son similares a los de tu compañero

Nota. E = error; A = ayuda.