

ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD EN OCTAVO AÑO DE EDUCACIÓN PRIMARIA CHILENA: UN ESTUDIO CON LIBROS DE TEXTO

Teaching statistics and probability in eighth grade of Chilean Education: A textbooks study

Danilo Díaz-Levicoy¹

Juan Luis Piñeiro²

Eder Pinto³

Camila Cortés⁴

Resumen

En este artículo se presentan los principales resultados de un análisis de las actividades propuestas en tres libros de texto dirigidos a estudiantes chilenos entre 13 y 14 años de edad, enmarcados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística y la probabilidad. Para el desarrollo de la investigación se ha utilizado una metodología cualitativa, de nivel descriptivo y utilizando como método el análisis de contenido. En dicho análisis cada actividad se ha clasificado entre ejercicio y problema, y estos últimos se han clasificado según la tipología establecida por Díaz y Poblete (1999). Dentro de los principales resultados se destacan: predominio de los ejercicios; la mayoría de los problemas son de naturaleza rutinaria y de contexto realista, presentados mediante texto escrito, lo que plantea un desafío importante para profesores, así como autores y editores de libros de texto que deben considerar estos resultados en sus respectivos trabajos.

Palabras clave: libro de texto, estadística, probabilidad, actividades, educación primaria.

¹ Doctorando en Ciencias de la Educación (Universidad de Granada, España).
Correo electrónico: *dddiaz01@hotmail.com*

² Doctorando en Ciencias de la Educación (Universidad de Granada, España).
Correo electrónico: *juanluis.pineiro@gmail.com*

³ Doctorando en Ciencias de la Educación (Universidad de Granada, España).
Correo electrónico: *pinto.eder@gmail.com*

Máster en Didáctica de la Matemática. Editora de textos (Editorial Cal y Canto, Chile).
Correo electrónico: *camict@gmail.com*

Abstract

This paper presents the main results of an analysis of activities presented in three textbooks for 13 -14 year old Chilean students related to the teaching and learning process of Statistics and Probability. A qualitative and descriptive methodology and analysis of contents as method have been used for this research. In this analysis each activity has been classified between exercise and problem, where the latter have been classified according to the typology proposed by Díaz and Poblete (1999). Among the main results stand out: predominance of exercises; most of the problems are in its nature routine and realistic in context, presented through written text. This fact poses a major challenge not only for teachers but also for authors and publishers of textbooks who should consider these results in their works.

Keywords: textbooks, statistics, probability, activities, primary education.

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Justificación del estudio

Las constantes transformaciones de la sociedad debe ser un criterio muy importante al momento de planear y desarrollar el proceso de enseñanza y aprendizaje al interior de las escuelas. En la actualidad vivimos en una sociedad que produce gran cantidad de información, frente a esto los profesores tienen la responsabilidad de desarrollar en los estudiantes una actitud crítica y manejo en la toma de decisiones, con el fin de darle las herramientas para enfrentarse a la información que consume a diario.

La Educación Matemática no ha quedado ajena a esta preocupación, donde se requiere que los procesos de instrucción se caractericen por su contextualización, enfatizando la resolución de problemas y propiciando una participación activa de los estudiantes en su proceso de formación. Con esto, las investigaciones en Educación Estadística —área de investigación dentro de la Educación Matemática— han aumentado en los últimos años por la inclusión de contenidos de estadística y probabilidad desde los primeros años de la educación primaria. Esta inclusión se ve reflejada, por ejemplo, en las directrices curriculares del Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC-Chile, 2012), Ministerio de Educación y Cultura de España (MEC, 2006), Ministerio de Educación de Ecuador (MINEDUC-Ecuador, 2010), Ministerio de Educación de Panamá (MEDUCA, 2014), los Principios y Estándares para la Matemática Escolar del *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000), los *Common Core State Standards Initiative* (CCSSI, 2010), entre otros. Junto con estas demandas nace el término cultura estadística (*statistics literacy*), que hace referencia a las ideas y conocimientos estadísticos elementales que son

necesarios trabajar en la formación de niños y jóvenes (Gal, 2002). Por su parte, Del Pino y Estrella (2012) afirman que la cultura estadística es un derecho ciudadano, donde una persona estadísticamente culta:

Debe ser capaz de leer e interpretar los datos; usar argumentos estadísticos para dar evidencias sobre la validez de alguna afirmación; pensar críticamente sobre las afirmaciones, las encuestas y los estudios estadísticos que aparecen en los medios de comunicación; leer e interpretar tablas, gráficos y medidas de resumen que aparecen en los medios; interpretar, evaluar críticamente y comunicar información estadística; comprender y utilizar el lenguaje y las herramientas básicas de la estadística; apreciar el valor de la estadística en la vida cotidiana, la vida cívica y la vida profesional en calidad de consumidor de datos, de modo de actuar como un ciudadano informado y crítico en la sociedad basada en la información (Del Pino y Estrella, 2012, 55).

Batanero (2002) señala que este término nace de forma espontánea entre los estadísticos y estadísticos educativos, destacando que esta área es parte de la herencia cultural de los ciudadanos. De la misma forma en la que se vuelve tema de discusión y análisis el término cultura estadística, autores como Gal (2005), Batanero (2005, 2006) y Sánchez (2009) aluden al término cultura probabilista. Este término se utiliza para hacer referencia a la importancia del conocimiento probabilístico elemental en la formación de los ciudadanos.

Los componentes de la cultura básica en probabilidad, según Gal (2005), son:

- *Grandes ideas de la probabilidad.* Se refiere al dominio de conceptos como aleatoriedad, independencia, variación, predicción/incertidumbre.
- *Cálculo de probabilidades.* Relacionado con los recursos que permiten calcular o estimar una probabilidad.
- *Lenguaje.* Se refiere al uso de términos y expresiones que se usan para comunicar aspectos relacionados con el azar y la probabilidad (“muy probable”; “es casi seguro que...”, “es imposible”, etc.).
- *Contextos.* Se relaciona con la importancia de utilizar situaciones de contextos próximos a la vida de los estudiantes (procesos tecnológicos, salud y medicina, negocios y finanzas, crimen y justicia, políticas públicas, etc.).

Otro aspecto que hemos considerado en esta investigación es la importancia de la resolución de problemas en el proceso de enseñanza y aprendizaje (Díaz y Poblete, 2001; Díaz-Levicoy y Mayorga, 2014), ya que es una actividad que comprende la naturaleza de la disciplina (Chamorro y Vecino, 2003; Pino y Blanco, 2008), convirtiéndose en la principal razón para su estudio (Pino y Blanco, 2008). Además, la resolución de problemas proporciona a los

estudiantes la posibilidad de resignificar los conocimientos, otorgándole un sentido (Herrera, 2013). Pese a esta importancia, las investigaciones respecto del tema evidencian una parcelación de los contenidos en la enseñanza de la matemática y a la vez con otras disciplinas (Aravena, 2011; Aravena y Caamaño, 2007; Aravena, Caamaño y Giménez, 2008; Díaz y Poblete, 1998).

Finalmente, hemos considerado los libros de texto (manuales escolares o textos escolares), por tratarse de un recurso pedagógico de gran tradición en las aulas de clase, que apoya la labor educativa del profesor y el aprendizaje de los estudiantes (Pereira y González, 2011), y es donde se plasman las orientaciones o directrices curriculares (Díaz-Levicoy y Arteaga, 2014; Escolano, 2009; Fernández y Sarramona, 1984; Ferreira y Mayorga, 2010). Además, el estudio de los libros de texto se ha convertido en una línea de investigación dentro de la Educación Matemática (Díaz-Levicoy, 2014; Gómez, 2011; Picado y Rico, 2011) y es una forma de aproximarse a lo que están aprendiendo los estudiantes.

1.2. Enseñanza de la estadística y la probabilidad en octavo básico

Es en las orientaciones curriculares donde se establecen los contenidos, objetivos y se sugieren metodologías y criterios de evaluación que deben guiar el proceso de enseñanza y aprendizaje (Dolores, 2012; Rosales, 2010). En Chile, el Ministerio de Educación (MINEDUC-Chile, 2011, p. 30) establece para octavo año de Educación Primaria (Educación Básica) los siguientes Objetivos de Aprendizaje:

- Interpretar información a partir de tablas de frecuencia, cuyos datos están agrupados en intervalos.
- Representar datos, provenientes de diversas fuentes, en tablas de frecuencias con datos agrupados en intervalos.
- Interpretar y producir información, en contextos diversos, mediante el uso de medidas de tendencia central, extendiendo al caso de datos agrupados en intervalos.
- Comprender el concepto de aleatoriedad en el uso de muestras y su importancia para realizar inferencias.
- Asignar probabilidades teóricas a la ocurrencia de eventos en experimentos aleatorios con resultados finitos y equiprobables, y contrastarlas con resultados experimentales.

Los contenidos establecidos para este nivel son (MINEDUC-Chile, 2011, 59):

- Intervalos
- Amplitud de un intervalo
- Marca de clase de un intervalo
- Tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos

- Media aritmética y moda para datos agrupados en intervalos
- Muestreo aleatorio simple
- Equiprobabilidad de eventos
- Principio multiplicativo
- Espacio muestral asociado a un experimento aleatorio
- Probabilidad teórica de un evento
- Modelo de Laplace
- Condiciones del modelo de Laplace: finitud del espacio muestral y equiprobabilidad

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Resolución de problemas

Diferentes autores han destacado la importancia de usar problemas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática y otras disciplinas. En matemática se hace la diferencia entre ejercicio y problema: los ejercicios están relacionados a aquellas actividades en que los estudiantes deben aplicar procedimientos ya conocidos, mientras que los problemas están asociados a un proceso cognitivo relativamente complejo y que requiere de conocimientos de mediano y corto plazo (Castro y Ruiz, 2015; Piñeiro, Pinto y Díaz-Levicoy, 2015). Una idea similar expresan Díaz y Poblete (2001), destacando que la resolución de problemas pone en juego variados procesos cognitivos. Además, estos autores, indican que:

Una de las definiciones más comúnmente usadas de la resolución de problemas, estipula que la tarea debe ser compleja si se va a referir a ella como un problema. Según esta definición, una tarea es un problema para un alumno si ella requiere de una solución bajo ciertas condiciones específicas, si este comprende la tarea, pero no encuentra una estrategia inmediata para su solución, y, finalmente, si es motivado para buscar la solución (Díaz y Poblete, 2001, 34).

Autores como Lester (2013) confirman esta idea, indicando que resolver problemas es una acción de realizar actividades para la que no se tiene un procedimiento (algoritmo) al que se puede acceder con facilidad. Pérez (2008, p. 66) realiza una diferenciación clara respecto del problema y ejercicio, características que se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1. *Diferencia entre ejercicio y problema.*

Aspecto	Ejercicio	Problema
Comprensión	Se entiende de inmediato en qué consiste la cuestión y cuál es el medio para resolverlo.	No se sabe a primera vista cómo enfrentarlo y resolverlo; a veces ni siquiera se ve claro en qué consiste el problema.
Objetivos	Se busca que el estudiante aplique de forma mecánica conocimientos y algoritmos ya adquiridos y fáciles de identificar.	Se pretende que el estudiante busque, investigue, utilice la intuición, profundice en el conjunto de conocimientos y experiencias anteriores y elabore una estrategia de resolución.
Aplicación	Son cuestiones cerradas.	Están abiertos a posibles variantes y generalizaciones y a nuevos problemas.
Motivación	No suele implicar la afectividad.	Supone una abundante inversión de energías y de afectividad. A lo largo de la resolución se suelen experimentar sentimientos de ansiedad, de confianza, de frustración, de entusiasmo, de alegría, etc.
Tiempo	Exige poco tiempo y este se puede prever de antemano.	Exige un tiempo que es imposible de prever con anterioridad.
Presencia en textos	Abundan.	Son escasos.

En Tabla 1 queda en evidencia la riqueza de abordar los contenidos disciplinarios mediante la resolución de problemas, situación que concuerda con lo señalado por De Guzmán (1984), al decir que la resolución de problemas es el corazón de la matemática. Todo esto plantea un desafío importante para los profesores y los encargados de la formación de los futuros profesores.

2.2. Modelos para la resolución de problemas

Un modelo, de gran tradición, para la resolución de problemas lo propone Polya (1957), quien propone cuatro pasos para su resolución:

- *Comprender el problema.* Implica la lectura detallada del enunciado, la identificación y sistematización de la información proporcionada y que se desea determinar.
- *Desarrollar un plan.* Relaciona los datos entregados en el enunciado y la información solicitada, lo que puede realizarse por medio de alguna expresión o ecuación.
- *Llevar a cabo el plan.* Consiste en resolver la ecuación o expresión, identificar un patrón, según corresponda.
- *Revisar.* Consiste en analizar la coherencia de la solución encontrada de acuerdo con el contexto y naturaleza del problema.

Mason, Burton y Stacey (1988), motivado por esta metodología, adaptan estas etapas y sugieren las siguientes:

- *Abordaje.* Contempla comprender el problema.
- *Ataque.* Concebir un plan para resolverlo y llevar a cabo el plan y pudiendo encontrar una o varias soluciones.
- *Revisión.* Reflexión acerca del proceso seguido, la revisión del plan y generalizar lo realizado.

Bransford y Stein (1988) plantean un modelo IDEAL de resolución de problemas con las siguientes etapas:

- I = Identificar el problema.
- D= Definir y presentar.
- E= Explorar distintas estrategias.
- A= Actuar de acuerdo con las estrategias.
- L= Logros, observación y evaluación.

2.3. Tipología de problemas

Blanco (1993) propone una clasificación de actividades enfocada a la resolución de problemas, esta clasificación está basada en las habilidades que involucran ciertos tipos de problemas. Dentro de esta clasificación encontramos:

- *Ejercicios de reconocimiento.* Es una actividad que tiene como objetivo resolver actividades, reconocer o recordar alguna propiedad o definición.

- *Ejercicios algorítmicos o de repetición.* Son actividades generalmente asociadas a algoritmos de tipo numéricos.
- *Problemas de traducción simple o compleja.* Son actividades que se presentan en un contexto determinado, y que para su resolución involucra la formulación de una expresión matemática.
- *Problemas de procesos.* Son actividades donde el procedimiento de cálculo no aparece delimitada en forma clara, dando espacio a que se puedan usar varios caminos para encontrar la solución.
- *Problemas acerca de situaciones reales.* Son actividades muy próximas a la realidad de los estudiantes, las que para su solución requieren el uso de habilidades, conceptos y procesos propios de la disciplina.
- *Problemas de investigación matemática.* Son actividades propias de los contenidos matemáticos, donde las proposiciones puede que no propongan estrategias para representarlos, y que requiere de búsqueda de modelos para encontrar la solución. Es común encontrar expresiones como: “probar que...”, “encontrar todos los...”.
- *Problemas de puzzles.* Son actividades que permiten la reflexión en la forma de abordar el problema, considerando diversas perspectivas, pues el contexto y la formulación del problema no son claros y se prestan para confusión.
- *Historias matemáticas.* Son actividades en las que aparecen situaciones en la literatura (cuentos, novelas, etc.) que pueden ser utilizadas con una intencionalidad didáctica-metodológica en el proceso de instrucción, pues muestran situaciones en las que intervienen contenidos matemáticos.

En esta investigación hacemos nuestra la clasificación desarrollada por Díaz y Poblete (1999), y la utilizamos para analizar las actividades que se proponen en los libros de texto. Esta tipología indica que los problemas matemáticos se pueden clasificar según su naturaleza en rutinarios y no rutinarios (referido a cuando el estudiante carece de un procedimiento conocido para resolver la actividad).

Mientras los problemas no rutinarios no muestran diferencias, los rutinarios se clasifican según su contexto en:

- *Problemas de contexto real.* Si se puede realizar en la realidad y donde el estudiante se debe comprometer activamente para su desarrollo.
- *Problema de contexto realista.* Si es susceptible a que se produzca en la realidad, donde se representa una parte de la realidad o es una simulación de ella.
- *Problema de contexto fantasista.* Si es fruto de la imaginación, por lo que no tiene fundamentos en la realidad.

- *Problema de contexto puramente matemático*. Cuando un problema hace solo referencia a objetos matemáticos, es decir, números, relaciones aritméticas, figuras geométricas, etcétera.

2.4. Investigaciones acerca de análisis de libros de texto

Las investigaciones respecto de libro de texto es tradición en diversas áreas de aprendizaje, pues es un documento de gran uso en todos los niveles educacionales manteniendo su permanencia como herramienta de aprendizaje a lo largo del tiempo. Cada libro de texto presenta una propuesta didáctica de lo que se quiere que los estudiantes aprendan, el que puede diferir del texto utilizado, producto de la transposición didáctica (Chevallard, 1991), como de factores propios del aprendiz. Considerando las diferencias de aprendizaje que pueden ser provocadas por el uso de los libros de texto, nace la necesidad de investigar cómo se presentan los contenidos y las actividades asociadas al tema de estadística y probabilidad.

Una concepción pertinente a los libros de texto que nos parece importante es la que realiza Escolano (2009) al señalar que:

Es un soporte curricular, a través del cual se vehicula el conocimiento academizado que las instituciones educativas han de transmitir. Por otra parte, es un espacio de memoria como espejo de la sociedad que lo produce, en cuanto en él se representan valores, actitudes, estereotipos e ideologías que caracterizan la mentalidad dominante de una determinada época (Escolano, 2009, 172).

Rico (1990) concluye que los profesores entregan los saberes y conocimientos que se plasman en los libros de texto, pues entrega seguridad y continuidad a los temas que se abordan en él. Este mismo autor señala que el rol del profesor es ser nexo entre lo expresado en los libros de texto y el estudiante. Con este propósito, el profesor adquiere y promulga la misma didáctica que propone el texto escolar. Este hecho hace que este recurso se considere como un factor para el éxito o el fracaso de los cambios curriculares que proponen los Ministerios de cada país, es decir, si cambia la mirada curricular y no los libros de texto, finalmente los cambios no serán considerados dentro de las aulas de clases.

Ortiz (2002) menciona que los libros de texto deberían ser investigados por ser un gran esfuerzo de elaboración y edición, por ser una fuente importante de actividades y datos para trabajar en el aula y porque es un segundo nivel de transposición didáctica, después de las orientaciones curriculares. La labor del profesor es evitar que los errores en los contenidos lleguen a los estudiantes. En

el contexto chileno las investigaciones respecto de temas de estadística son escasas y pasamos a describir a continuación algunas de ellas.

Díaz-Levicoy, Morales y López-Martín (2015) analizan tablas estadísticas que se encuentran en unidades de Datos y Azar, en libros de texto de primer y segundo curso de educación primaria. Los resultados muestran el predominio de tablas de conteo, el nivel de lectura relacionado al desarrollo de cálculos, el contexto personal, la actividad de calcular y la variable cualitativa nominal. El estudio observa aspectos de las directrices curriculares que los libros no abordan, por lo que se deben aumentar la cantidad y variedad de actividades.

Estrella (2008) realiza una investigación de las medidas de tendencia central, fijando la atención en la transposición didáctica presente al comparar un texto que dispone la información de carácter teórico sin intención de aprendizaje y un libro de texto para séptimo año de educación primaria. Las principales conclusiones de la autora indican que los libros de texto para la educación escolar carecen de un lenguaje matemático fino, hacen visible la ambigüedad existente entre el uso de términos y significados, y se presentan los conceptos por medio de fórmulas y actividades de replicación, enfatizando un carácter computacional del aprendizaje.

Vásquez y Alsina (2015) buscan analizar qué tratamiento es otorgado a la probabilidad en libros de texto de educación primaria que entrega el MINEDUC a escuelas públicas y particular subvencionadas. Específicamente, lo que se busca es profundizar en la presencia de probabilidad a partir de los significados para la detección de fortalezas y debilidades con ayuda de elementos del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. Los principales resultados de esta investigación da cuenta que la probabilidad es principalmente abordada desde una mirada intuitiva, lo que permitirá posteriormente incluir significados frecuencial y clásico. Además, se observa que los libros de texto no están en concordancia con las directrices curriculares vigentes respecto del trabajo con el contenido de probabilidad.

Con este trabajo queremos aportar resultados que puedan ser de utilidad para profesores que enseñan estos contenidos en la escuela primaria y aportar resultados al ámbito de la educación estadística, área que en Chile se encuentra en desarrollo.

3. METODOLOGÍA

3.1. Tipo, nivel, método y muestra

En esta investigación seguimos una metodología de tipo cualitativa, caracterizada por ser “un proceso activo, sistemático y riguroso de indagación dirigida, en el que se toman decisiones acerca de lo investigable en tanto se está en el campo de estudio” (Pérez-Serrano, 1994, p.46). El nivel de estudio es descriptivo, pues este nivel busca “medir o recoger información de manera independiente o conjunta de los conceptos o las variables a las que se refieren” (Hernández, Fernández y Baptista, 2006, p. 102). El método de investigación es el análisis de contenido, ya que es una forma viable para el análisis de documentos como los libros de texto (López, 2002).

La muestra ha sido elegida mediante un muestreo dirigido (Hernández, Fernández y Baptista, 2006), porque se basa en una selección de acuerdo con criterios específicos. El principal criterio es cumplir con el currículum vigente (MINEDUC-Chile, 2011). Los textos seleccionados son:

- Texto 1. Bórquez, E., Darrigrandi, F. y Zañartu, M. (2012). *Matemática 8° Educación Básica. Texto del estudiante*. Santiago: Santillana del Pacífico S.A.
- Texto 2. Morales, F., Aguayo, I. y Aguilar, M. (2009). *Matemática 8° Educación Básica (Proyecto CreaMundos)*. Santiago: SM Chile S.A.
- Texto 3. León, P., Olivares, P. y Parra, P. (2010). *Matemática 8° Básico. Texto del Estudiante*. Santiago: MN Editorial Ltda.

Estos libros de texto corresponden a editoriales de tradición a nivel nacional. Los textos 1 y 3 son los entregados gratuitamente por el Ministerio de Educación de Chile a unidades educativas municipales y particulares subvencionadas, y el texto 2 son de carácter privado y es accesible a ellos en el comercio.

3.2. Objetivo de la investigación

Analizar las actividades propuestas en libros de texto de octavo año de educación primaria chilena para la enseñanza de la estadística y la probabilidad. Para ello, las actividades se clasifican en ejercicios y problemas, estos últimos diferenciándolos según su tipología y soporte en el que se presentan.

3.3. Unidades de análisis

Para el análisis de los libros de texto se realiza, en primer lugar, un análisis global de las unidades que se relacionan con estadística y probabilidad; considerando el análisis de la presentación de la unidad, contenidos a trabajar, secuenciación de contenidos, actividades sugeridas y evaluaciones. Además, se realizó un análisis de cada actividad que se sugieren a los estudiantes, estas se han clasificado según las siguientes variables y categorías.

- Actividad: (1) ejercicio, (2) problema.
- Problemas según naturaleza (Díaz y Poblete, 1999): (1) problema rutinario; (2) problema no rutinario.
- Problemas según contexto (Díaz y Poblete, 1999): (1) real; (2) realista; (3) fantasista; (4) puramente matemático.
- Soporte (Chamorro y Vecino, 2003): (1) texto escrito; (2) tabla; (3) gráfico; (4) imagen.

4. RESULTADOS

4.1. Descripción de las unidades analizadas

Como ya se estableció, el análisis se ha realizado respecto de las actividades que tienen relación con contenidos de estadística y probabilidad en tres libros de textos. A continuación se entrega una descripción de la estructura general de las unidades analizadas.

4.1.1. Texto 1

La unidad de aprendizaje del texto 1 comienza con la presentación de los contenidos que se van a trabajar (espacio muestral y principio multiplicativo; sucesos equiprobables; regla de Laplace; interpretación de tablas de frecuencia con intervalos; construcción de tablas para datos agrupados; media aritmética para datos agrupados y análisis de encuesta) y una actividad para discutir (relativa al Censo de población en Chile del 2002). Se plantea una evaluación diagnóstica con una actividad de probabilidades (relacionadas con el lanzamiento de 50 dados) y tres de estadística (relacionadas con el cálculo de medidas de tendencia central, las frecuencias en una tabla, dominio de conceptos básicos como población, muestra y variable, así como la interpretación y explicación de procedimientos). Se hace un recuento de los conocimientos previos esperados. El tratamiento de los temas se basa en la presentación de situaciones, las que se piden discutir: se muestra la forma de resolución, se formalizan los conceptos y se plantean actividades a desarrollar. Se plantean actividades grupales e individuales, con uso de herramientas

tecnológicas, evaluaciones intermedias (cuando se cambia de estadística a probabilidad) y una evaluación final. Para finalizar la unidad, se plantean actividades basadas en la resolución de problemas e identificación de las estrategias de resolución, así como actividades basadas en situaciones reales que se encuentran en medios de comunicación (periódicos) y el análisis de un mapa de conceptos que resume los contenidos trabajados en la unidad.

4.1.2. Texto 2

Al introducir y presentar la unidad de aprendizaje, el texto 2, realiza una afirmación acerca de la presencia de organización en tablas en la historia y la existencia del azar en diferentes fenómenos, que en la siguiente página se pide interpretar solo en torno a la estadística. También se hace un comentario histórico del origen de la estadística y se menciona lo que se aprenderá en la unidad (qué, para qué y dónde). Dentro de los contenidos que se mencionan, encontramos: experimentos aleatorios, espacio muestral, probabilidad de un suceso, población y muestra, tablas de frecuencia con datos agrupados, construcción de tablas de frecuencia con datos agrupados, medidas de tendencia central, media y moda, promedio ponderado y gráficos de datos agrupados. Se realiza una evaluación diagnóstica (inicial) que solo se relaciona con estadística. Los contenidos son presentados de acuerdo con el funcionamiento en un contexto, se realizan esquemas para explicarlos, se plantean actividades para ejercitar (aplicar) los contenidos y propiedades. Existe una evaluación intermedia para estadística, pero no para los contenidos de probabilidades. Se propone una evaluación final (que engloba temas de estadística y probabilidad) y existe una actividad de uso de herramientas tecnológicas (Excel) para aplicar los contenidos de estadística, no para probabilidades, específicamente de análisis de datos; también se encuentra una evaluación final para ambos temas y un cuadro resumen de los conceptos, algoritmos y propiedades más importantes trabajadas en la unidad.

4.1.3 Texto 3

La unidad de aprendizaje del texto 3 comienza con un esquema resumen de los contenidos que se van a abordar (red de contenidos). Estos son: métodos aleatorios equiprobables; regla de Laplace; verificación de una probabilidad; datos cuantitativos discretos y continuos; intervalo de clase; marca de clase; media aritmética, mediana y moda de datos agrupados y construcción de gráficos con datos agrupados. También se explicitan los contenidos a trabajar en la unidad y se explica la importancia de la estadística en la economía del país (Chile). Posteriormente se presenta una evaluación inicial (diagnóstica) que

presenta una actividad relacionada con la probabilidad y otras dos de estadística. Para trabajar los tópicos de la unidad se hace una exposición del funcionamiento algorítmico usando contextos; se plantean actividades (ejercicios) para ser desarrollados de manera individual o grupal; también se plantean actividades de evaluación final que no contempla actividades de probabilidad, solo de estadística, uso de tecnologías (tres actividades de experimentos aleatorios; Excel) y síntesis de unidad.

La unidad de estadística y probabilidad, en los tres libros de texto, están sugeridas para ser abordadas en el segundo semestre académico.

4.2. Descripción del tratamiento de contenido

En relación con los contenidos, los tres libros de texto, están en función a las directrices curriculares establecidas por el Ministerio de Educación chileno (MINEDUC, 2011).

En los tres libros de texto se plantea una evaluación diagnóstica, pero con mayor énfasis en la estadística que la probabilidad. En el primer libro de texto se plantea una actividad para probabilidad y tres para estadística; en el segundo solo se plantean actividades relacionadas con estadística; y el texto 3 solo trabaja una actividad de probabilidad y dos de estadística.

En cuanto a las evaluaciones intermedias, en el texto 1 presenta para probabilidad y estadística; en el texto 2, solo de estadística, y el texto 3 no presenta este tipo de evaluación.

Acerca de la evaluación de final de unidad, en el texto 1 se presentan 2 actividades de probabilidad y 7 de estadística; el texto 2 plantea actividades para estadística y probabilidad. En el texto 3 no se plantean actividades de probabilidad, solo de estadística.

Respecto del uso de herramientas tecnológicas, en los tres textos analizados se sugieren actividades para desarrollar con el programa Excel.

Para hacer más cercanas las actividades, se utilizan contextos extramatemáticos. Los textos 1 y 3 presentan actividades grupales e individuales; el texto 2 solo presenta actividades individuales.

Nos llama la atención que el texto 1 es el único que conjuga las actividades de estadística y probabilidad, es decir, mientras se trabajan temas de estadística incluye algunas preguntas pertinentes a probabilidad, como se observa en la Figura 1.

Figura 1. Actividad conjunta estadística y probabilidad (Texto 1, p. 137)

Actividades

1. En un centro comercial, se consultó la edad a todas las personas que entraban entre las 12:00 h y 12:30 h. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

15	73	1	65	16	3	42
36	42	3	61	19	36	47
30	45	29	73	69	34	23
22	21	33	27	55	58	17
4	17	48	25	36	11	4
54	70	51	3	34	26	10

a) Construye una tabla de frecuencias cuyos datos estén agrupados en ocho intervalos.

b) Del total de personas encuestadas, ¿cuántas personas tienen entre 31 y 40 años?

c) Del total de personas encuestadas, ¿cuántas personas tienen 60 o menos años?

d) ¿Cuál es la probabilidad de, que al elegir al azar a una persona consultada, esta tenga entre 11 y 20 años?

El texto 2 es el único que presenta actividades en las que el estudiante debe analizar respuestas erradas, identificando el error y resolverlo de manera correcta, como muestra la Figura 2. Este tipo de actividades nos parece muy importante de ser incluidas en los libros de texto, pues el estudiante pone en juego conocimientos claves y que pueden ser útiles para analizar y superar errores frecuentes.

Figura 2. Actividades de análisis de respuestas erradas de estadística (Texto 2, p. 263)

1. Detecta el error en cada caso. Luego, corrígelo.

a. Para obtener la nota final de un control de matemática se multiplica por 5 la nota de resolución del problema; por 4 la nota de cálculos, y por 2 la nota de manejo del contenido. Si un alumno obtiene 5,5; 6,3 y 7,0, respectivamente, su nota en el control es:

$$\frac{5,5+6,3+7,0}{3} = \frac{18,8}{3} = 6,3$$

Error:

Corrección:

4.3. Resultados según unidades de análisis

A continuación se presenta la clasificación de las actividades según las categorías definidas: actividad (ejercicio y problema), problemas según naturaleza (rutinario y no rutinario), problemas según contexto (real, realista, fantasma y puramente matemático) y soporte (texto escrito, tabla, gráfico e imagen).

La Tabla 2 muestra los resultados de la clasificación de las actividades en ejercicios y problemas. Los textos presentan más del 60% de actividades clasificadas como ejercicios. El texto tres es el que presenta mayor porcentaje de actividades tipificadas como ejercicios.

Tabla 2. Clasificación de las actividades


Actividad	Texto 1		Texto 2		Texto 3		Total	
	N	%	N	%	N	%	N	%
Ejercicio	38	57,6	59	67,8	26	74,3	123	65,4
Problema	28	42,4	28	32,2	9	25,7	65	34,6
Total	66	100	87	100	35	100	188	100

En la Figura 3 vemos una actividad que hemos clasificado como ejercicio, pues los estudiantes solo deben aplicar el algoritmo de Laplace para el cálculo de probabilidades.

Figura 3. Ejercicio (Texto 1, p. 55)

3. De una urna donde hay 7 bolitas verdes, 5 bolitas azules y 3 bolitas rojas, extraer, sin mirar, una bolita. Calcula la probabilidad de:

- a) extraer una bolita de color verde.
- b) extraer una bolita que no sea de color verde.
- c) extraer una bolita que no sea de color rojo.
- d) extraer una bolita que no sea de color azul.



Un ejemplo de actividad clasificada como problema se muestra en la Figura 4. En ella el estudiante debe analizar una situación y entregar una conclusión que va más allá de la aplicación de un algoritmo, y que son poco frecuentes en los libros de texto.

Figura 4. Problema (Texto 3, p. 152)

Una productora de cine está interesada en averiguar algunas características del público que está viendo su última película. Para esto se consultó a la salida de las proyecciones de la película algunos datos personales a los asistentes, entre ellos la edad. En una de las salas consultadas, las edades de los asistentes se clasificó en la siguiente tabla de datos agrupados:

Edad [años]	Frecuencia
[11-17[24
[17-23[20
[23-29[15
[29-35[3
[35-41[3
[41-47[2
[47-53]	1

► ¿Cómo definirías al público que mayoritariamente ha asistido a ver la película?

La Tabla 3 muestra la clasificación de problemas según su naturaleza (Díaz y Poblete, 1999). El 90% de estas actividades corresponden a problemas rutinarios, es decir, que el estudiante conoce una rutina que le puede servir para solucionar el problema propuesto, solo el texto 1 presenta problemas no rutinarios.

Tabla 3. Clasificación de problemas según naturaleza

Problemas	Texto 1		Texto 2		Texto 3		Total	
	N	%	N	%	N	%	N	%
Rutinarios	21	75	28	100	9	100	58	89,2
No rutinario	7	25	0	0	0	0	7	10,8
Total	28	100	28	100	9	100	65	100

En la Tabla 4 se hace una distribución de los problemas según el contexto, el 85% son de contexto realista, es decir, problemas que hacen alusión a situaciones que pueden suceder, quizás, en la realidad. En segundo lugar, con un porcentaje bastante menor, se encuentran los problemas reales y puramente matemáticos. En cuanto a los problemas de contexto fantasista, no hay presencia de este tipo de contextos.

Tabla 4. *Clasificación de problemas según contexto*

Problemas rutinarios	Texto 1		Texto 2		Texto 3		Total	
	N	%	N	%	N	%	N	%
Real	3	14,3	3	10,7	1	11,1	7	12,1
Realista	18	85,7	23	82,1	8	88,8	49	84,5
Fantasmista	0	0	0	0	0	0	0	0
Puramente matemático	0	0	2	7,1	0	0	2	3,4
Total	21	100	28	100	9	100	58	100

En la Tabla 5 se muestra el soporte (Chamorro y Vecino, 2003) en que son presentados los problemas. El 65% de los problemas son presentados mediante texto. El soporte menos utilizado es la imagen, con 4,6%. La actividad de la Figura 2 se clasifica dentro de los problemas que se presentan en formato texto, formato indispensable para solucionar el problema.

Tabla 5. *Clasificación de problemas según soporte*

Soporte	Texto 1		Texto 2		Texto 3		Total	
	N	%	N	%	N	%	N	%
Tabla	6	21,4	4	14,3	1	11,1	11	16,9
Gráfico	5	17,9	3	10,7	1	11,1	9	13,8
Texto	17	60,7	18	64,3	7	77,8	42	64,6
Imagen	0	0	3	10,7	0	0	3	4,6
Total	28	100	28	100	9	100	65	100

El libro de texto 3 tiene un modelo basado en la aplicación excesiva de algoritmos, es decir, entrega previamente la forma de hacer cada ejercicio; no presenta, mayormente, situaciones que sean desafiantes y diferentes para el estudiante. Esto es interesante de analizar, pues esta situación va en contra de los desafíos actuales de la educación matemática y, en particular, la educación estadística.

5. CONCLUSIONES

Los libros de texto son una herramienta de gran utilidad en el proceso de enseñanza y aprendizaje, pues organizan, resumen y presentan los contenidos que las directrices curriculares señalan. De esto podemos desprender su doble rol: por un lado, ayuda a los profesores en la planificación del proceso de instrucción matemática y, por otro, sirve al estudiante para aclarar dudas en ausencia del profesor. Por estos motivos es necesario que los libros de texto que se editan, ya sea para ser distribuidos por el MINEDUC o para venta comercial, presenten los contenidos sugeridos y propongan actividades que pongan en juego diferentes estrategias, habilidades y competencias; con un predominio de problemas y no de ejercicios. Esto debido a que un problema “es un reto cognitivo para un sujeto a quien se le plantean, de manera creativa e intelectualmente estimulante, nuevas oportunidades de aprendizaje (Castro y Ruiz, 2015, p. 92), permitiendo a los estudiantes comprender la potencialidad de la matemática, donde dependiendo del enfoque con el que se incorporen a la enseñanza, tendrán diferentes objetivos y resultados; pudiendo estos ser objeto de aprendizaje si se enseñan para y sobre la resolución de problemas o una herramienta para enseñar o desarrollar otros contenidos si se hace mediante de ellos (Castro y Ruiz, 2015).

Como se ha podido observar en este análisis de textos de estudio, la estadística tiene mayor presencia que la probabilidad en todos ellos, inclusive en aquellos aspectos que podrían orientar a profesores a mejorar la calidad de los aprendizajes de sus estudiantes: la evaluación. Respecto de esto último, se puede señalar que las páginas referidas a monitorear los aprendizajes, ya sean previos, de proceso o finales, son en su mayoría enfocados a la estadística y no refleja los objetivos respecto de probabilidad; no existe una presencia de evaluación intermedia en todos los textos.

Otro aspecto no menos relevante es la poca presencia de problemas. Esto se condice con lo expuesto por Pérez (2008), que nos muestra que existe un predominio de ejercicios en los textos escolares. Además, también se puede apreciar la poca variedad de sistemas de representación presentes, en su mayoría textuales, privando así a los estudiantes de una comprensión de los temas estadísticos y de probabilidad en todas sus manifestaciones; lo que se traduce en una pobreza en los matices del concepto.

De acuerdo con lo anterior, se puede concluir que existen diferencias relevantes concernientes a los tipos de actividades en los libros de texto analizados y que pueden provocar una diferencia en los procesos de instrucción, si son utilizados.

Si bien no es función de los investigadores evaluar el trabajo editorial, existe un interés de la comunidad científica por mostrar qué tipo de textos escolares se

están editando y cuáles son sus características. Sería deseable que el profesorado y las autoridades pertinentes utilizaran estos hallazgos para la selección de libros de texto, usando como principal criterio su conocimiento profesional. Pues como señalan Hellwing, Monroe y Jacobs (2000), al indicar criterios para la selección de libros de calidad en educación matemática es importante que el texto presente exactitud al mostrar ideas matemáticas y sus relaciones, ser atractivo en su diagramación y redacción, proveer contextos para que el aprendizaje se realice en contextos interconectados, tener en cuenta sus usuarios y presentar un factor *wow* para que no solo estén presentes ejercicios o problemas para adecuarse a la exigencias curriculares.

Este trabajo deja la inquietud de aplicar estudios similares, en otros niveles, unidades y asignaturas, así como las habilidades y competencias que se promueven en los libros de texto, conectándolo con el texto en su conjunto.

Agradecimientos

Beca CONICYT PFCHA 72150306.

REFERENCIAS

- Aravena, M. (2011) Resolución de problemas y modelización geométrica en la formación inicial de profesores. *Acta XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Recife, Brasil.
- Aravena, M. y Caamaño, C. (2007). Modelización matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca-Chile. *Revista Estudios Pedagógicos*, 33, 7-25
- Aravena, M., Caamaño, C. y Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(1), 49-92.
- Arteaga, P., Gea, M., Contreras, J. M. y Cañadas, G. (2012). Los gráficos estadísticos en una serie de libros de educación primaria. *Acta Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*.
- Batanero, C. (2002). *Los retos de la cultura estadística*. Conferencia en las Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística, Buenos Aires.
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(3), 247-264.

- Batanero, C. (2006). Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: Un desafío educativo. *Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y Azar* [CD-ROM]. Sociedad de Educación Matemática Thales.
- Blanco, L. (1993). Una clasificación de problemas matemáticos. *Revista Épsilon*, 25, 49-60.
- Bórquez, E., Darrigrandi, F. y Zañartu, M. (2012). *Matemática 8º Educación Básica. Texto del estudiante*. Santiago: Santillana del Pacífico S.A.
- Bransford, J. y Stein, B. (1988). *Solución IDEAL de problemas*. Madrid: Labor.
- Castro, E. y Ruiz-Hidalgo, J. F. (2015). Matemáticas y resolución de problemas. En P. Flores y L. Rico (Eds.), *Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria* (pp. 89-107). Madrid: Pirámide.
- CCSSI (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC: National Governors Association for Best Practices and the Council of Chief State School Officers.
- Chamorro, M. y Vecino, F. (2003). El tratamiento y la resolución de problemas. En Chamorro, M. (Ed.), *Didáctica de las Matemáticas para Primaria* (pp. 273-299). Madrid: Pearson Educación.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- De Guzmán, M. (1984). El papel de la Matemática en el proceso educativo inicial. *Enseñanza de las Ciencias*, 2(2), 91 – 95.
- Del Pino, G. y Estrella, S. (2012). Educación estadística: Relaciones con la matemática. *Pensamiento Educativo. Revista de Investigación Educativa Latinoamericana*, 49(1), 53-64.
- Díaz, M. V. y Poblete, A. (1998). Resolver tipos de problemas matemáticos. ¿Una Habilidad Inhabilitante? *Revista Épsilon, Número Monográfico*, 409-423.
- Díaz, M. V. y Poblete, A. (1999). *Evaluación de los aprendizajes matemáticos en la enseñanza secundaria en el marco de la Reforma Educacional*. Proyecto Nacional Fondecyt N°1990558, Chile.
- Díaz, V. y Poblete, A. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 45, 33-41.
- Díaz-Levicoy, D. (2014). *Un estudio empírico de los gráficos estadísticos en libros de texto de Educación Primaria española*. Trabajo Fin de Máster, Universidad de Granada. España.
- Díaz-Levicoy, D. y Arteaga, P. (2014). Análisis de gráficos estadísticos en textos escolares de séptimo básico en Chile. *Revista Electrónica Diálogos Educativos*, 14(28), 21-40.

- Díaz-Levicoy, D. y Mayorga, A. (2014). La resolución de problemas como herramienta para la integración de contenidos matemáticos. *Revista Investigaciones en Educación*, 14(1), 25-42.
- Díaz-Levicoy, D., Morales, R. y López-Martín, M. M. (2015). Tablas estadísticas en libros de texto chilenos de 1º y 2º año de Educación Primaria. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 4(7), 10-39.
- Dolores, C. (2012). ¿Hacia dónde reorientar el currículum de matemáticas del Bachillerato? En C. Dolores y M. S. García (Eds.), *¿Hacia dónde reorientar el currículum de matemáticas del Bachillerato?* (pp. 118-133). México D. F.: Plaza y Valdez.
- Escolano, A. (2009). El manual escolar y la cultura profesional de los docentes. *Tendencias Pedagógicas*, 14, 169-180.
- Estrella, S. (2008). Medidas de Tendencia Central en la Enseñanza Básica en Chile. Análisis de un texto de séptimo básico. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 4(1), 20 – 32.
- Fernández, A. y Saramona, J. (1984). *La educación. Constantes y problemática actual*. Barcelona: CEAC.
- Ferreira, A. y Mayorga, L. (2010). Propuesta para la evaluación de libros de matemática de todos los niveles educativos. *Revista Ciencias de la Educación*, 20(35), 15-28
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Gal, I. (2005). Towards "probability literacy" for all citizens: building blocks and instructional dilemmas. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in schools: Challenges for teaching and learning* (pp. 39-63). New York, NY: Springer
- Gómez, B. (2011). El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas, *PNA*, 5(2), 49-65.
- Hellwing, S. J., Monroe, E. E. y Jacobs, J. S. (2000). Selecting children's trade books for mathematics instruction. *Teaching Children Mathematics*, 7(3), 138-143.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la Investigación*. México D.F.: Mc-Graw Hill.
- Herrera, A. (2013). Ambientes de aprendizajes para favorecer el desarrollo del pensamiento y lenguaje matemático: la aventura de pensar en clase de matemática. *Revista Ibero-Americana de Estudos Em Educação*, 8(4), 1019-1029.
- Lester, F. K. (2013). Thoughts about research on mathematical problem-solving instruction. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1y2), 245-278.
- León, P., Olivares, P. y Parra, P. (2010). *Matemática 8º Básico. Texto del Estudiante*. Santiago: MN Editorial.

- López, F. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. *XXI. Revista de Educación*, 4, 167-180.
- Mason, J., Burton, L. y Stacey, K. (1988). *Pensar matemáticamente*. Barcelona: Labor.
- MEC (2006). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación primaria*. Madrid: Autor.
- MEDUCA (2014). *Educación Básica General. Programa de Primer Grado*. Panamá: Autor.
- MINEDUC-Chile (2011). *Matemática. Programa de Estudio para Octavo Año Básico*. Santiago: Autor.
- MINEDUC-Chile (2012). *Matemática Educación Básica. Bases curriculares*. Santiago: Autor.
- MINEDUC-Ecuador (2010). *Actualización y fortalecimiento curricular de la Educación General Básica 2010. 1 año*. Quito: Autor.
- Morales, F., Aguayo, I. y Aguilar, M. (2009). *Matemática 8 Educación Básica (Proyecto CreaMundos)*. Santiago: SM Chile S.A.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Autor.
- Ortiz, J. J. (2002). *La probabilidad en los libros de texto*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística.
- Pereira, F. y González, G. (2011) Análisis descriptivo de Textos Escolares de Lenguaje y Comunicación. *Literatura y Lingüística*, 24, 161-182.
- Pérez, R. (2008) *Propuesta de un manual para el uso docente, orientado al tratamiento de la resolución de problemas, en la educación matemática de enseñanza media*. Tesis de Magíster, Universidad de Talca. Chile.
- Pérez-Serrano, G. (1994). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes. I. Métodos*. Madrid: La Muralla.
- Picado, M. y Rico, L. (2011). Análisis de contenido en textos históricos de matemáticas. *PNA*, 6(1), 11-27.
- Pino, J. y Blanco, L. (2008). Análisis de los problemas de los libros de texto de Matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad. *Publicaciones*, 38, 63-88.
- Piñeiro, J. L., Pinto, E. y Díaz-Levicoy, D. (2015). ¿Qué es la resolución de problemas? *Boletín REDIPE*, 4(2), 6-14.
- Polya, G. (1957). *How to Solve it*. New York, NY: Princeton University Press.
- Rico, L. (1990). Diseño curricular en Educación Matemática: Una perspectiva cultural. En S. Llinares y V. Sánchez (Eds.), *Teoría y Práctica en Educación Matemática* (pp. 17-62). Sevilla: Alfar.

- Rosales, J. L. (2010). Los discursos sobre el cuerpo en el currículo oficial: una aproximación al Diseño Curricular Nacional. *Revista Educación, XIX* (37), 47-66.
- Sánchez, E. (2009). La probabilidad en el programa de estudio de matemáticas de la secundaria en México. *Educación Matemática, 21*(2), 39-77.
- Vásquez, C. y Alsina, A. (2015). Un modelo para el análisis de objetos matemáticos en libros de texto chilenos: Situaciones problemáticas, lenguaje y conceptos sobre probabilidad. Profesorado. *Revista de Currículum y Formación del Profesorado, 19*(2), 441-462.