

Análisis Ontosemiótico de Tareas que Involucran Gráficos Estadísticos en Educación Primaria

Onto-semiotic tasks analysis involving statistical graphs in Primary Education

Belén Giacomone¹, Danilo Díaz-Levicoy², & Juan D. Godino³
Universidad de Granada, España

Resumen

El objetivo de este trabajo es mostrar un análisis pormenorizado de tareas escolares, que permita comprender potenciales conflictos en el aprendizaje matemático. Se trata de una metodología descriptiva sobre la diversidad de objetos y significados puestos en juego en tareas que involucran gráficos estadísticos, utilizando la noción teórica y metodológica llamada *configuración ontosemiótica de prácticas, objetos y procesos*. Las tareas que se analizan fueron seleccionadas previamente de libros de texto de Educación Primaria de España. Los resultados que aporta este trabajo reflejan la necesidad de incorporar este tipo de análisis a la formación de profesores de matemáticas, para que puedan comprender la complejidad de los objetos matemáticos que intervienen y emergen en la resolución de problemas y mejorar así, la enseñanza de la estadística.

Palabras clave: análisis de tareas, enfoque ontosemiótico, gráficos estadísticos, libros de texto, educación primaria.

Abstract

The aim of this research is propose a detail analysis of school tasks for understanding potential conflicts in mathematical learning. The methodology is descriptive based on the diversity of objects and meanings put at stake in tasks involving statistical graphics, using as theoretical tool the notion of: *onto-semiotic configuration of practices, objects, and processes*. The tasks discussed

¹ Universidad de Granada, España. giacomone@correo.ugr.es

² Universidad de Granada, España. dddiaz01@hotmail.com

³ Universidad de Granada, España. jgodino@ugr.es

were previously selected of Primary Education textbooks from Spain. The results provided by this study reflect the need to incorporate this kind of analysis to the mathematics teachers education. This is important to understand complexity of mathematical objects, which are involved and emerge in problem solving activity, and thus improve statistics teaching.

Keywords: tasks analysis, onto-semiotic approach, statistical graphs, textbooks primary education

I. Introducción

La constante presencia de los gráficos estadísticos en diferentes aspectos de la vida cotidiana es confirmada por diversos autores (e.g., Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras, 2011; Díaz-Levicoy, 2014) dado su carácter esencial para analizar, describir y analizar datos. Arteaga *et al* (2011) hablan de la diversidad de información estadística presente a través de gráficos y tablas en Internet e incluso en las redes sociales y de la variedad de temas que se tratan.

Por su papel esencial en la organización, descripción y análisis de datos, estas representaciones son un instrumento esencial de transnumeración, uno de los modos esenciales de razonamiento estadístico que consiste en obtener una nueva información de un conjunto de datos al cambiar el sistema de representación (Wild y Pfannkuch, 1999).

La importancia de estas representaciones hace necesario indagar en las posibles dificultades que pueden tener los estudiantes al abordar situaciones-problemas o tareas que los pongan en juego. Es por ello, que para este trabajo, se han seleccionado tareas propuestas en libros de texto de matemáticas para la Educación Primaria española. Se han extraído de los libros ya que estos recursos son de gran tradición en las aulas (Díaz-Levicoy, Batanero, Arteaga y López-Martín, 2015), resultado de la transposición didáctica (Chevallard, 1991), es decir, es un producto de la adaptación de los contenidos para ser enseñados en un determinado nivel educativo. Los libros de texto son un paso intermedio entre las directrices curriculares y el currículo plasmado en el aula (Herbel, 2007), lo que Alsina (2000) ha denominado *currículo potencial*, es decir, que podría trabajarse en el aula, ocupando un punto intermedio entre el *currículo oficial* e *impedido*.

Los libros de texto presentan apoyo a profesores, estudiantes y familiares. A los primeros les son de utilidad para preparar del proceso de enseñanza y aprendizaje (aporta ejemplos, ejercicios, problemas, evaluaciones, etc.), ya que muestra en forma secuencial los temas que se deben abordar; para los estudiantes es una fuente de apoyo constante, al que pueden recurrir en cualquier instante siendo más efectivo que internet, ya que pese a tener menos variedad de tareas, están adaptadas (o debiesen estarlo) al desarrollo cognitivo de los estudiantes; y finalmente, permiten que la familia colabore con el proceso de formación de los estudiantes, siendo de gran ayuda para aclarar dudas de los estudiantes en el desarrollo

de sus tareas y hacer un seguimiento de su formación (Díaz-Levicoy, Giacomone y Arteaga, en prensa).

Este trabajo forma parte de un estudio más amplio en el que ya se han analizado los gráficos estadísticos presentes en textos españoles de Educación Primaria para el área de matemática (Díaz-Levicoy, 2014). En dicha investigación se ha considerado como unidades de análisis: *el tipo de gráfico utilizado* (barras, circular, líneas, dispersión, mapa temático, histograma, pictograma, entre otros tipos), *la actividad pedida* (calcular, leer, completar, construir, justificar, exemplificar y traducir), *el nivel de lectura* según la categorización de Curcio (1989) y Friel, Curcio y Bright (2001) y *complejidad semiótica del gráfico* descrita por Arteaga (2011). Los resultados indican que, el análisis de los textos españoles muestra un predominio de los gráficos de barras, líneas y circulares; del nivel de lectura ‘leer dentro de los datos’; del nivel de complejidad ‘representación de una distribución de datos’; del tipo de actividades de leer, exemplificar y construir.

Sin embargo, para reflexionar sobre la dificultad que el aprendizaje de ciertos conceptos representa para los alumnos, es necesario comenzar por hacer análisis epistemológicos de su significado (Cobo y Batanero, 2004). De esta manera, el objetivo de este trabajo está puesto en mostrar un tipo de análisis (que llamaremos ontosemiótico) sobre los objetos y significados matemáticos que se movilizan en el enunciado de dos tareas sobre gráficos estadísticos, seleccionadas de dos libros de texto español, analizados previamente en Díaz-Levicoy, Giacomone, López-Martín y Piñeiro (2016) junto con una de sus posibles soluciones. Se trata de libros de texto vigentes de acuerdo a las directrices curriculares en España, por eso se seleccionan de la mencionada investigación.

En la segunda sección se profundiza en el problema de investigación, se sintetizan las herramientas teóricas y metodológicas que soportan el tipo de análisis aplicado y se describe el método empleado. En la tercera sección se concretiza el análisis ontosemiótico a partir de dos tareas escolares seleccionadas previamente. Finalmente en la última sección, se plantean las implicaciones de este trabajo en el campo de la formación de profesores.

II. Problema de investigación, marco teórico y método

Vásquez y Alsina (2015) estudian los libros de texto chilenos y presentan un modelo para el análisis de los objetos matemáticos centrado específicamente en los elementos lingüísticos, conceptos implicados y situaciones-problemas sobre la probabilidad, en el contexto de la educación primaria. Por otro lado, Font y Godino (2006) argumentan que el análisis de libros de texto ha de ser una de las competencias contemplada en la formación de profesores. Estos autores muestran la utilidad de usar herramientas epistémicas (más bien, refieren a la herramienta de configuración ontosemiótica) tanto para el análisis global de una unidad didáctica, como para el análisis de un texto puntual.

En diversas investigaciones, se reconoce que las relaciones entre los objetos matemáticos,

sus posibles representaciones y la construcción del significado son conflictivas (Duval, 2006). El uso de gráficos estadísticos, visto como sistema de representaciones materiales, visuales o diagramáticos, llevan consigo un conglomerado de objetos matemáticos abstractos, no ostensivos, los cuales no pueden pasar desapercibidos a la hora de seleccionar las tareas de los libros de texto.

Godino, Giacomone, Blanco, Wilhelmi y Contreras (2016) intentan clarificar el problema epistemológico, semiótico y educativo, entre las representaciones visuales, diagramáticas o gráficas, y los objetos matemáticos no ostensivos que les acompañan necesariamente. Estos autores discriminan los distintos tipos de objetos que intervienen en la práctica matemática escolar, apoyada en el uso de diversos sistemas de representación y siendo conscientes de las relaciones sinérgicas entre los mismos.

Las situaciones anteriores motivan este trabajo, en el que se pretende afrontar un tipo de análisis de tareas en torno a los gráficos estadísticos, el cual permitirá identificar los objetos matemáticos que se movilizan, pudiendo establecer si son adecuadas al desarrollo cognitivo de los estudiantes; de esta manera, es posible tomar conciencia de las relaciones complejas que están presentes en el uso de gráficos estadísticos.

Para lograr dicho análisis, se requiere contar con herramientas que permitan realizar análisis microscópicos de las prácticas matemáticas puestas en juego en la resolución de tareas. Para eso, se utiliza un enfoque teórico inclusivo llamado Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS) el cual aporta nociones teóricas y metodológicas para abordar el estudio de los diversos factores que influyen en los procesos de enseñanza y aprendizaje matemáticos (Godino, Batanero y Font, 2007). A continuación se presenta una breve descripción de la herramienta incluida en este enfoque que vamos a utilizar, y servirá de base para establecer implicaciones específicas para mejora de la enseñanza de la estadística.

Configuración ontosemiótica de prácticas, objetos y procesos

El enfoque ontosemiótico es un sistema teórico que articula diversas aproximaciones y modelos teóricos usados en la investigación en Educación Matemática. El EOS incluye una tipología explícita de objetos matemáticos (y de sus respectivos procesos), que facilita la descripción y el análisis de la actividad matemática; estos objetos matemáticos primarios son (Godino *et al.*, 2007, p. 130):

- Lenguajes (términos, expresiones, notaciones, gráficos) en sus diversos registros (escrito, oral, gestual, etc.).
- Situaciones-problemas (aplicaciones intra o extra-matemáticas, ejercicios).
- Conceptos- definición (introducidos mediante definiciones o descripciones) (recta, punto, número, media, función).
- Proposiciones (enunciados sobre conceptos).
- Procedimientos (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo).
- Argumentos (enunciados usados para justificar o explicar las proposiciones y

procedimientos, deductivos o de otro tipo).

Todos los objetos están interconectados entre sí mediante funciones semióticas referenciales y operacionales, formando configuraciones ontosemióticas de prácticas, objetos y procesos (Figura 1).

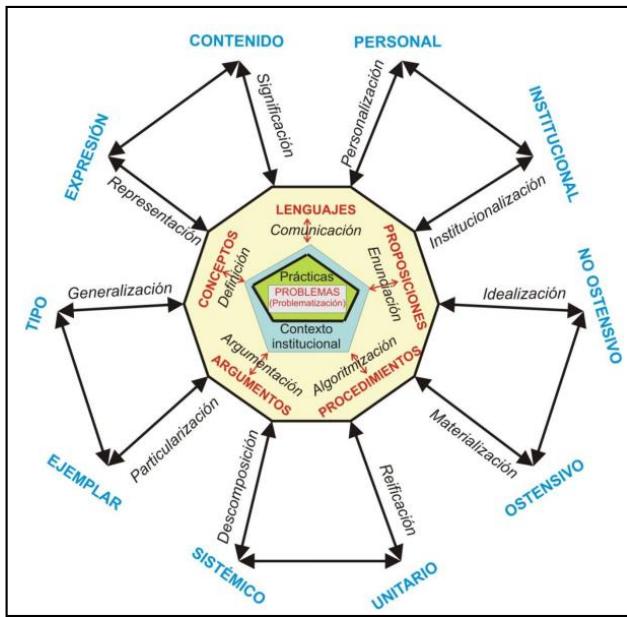


Figura 1. Objetos y procesos que intervienen en las prácticas matemáticas

A partir de la Tabla 1 y la Tabla 2, discutiremos el papel que algunos de estos procesos (particularización - generalización; idealización - materialización; significación - representación; personalización - institucionalización) juegan en la aparición de los objetos primarios implicados, tanto en el enunciado de las tareas (Figura 2 y Figura 3) como en la construcción de su solución.

Para llevar a cabo el análisis, se han seleccionado dos tareas de dos libros de texto de Educación Primaria española, de segundo y quinto grado de la editorial Santillana. La primera actividad conjuga la lectura literal de información con el desarrollo de cálculos simples; la segunda es la construcción de un gráfico de sectores a partir de la información dada en una tabla estadística. Estas se han seleccionado por estar entre las actividades más frecuentes en las investigaciones previas sobre estas representaciones en libros de texto (Díaz-Levicoy, 2014; Díaz-Levicoy *et al.*, 2015; Díaz-Levicoy *et al.*, 2016; Díaz-Levicoy, Giacomone y Arteaga, en prensa). La metodología es descriptiva, a partir del análisis ontosemiótico de las prácticas, objetos y procesos de dichas tareas.

III. Análisis ontosemiótico de tareas escolares con gráficos estadísticos

Para cada una de las situaciones-problemas diseñadas e implementadas en los procesos de enseñanza, se espera que los estudiantes realicen unas prácticas operativas y discursivas. A

continuación, se pone de manifiesto una posible solución para cada una de las tareas mostradas en las Figuras 1 y 2. Las prácticas matemáticas puestas en acción están guiadas por la trama de objetos y procesos no ostensivos que desvelamos en la tercera columna de las Tablas 1 y 2; además, en la primera columna de ambas tablas, indicamos el rol que desempeña cada práctica en el proceso resolutivo, así como su intencionalidad.

Tarea 1 y su configuración ontosemiótica

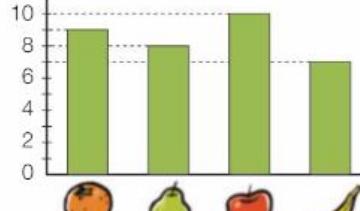
En la Figura 2 se presenta el enunciado de la tarea 1 seguido de una posible solución; luego en la Tabla 1 se presenta el análisis ontosemiótico propuesto.

1 Observa el gráfico y completa.

Eva ha representado las piezas de fruta que hay en el comedor.

- ¿Cuántas manzanas hay? ►
- ¿Y naranjas? ►
- ¿Qué hay menos, plátanos o naranjas?

- ¿Cuántas peras y plátanos hay en total?
 $\square \odot \square = \square$ ►



The chart has four bars representing different fruits. The y-axis ranges from 0 to 10. The x-axis shows icons for an orange, a pear, an apple, and a banana. The bars correspond to these icons with heights of 9, 8, 10, and 7 respectively.

Figura 2. Actividad de ‘leer’ (Texto Santillana 2º, p. 90)

– Respuesta esperada:

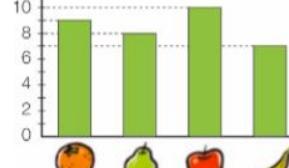
- ¿Cuántas manzanas hay? 10
¿Y naranjas? 9
- ¿Qué hay menos, plátanos o naranjas? Plátanos
- ¿Cuántas peras y cuántos plátanos hay en total?
 $8 + 7 = 15$; 15 peras más plátanos

– Secuencia de prácticas estadísticas operativas y discursivas para resolver la tarea:

- 1) Se realiza una mirada global del gráfico, en la que se identifican cuatro barras, relacionadas a cuatro frutas y sus respectivas frecuencias.
- 2) Hay 10 manzanas porque el eje de ordenadas representa la frecuencia correspondiente al valor de la variable estadística expresado como “manzana” en el eje de abscisas.
- 3) Hay 9 naranjas porque es posible hacer una lectura literal de la altura de la barra construida sobre el ícono de ésta fruta.

- 4) Hay menos plátanos porque, al comparar las alturas de las barras, es menor la que corresponde a los plátanos.
- 5) Al hacer una lectura literal de la altura de las barras que corresponden a los plátanos y las peras, sabemos que: la cantidad de plátanos es 7 y la cantidad de peras es 8.
- 6) Luego, se suman estos valores obteniendo un total de 15 frutas.

Tabla 1. Análisis ontosemiótico de la tarea 2

Uso e intencionalidad de las prácticas	Enunciado y prácticas elementales para resolver la tarea	Objetos referidos en las prácticas
Introducir la situación problemática; representar los datos del problema	<u>Enunciado</u> Observa el gráfico y completa  Eva ha representado las piezas de frutas que hay en el comedor.	Elementos lingüísticos: lenguaje gráfico; relación entre lenguaje gráfico y lenguaje natural. Conceptos: distribución de frecuencias de una variable estadística cualitativa (variable, valor, frecuencia absoluta) gráfico de barras (ejes cartesianos, proporcionalidad entre frecuencias y altura de las barras; escala de graduación del eje de ordenadas; distribución en el eje de abscisas de los valores de la variable cualitativa).
Enunciar la cuestión problemática de la tarea	¿Cuántas manzanas hay? ¿Y naranjas?	Concepto: cardinal de un conjunto; valor de variable estadística cualitativa; frecuencia absoluta.
Enunciar la cuestión problemática de la tarea	¿Qué hay menos, plátanos o naranjas?	Conceptos: ordenación de números naturales.
Enunciar la cuestión problemática de la tarea:	¿Cuántas peras y plátanos hay en total? 	Conceptos: adición de números naturales; variable, como registro de valores numéricos; igualdad, como resultado de operación; ecuación aritmética.
Dar respuesta al problema planteado	– <u>Respuesta</u> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuántas manzanas hay? 10 ¿Y naranjas? 9 • ¿Qué hay menos, plátanos o naranjas? Plátanos • ¿Cuántas peras y cuántos plátanos hay en total? $8 + 7 = 15$ peras + plátanos 	Proposiciones: se enuncian las 4 proposiciones.
Reconocimiento de las	– <u>Prácticas matemáticas:</u>	Elementos lingüísticos: dominio del

Uso e intencionalidad de las prácticas	Enunciado y prácticas elementales para resolver la tarea	Objetos referidos en las prácticas
partes que componen el diagrama de barras como representación de una distribución de frecuencias.	1) Se realiza una mirada global del gráfico, en la que se identifican cuatro barras, relacionadas a cuatro frutas y sus respectivas frecuencias.	registro gráfico Conceptos: distribución de frecuencias; gráfico de barras y sus elementos. Procedimientos: Lectura literal de datos representados
Respuesta y argumentación a la primera pregunta del problema.	2) Hay 10 manzanas porque el eje de ordenadas representa la frecuencia correspondiente al valor de la variable estadística expresado como “manzana” en el eje de abscisas.	Conceptos: variable estadística, valor, frecuencia; elementos del gráfico de barras. Procedimientos: lectura literal de la altura de la barra (frecuencia asociada a las manzanas). Proposición y su argumentación: basada en el concepto de distribución de frecuencias y los convenios de representación del diagrama de barras y los datos del problema.
	...	
Respuesta y argumentación a la tercera pregunta del problema.	4) Hay menos plátanos porque, al comparar las alturas de las barras, es menor la que corresponde a los plátanos...	Conceptos: variable estadística, valor, frecuencia; elementos del gráfico de barras. Procedimientos: lectura literal de los datos y comparación de alturas y de frecuencias absolutas. Proposición y argumentación: basada en el concepto de distribución de frecuencias y los convenios de representación del diagrama de barras y los datos del problema.
	...	

Si bien la tarea seleccionada es muy sencilla de resolver y no implica grandes cálculos, dado que se trata de segundo grado de educación primaria, observando la tabla, es necesario señalar que los conocimientos matemáticos que realmente debe poner en juego el alumno, se dan en los momentos de argumentación de proposiciones o procedimientos. Sin embargo, la tarea no promueve el uso de éstas en el transcurso de la situación didáctica. Aunque es posible que el alumno aprenda a responder correctamente a las cuestiones planteadas de una manera instrumental o algorítmica, el aprendizaje con comprensión se revela complejo para este nivel educativo, si tenemos en cuenta la complejidad del concepto de distribución de frecuencias de una variable estadística cualitativa y los convenios de representación de los diagramas de barras que se ponen en juego en la tarea.

Tarea 2 y su configuración ontosemiótica

En la Figura 3 se propone la segunda tarea para ser analizada seguida de una posible solución. Al igual que en el caso anterior, en la Tabla 2 se muestra su análisis ontosemiótico.

2 Fíjate en la tabla y representa sus datos en un gráfico de sectores.

En un hotel hay alojadas muchas personas de varios continentes.

Continente	N.º de huéspedes
Europa	50
África	15
América	20
Asia	35



Figura 3. Actividad de ‘construir’ (Texto Santillana 5º, p. 239)

– Respuesta esperada:

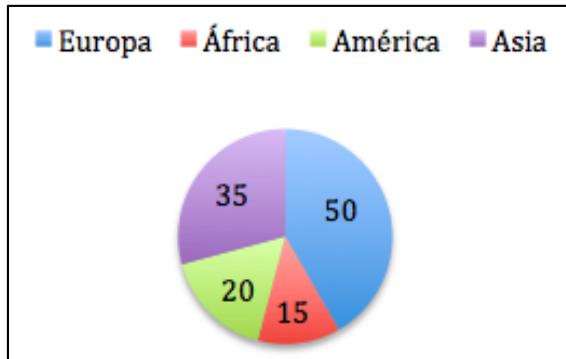


Figura 4. Gráfico de sectores de la distribución de frecuencias de la variable “continente de procedencia de las personas alojadas en un hotel”

– Secuencia de prácticas estadísticas operativas y discursivas para resolver la tarea:

- 1) El gráfico circular estará formado por 4 sectores circulares que representan el número de europeos, africanos, americanos y asiáticos alojados en el hotel.
- 2) En la tabla se muestran las frecuencias absolutas correspondientes al número de huéspedes de cada continente: 50; 15; 20; 35.
- 3) Se calcula el total de datos N, sumando todas las frecuencias absolutas: N=120.

4) Luego, se divide cada frecuencia absoluta por N, para calcular las frecuencias relativas n:

$$n\text{-europeo} = \frac{50}{120} = \frac{5}{12}$$

$$n\text{-africano} = \frac{15}{120} = \frac{3}{24}$$

$$n\text{-americanos} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

$$n\text{-asiáticos} = \frac{35}{120} = \frac{7}{24}$$

5) Las amplitudes angulares de cada sector deben ser proporcionales a las frecuencias relativas de cada valor de la variable estadística.

6) Como la suma de todas las amplitudes debe ser 360° , multiplico cada frecuencia relativa n por 360° para obtener el ángulo central (**a**) que representará a cada sector circular.

$$a\text{-Europa} = \frac{5}{12} \cdot 360^\circ = 150^\circ$$

$$a\text{-África} = \frac{3}{24} \cdot 360^\circ = 45^\circ$$

$$a\text{-América} = \frac{1}{6} \cdot 360^\circ = 60^\circ$$

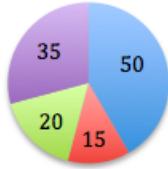
$$a\text{-Asia} = \frac{7}{24} \cdot 360^\circ = 105^\circ$$

6) Represento los datos en sectores circulares disjuntos y contiguos de un círculo, para eso:

- a)** Trazo un círculo con un compás.
- b)** Trazo un radio.
- c)** Usando el transportador, se coloca el centro del transportador en el centro del círculo, y sobre el radio trazado se mide el primer ángulo.
- d)** Luego se repite el proceso con cada uno de los ángulos.

Tabla 2. Análisis ontosemiótico de la tarea 2

Uso e intencionalidad de las prácticas	Enunciado y prácticas elementales para resolver la tarea	Objetos referidos en las prácticas
Introducir la situación problemática; representar los datos del problema.	<u>Enunciado:</u> Fíjate en la tabla y representa sus datos en un gráfico de sectores:	Elementos lingüísticos: representación tabular de una distribución de frecuencias; relación entre los datos de la tabla y gráfico de sectores.

Uso e intencionalidad de las prácticas	Enunciado y prácticas elementales para resolver la tarea	Objetos referidos en las prácticas										
	<table border="1" data-bbox="551 411 866 593"> <thead> <tr> <th data-bbox="551 411 665 439">Continente</th><th data-bbox="665 411 866 439">N.º de huéspedes</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="551 454 665 481">Europa</td><td data-bbox="665 454 866 481">50</td></tr> <tr> <td data-bbox="551 496 665 523">África</td><td data-bbox="665 496 866 523">15</td></tr> <tr> <td data-bbox="551 538 665 566">América</td><td data-bbox="665 538 866 566">20</td></tr> <tr> <td data-bbox="551 580 665 608">Asia</td><td data-bbox="665 580 866 608">35</td></tr> </tbody> </table> <p data-bbox="551 608 845 635">En un hotel hay alojadas ...</p>	Continente	N.º de huéspedes	Europa	50	África	15	América	20	Asia	35	Conceptos: distribución de frecuencias de una variable estadística cualitativa (variable, valor, frecuencia absoluta); gráfico de sectores.
Continente	N.º de huéspedes											
Europa	50											
África	15											
América	20											
Asia	35											
Respuesta al problema expresada gráficamente.	<p data-bbox="551 665 670 692"><u>Respuesta:</u></p> <p data-bbox="551 734 948 762">■ Europa ■ África ■ América ■ Asia</p>  <table border="1" data-bbox="665 819 833 988"> <thead> <tr> <th data-bbox="665 819 731 846">Continente</th><th data-bbox="731 819 833 846">Número de huéspedes</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="665 861 731 889">Europa</td><td data-bbox="731 861 833 889">50</td></tr> <tr> <td data-bbox="665 903 731 931">África</td><td data-bbox="731 903 833 931">15</td></tr> <tr> <td data-bbox="665 946 731 973">América</td><td data-bbox="731 946 833 973">20</td></tr> <tr> <td data-bbox="665 988 731 1015">Asia</td><td data-bbox="731 988 833 1015">35</td></tr> </tbody> </table>	Continente	Número de huéspedes	Europa	50	África	15	América	20	Asia	35	Conceptos: distribución de frecuencias de la variable estadística cualitativa “continente” de procedencia de las personas”; gráfico de sectores, relación de proporcionalidad entre la amplitud angular de los sectores y las frecuencias absolutas. Procedimientos: construcción de un gráfico de sectores Proposiciones: el gráfico estadístico construido representa la solución del problema porque se cumple la proporcionalidad requerida entre frecuencias y amplitudes angulares.
Continente	Número de huéspedes											
Europa	50											
África	15											
América	20											
Asia	35											
Organizar la información: determinación de la cantidad categorías que compondrán el gráfico.	<p data-bbox="551 1172 801 1199"><u>Prácticas matemáticas:</u></p> <p data-bbox="551 1205 964 1324">1) El gráfico estará formado por 4 sectores circulares, correspondientes a los cuatro valores de la variable: Europa, África, América y Asia,</p>	Elementos lingüísticos: identificación de los elementos de la tabla respecto a cada sector circular. Concepto: variable estadística, valor; gráfico de sectores.										
Paso necesario para calcular el total de datos y realizar los cálculos siguientes.	<p data-bbox="551 1353 964 1450">2) En la tabla se muestran las frecuencias absolutas de cada valor de la variable: 50; 15; 20; 35.</p>	Elementos lingüísticos: interpretación de la tabla de frecuencias. Concepto: frecuencia absoluta de cada valor de la variable estadística.										
	...											
Obtener el ángulo de cada sector	<p data-bbox="551 1607 964 1704">5) Como la suma de todas las amplitudes debe ser 360°, multiplico a cada frecuencia relativa n por 360°.</p>	Procedimiento: cálculo de la amplitud angular de cada sector circular; multiplicación de una fracción por un ángulo. El procedimiento está justificado por la proporcionalidad que debe existir entre las frecuencias y las amplitudes angulares.										

Uso e intencionalidad de las prácticas	Enunciado y prácticas elementales para resolver la tarea	Objetos referidos en las prácticas
Construcción de la respuesta al problema	6) Represento los datos en un sector circular, para eso: (...)	Elementos lingüísticos: relación entre los datos obtenidos y la construcción del gráfico pedido. Conceptos: círculo, radio, sector circular. Procedimientos: construcción con regla y compás del gráfico circular a partir de los datos obtenidos.

El diagrama circular dado como respuesta, es explicativo del proceso de resolución para quién conozca las convenciones asumidas por el resolutor, así como los conocimientos y procedimientos implicados. Sin embargo, cuando se trata de estudiantes de primaria, la justificación y explicación de la solución requiere realizar las prácticas operativas y discursivas que se han señalado para cada tarea. Asimismo, se puede ver que el uso de este tipo de gráficos, construcción, cálculo de ángulos, etc. no es tan intuitivo para los estudiantes, tal como sugieren algunos autores (Díaz-Levicoy, 2014). La comprensión de la relación de proporcionalidad que debe existir entre las amplitudes angulares y las frecuencias de los respectivos valores de la variable estadística puede resultar conflictiva para la mayoría de los alumnos de quinto curso de primaria.

IV. Discusión

El análisis ontosemiótico realizado deja a la luz que los distintos tipos de lenguajes utilizados en este proceso educativo tienen un rol fundamental para la comprensión de la tarea, el cual se pone de manifiesto en este análisis a través de la gran variedad de representaciones empleadas por las dos situaciones didácticas seleccionadas. Tal como sugieren Cobo y Batanero (2004, p. 16) “es necesario tratar en la enseñanza, de manera consciente este tema que, en muchas ocasiones, parece trivial y, sin embargo, entraña dificultades para los estudiantes”.

Se ha constatado que las justificaciones, argumentaciones o explicaciones no aparecen tratadas explícitamente en los libros de texto en general y en estas tareas en particular. Asimismo, el análisis que se manifiesta en dichos momentos sugiere entender la dificultad que puede suponer la lectura, interpretación y construcción de gráficos a estudiantes de estas edades. De la misma manera, se destaca que dada la respuesta al problema, es necesario prescindir de otro tipo de respuestas, dada por el sistema de prácticas operativas y discursivas, las cuales tampoco son pedidas en el contexto de la situación-problema. En este sentido, pareciera importante que las editoriales tengan en cuenta estas recomendaciones educativas, pero principalmente, que los profesores sean conscientes de la necesidad de pedirle a sus alumnos que justifiquen sus respuestas, ya que son a partir de ellas en las cuales se manifiestan sus conocimientos.

El análisis de cada una de las prácticas individualizadas en las Tablas 1 y 2 se puede hacer más detallado de acuerdo a los procesos involucrados; así por ejemplo, la aplicación sistemática de la noción de configuración ontosemiótica de prácticas, objetos y procesos nos lleva a reconocer que el sujeto que lee el enunciado debe hacer un proceso de interpretación (semiosis o atribución de significado) de cada uno de los diagramas mostrados en las Figuras 1 y 2 (gráfico de barras y tabla). Seguidamente, debe hacer un proceso de materialización de los conceptos y operaciones implicadas en los enunciados. Otros procesos interactúan en la respuesta, por ejemplo, para construir el gráfico circular como respuesta a la tarea 2, el resolutor debe realizar procesos de composición de los resultados parciales que va obteniendo.

Por último, tal como indican los resultados de Giacomone (2015) y Godino *et al* (2016), a partir de las tablas hemos mostrado que existe una estrecha relación entre:

- los objetos ostensivos (materiales–gráficos estadísticos) y los no ostensivos (inmateriales, ideales);
- los objetos extensivos (particulares) y los intensivos (generales).

V. A modo de conclusión: implicaciones para la enseñanza de la estadística

En diversos trabajos (Giacomone, 2015; Giacomone et al., 2016; Godino, 2009; Godino *et al.*, 2012; Pino-Fan y Godino, 2015) se ha iniciado el estudio de las posibilidades y retos ofrecidos por la aplicación de las herramientas teóricas del EOS al campo de la formación de profesores de matemáticas. Se asume que el profesor de matemáticas debe desarrollar la competencia específica de análisis e intervención didáctica, entendida como la capacidad de abordar los problemas propios de su profesión. Esto implica que el profesor debe conocer y saber usar las herramientas conceptuales y metodológicas pertinentes que le ayuden a describir, comprender y valorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Particularmente, con el análisis mostrado en este trabajo, se considera que el profesor de matemáticas debe conocer y comprender la idea de configuración de objetos y procesos, y usarla de manera competente para la elección de las tareas de los libros de texto, las cuales formarán parte del proceso de diseño didáctico.

Reconocimiento

Trabajo realizado en el marco de los proyectos de investigación EDU2012-31869, EDU2013- 41141-P y EDU2015-64646-P, Ministerio de Economía y Competitividad (MINECO, España).

Bibliografía

- [1] Alsina, C., *Mañana será otro día: un reto matemático llamado futuro*, Goñi, JM (ed.), «El currículum de matemáticas en los inicios del siglo XXI», 2000: 13-21. Barcelona: Graó.
- [2] Arteaga, P., *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores* [Tesis Doctoral], Granada, Universidad de Granada, 2011.
- [3] Arteaga, P.; Batanero, C.; Cañadas, G.; Contreras, J.M., «Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales», *Números*, 2011, **76**, p. 55-67.
- [4] Chevallard, Y. *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Aique. Buenos Aires. 1991.
- [5] Cobo, B.; Batanero, C., «Significado de la media en los libros de texto de secundaria», *Enseñanza de las Ciencias*, 2004, **22** (1), p. 5-18.
- [6] Curcio, F. R., *Developing graph comprehension*. NCTM. Reston, VA. 1989
- [7] Díaz-Levicoy, D., *Un estudio empírico de los gráficos estadísticos en libros de texto de Educación Primaria española* [Trabajo Fin de Máster], Granada, Universidad de Granada, 2014.
- [8] Díaz-Levicoy, D.; Batanero, C.; Arteaga, P.; López-Martín, M.M., «Análisis de los gráficos estadísticos presentados en libros de texto de Educación Primaria chilena», *Educação Matemática Pesquisa*, 2015, **17** (4), p. 715-739.
- [9] Díaz-Levicoy, D.; Giacomone, B.; Arteaga, P., «Caracterización de los gráficos estadísticos en libros de texto argentinos del Segundo Ciclo de educación primaria», *Profesorado. Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, en prensa.
- [10] Díaz-Levicoy, D.; Giacomone, B.; López-Martín, M. M.; Piñeiro, J. L., «Estudio sobre los gráficos estadísticos en libros de texto digitales de educación primaria española», *Profesorado. Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 2016, **20** (1), p. 133-156.
- [11] Duval, R., «A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics», *Educational Studies in Mathematics*, 2006, **61** (1-2), p. 103-131.
- [12] Font, V.; Godino, J.D., «La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores», *Educação Matemática Pesquisa*, 2006, **8** (1), p. 67-98.
- [13] Friel, S.N.; Curcio, F.R.; Bright, G.W., «Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications», *Journal for Research in mathematics Education*, 2001, **32** (2), p. 124-158.

- [14] Giacomone, B., *Perspectiva ontosemiótica del razonamiento diagramático en educación matemática. Implicaciones para la formación de profesores* [Trabajo Fin de Máster], Granada, Universidad de Granada, 2015.
- [15] Giacomone, B., Godino, J.D.; Wilhelmi, M.R.; Blanco, T., «Reconocimiento de prácticas, objetos y procesos en la resolución de tareas matemáticas: una competencia del profesor de matemáticas», *Investigación en Educación Matemática XIX*. Málaga, 2016, en prensa.
- [16] Godino, J.D.; Batanero, C.; Font, V., «The onto-semiotic approach to research in mathematics education», *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 2007, **39** (1), p. 127-135.
- [17] Godino, J.D.; Batanero, C.; Font, V.; Giacomone, B., «Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM», *Simposio de Investigación en Educación Matemática XIX*. Málaga, 2016, en prensa.
- [18] Godino, J.D.; Giacomone, B.; Blanco, T.; Wilhelmi, M.R.; Contreras, Á., «Onto-semiotic configurations underlying diagrammatic reasoning», *Proceedings of the 40th Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education-PME 40*. Szeged, 2016.
- [19] Godino, J.D.; Rivas, M.; Castro, W.F.; Konic, P., «Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas», *REVEMAT. Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 2012, **7** (2), p. 1-21.
- [20] Herbel, Beth A., «From intended curriculum to written curriculum: Examining the "voice" of a mathematics textbook», *Journal for Research in Mathematics Education*, 2007, **38** (4), p. 344-369.
- [21] Vásquez, C.; Alsina, Á., «Un modelo para el análisis de objetos matemáticos en libros de texto chilenos: situaciones problemáticas, lenguaje y conceptos sobre probabilidad», *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 2015, **19**, p. 441-462.
- [22] Wild, C.; Pfannkuch, M., «Statistical thinking in empirical enquiry», *International Statistical Review*, 1999, **67** (3), p. 223-265.