

LA MODELACIÓN EN LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICA DEL GRADO
QUINTO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA: UN ESTUDIO EN ESCUELA
NUEVA EN COLOMBIA



YESID CAMACHO STERLING

UNIVERSIDAD DE LA AMAZONIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

FLORENCIA CAQUETÁ

2016

LA MODELACIÓN EN LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICA DEL GRADO
QUINTO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA: UN ESTUDIO EN ESCUELA
NUEVA EN COLOMBIA



YESID CAMACHO STERLING

Tesis para optar el título de
Magister en Educación. Énfasis en Didáctica de las Matemáticas

Asesor

Dr. JHONY ALEXANDER VILLA-OCHOA

UNIVERSIDAD DE LA AMAZONIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

FLORENCIA CAQUETÁ

2016

NOTA DE ACEPTACIÓN

Jurado 1

Jurado 2

Jurado 3

Florencia, Caquetá, Diciembre 2016

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por la vida, el tiempo, el tesoro del conocimiento y el amor.

A mi familia, por su apoyo moral y su comprensión durante este proceso.

Al Dr. Jhony Alexander Villa Ochoa, por su asesoría, análisis críticos, aportes,
disposición, amabilidad y atención.

A Clara Patricia, por acompañarme, apoyarme con sus conocimientos y
comprenderme cuando el tiempo era escaso.

A los profesores y compañeros de maestría, por sus observaciones, aportes y
experiencia compartida.

RESUMEN

En este documento, se analizó la presencia de la modelación matemática en los libros de texto de matemática del grado quinto, propuestos por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN), desde el año 2010 para la metodología Escuela Nueva; en particular, se analizaron las maneras como se usan los contextos, se abordan situaciones de la cultura y cómo la matemática se interrelaciona con ellos. Para analizar las tareas, se utilizó un enfoque CUALITATIVO cuantitativo, ya que éstas fueron observadas, estudiadas y comparadas mediante procesos de descripción, reflexión y análisis a partir de aspectos teóricos como los problemas de palabras desde la perspectiva de la modelación formulados por Dindyal (2010), los tipos de contextos según Martínez (2003), los fenómenos contextuales, surgidos en esta investigación y la propuesta de Da Silva y Kato (2012), quienes formularon los elementos que caracterizan una actividad de modelación matemática¹ desde la perspectiva sociocrítica. Se encontró que las tareas estructuradas, semiestructuradas y contextualizadas son el principal recurso de los libros de textos de Escuela Nueva. De igual manera, se halló que en los textos se dan tres formas de modelación matemática: la educativa, la realista y la sociocrítica. Además, se estableció la visión de cultura (Hodge y Cobb, 2016) plasmada en las cartillas, se propusieron tareas coherentes con la perspectiva sociocrítica y nuevas características a los tipos de problemas verbales según su estructura.

Palabras clave: Perspectiva sociocrítica de la modelación matemática, libros de texto, Escuela Nueva, tipos de problemas, contextos, cultura.

¹ En este documento la palabra modelación hará alusión a la modelación matemática en Educación Matemática.

ABSTRACT

In this document, the presence of mathematical modeling in in the mathematical textbooks tasks for fifth grade primary school, which were proposed by the Ministry of National Education of Colombia (MEN), since 2010 for the New School Methodology was analyzed; in particular, it was analyzed how contexts are used, situations of culture are approached and how mathematics interacts with them. To analyze tasks, a qualitative approach was used, given that te tasks were observed, studied and compared by processes description, reflection and analysis from theoretical aspects theoretical aspects as word problems from the perspective of modeling formulated by Dindyal (2010), the types of contexts according to Martinez (2003), contextual phenomenas emerged in this research and the proposed Da Silva and Kato (2012), who formulated the elements that characterize a mathematical modeling activity from the sociocritical perspective. It was found that structured, semi-structured and contextualized tasks are the main source of textbooks New School. Similarly, it was found that in textbooks there are three forms of mathematical modeling: educative, realistic and sociocritical. Furthermore, the vision of the culture (Hodge y Cobb, 2016) in the textbook was established and tasks related to the sociocritical perspective and new features of the types of word problems according to their structure were proposed.

Keywords: sociocritical Perspective of mathematical modeling, textbooks, New School, types of problems, contexts, culture.

Tabla de contenido

Introducción.....	1
1. Problema de investigación	6
1.1. Antecedentes del Problema.....	6
1.1.1. Matemáticas para la vida.....	6
1.1.2. La Escuela Nueva en Colombia.	10
1.1.3. Tendencias de investigación en libros de texto	12
1.2. Formulación del Problema.....	18
1.3. Sistematización del problema (Preguntas Orientadoras).....	18
1.4. Objetivos.....	19
1.4.1. Objetivo general.....	19
1.4.2. Objetivos específicos.	19
1.5. Justificación	20
1.6. Variables y dimensiones	25
1.7. Población y muestra.....	27
2. Marco referencial	28
2.1. Marco contextual	28
2.1.1. Dimensión cultural en Colombia.....	29
2.1.2. Demografía de la población rural.	31
2.1.3. Actividad económica.....	33
2.1.4. La educación para la población rural en Colombia.	35
2.2. Marco teórico.....	39
2.2.1. Modelación matemática en primaria.	40
2.2.1.1. <i>Fases de la modelación matemática en primaria.</i>	42
2.2.1.2. <i>Resolución de problemas y modelación matemática.</i>	44
2.2.1.3. <i>Los problemas de palabras.</i>	46
2.2.2. Perspectivas de la modelación matemática.....	49
2.2.2.1. <i>La perspectiva sociocrítica de la modelación matemática.</i>	51
2.2.2.2. <i>Características de la perspectiva sociocrítica de la modelación según Da Silva y Kato (2012).</i>	54
2.2.3. Tareas de modelación.....	63
2.2.4. Contextos en las tareas.	64

2.3.	Marco conceptual.....	67
2.3.1.	Una aproximación a la modelación matemática.....	67
2.3.2.	La educación rural.....	70
2.3.3.	La Escuela Unitaria.....	71
2.3.4.	La Escuela Nueva.....	71
2.3.5.	Guías de Escuela Nueva.....	72
2.3.6.	Fenómenos contextuales.....	74
2.4.	Marco jurídico.....	77
3.	Metodología.....	80
3.1.	Metodología empleada.....	80
3.2.	Diseño y tipo de investigación.....	80
4.	Fases de la investigación.....	82
4.1.	Primera fase. Construcción de instrumentos.....	82
4.1.1.	Matrices para recolección de datos.....	83
4.1.2.	Matrices en Excel para la recolección de datos.....	89
4.2.	Segunda fase. Validez y Fiabilidad De Instrumentos.....	93
4.3.	Tercera fase. Recolección de datos.....	94
4.4.	Cuarta fase. Análisis e interpretación de Datos.....	95
4.4.1.	Las tareas según tipo de problemas, contexto y fenómeno contextual.....	96
4.4.2.	Actividades de las cartillas de Escuela Nueva desde la perspectiva sociocrítica..	103
5.	Resultados y conclusiones.....	109
5.1.	Tareas estructuradas y contextualizadas como principal recurso de las guías de Escuela Nueva.....	109
5.2.	Formas de modelación en las tareas de las cartillas de Escuela Nueva.....	116
5.3.	La visión de cultura en las guías de Escuela Nueva: Una discusión.....	121
5.4.	Conclusiones y recomendaciones.....	125
5.5.	Futuras investigaciones y futuras acciones para el mejoramiento de las guías de Escuela Nueva.....	130
6.	Anexos.....	132
7.	Bibliografía.....	133

Lista de figuras

Figura 1. Porcentaje de municipios con presencia de grupos étnicos por tipo.....	29
Figura 2. Porcentaje de municipios según manifestaciones del patrimonio cultural inmaterial.....	30
Figura 3. Porcentaje de municipios según existencia de patrimonio cultural material mueble.	31
Figura 4: Tasa de desempleo 2006 – 2015 (Abril – Junio).....	34
Figura 5. Colombia. Población en condición de pobreza según zona. 1991-2000.....	35
Figura 6. Modelos educativos que promueve el PER.	37
Figura 7. Ejemplo en Excel de frecuencia de datos según tipo de problema, contexto y fenómeno contextual.	90
Figura 8. Ejemplo de resultados de frecuencia de datos en Excel según tipo de problema, contexto y fenómeno contextual.....	91
Figura 9. Ejemplo de tabla de frecuencia en Excel sobre elementos que caracterizan la modelación desde la perspectiva sociocrítica en las tareas de los libros de texto de Escuela Nueva.....	92
Figura 10. Ejemplo de frecuencia en Excel sobre resultados relacionados con elementos que caracterizan la modelación desde la perspectiva sociocrítica en las tareas de los libros de texto de Escuela Nueva.	93

Lista de tablas

Tabla 1. Constructos y operación de constructos	26
Tabla 2. Colombia. Población según zona 1938-2020	33
Tabla 3. Número de estudiantes primaria según zona (2009-2013)	36
Tabla 4. Elementos que caracterizan una actividad de modelación matemática.....	59
Tabla 5. Frecuencia de tipos de problemas, contextos y fenómenos contextuales.....	83
Tabla 6. Elementos que caracterizan una actividad de modelación matemática desde la perspectiva sociocrítica en las tareas de los textos de Escuela Nueva	86
Tabla 7. Tipos de problemas según estructura, presentes en las cartillas Escuela Nueva de Colombia	97
Tabla 8. Tipos de contexto en las tareas de las cartillas de Escuela Nueva de Colombia.	100
Tabla 9. Fenómenos contextuales presentes en las tareas de las cartillas de Escuela Nueva.....	102
Tabla 10. Ejemplos de tareas o actividades relacionadas con la participación activa de los estudiantes en la construcción de un modelo.	104
Tabla 11. Ejemplo de tareas o actividades relacionadas con la participación activa de los estudiantes en la sociedad.....	105
Tabla 12. Ejemplos de tareas o actividades relacionadas con problemas no matemáticas de la realidad.	107
Tabla 13. Frecuencia de tipos de problemas, contextos y fenómenos contextuales.....	109
Tabla 14. Ejemplos de problemas estructurados	112
Tabla 15. Ejemplos de problemas semiestructurados.....	114
Tabla 16. Ejemplos de problemas no estructurados	116
Tabla 17: Ejemplos de tareas según perspectivas de la modelación	117
Tabla 18. Resultados frecuencia de tareas en relación con los elementos que caracterizan una actividad de modelación matemática desde la perspectiva sociocrítica.	119
Tabla 19. Tareas según la visión de cultura en las cartillas de Escuela Nueva	123

Introducción

Al interior de la Educación Matemática como disciplina científica se han venido consolidando perspectivas, enfoques y teorías afines a unos propósitos de la matemática para la formación crítica de los sujetos, la formación en ciudadanía y el reconocimiento de valores democráticos y de la cultura (D'ambrosio, 1986; Skovsmose, 1999; Valero, 2006). En la perspectiva sociocrítica de la modelación se propende por el desarrollo del pensamiento crítico para la comprensión del mundo, el rescate de la matemática para la vida y el reconocimiento de los contextos. Según Da Silva y Kato (2012) a través de la modelación, los estudiantes pueden identificar otras formas de ver el mundo en el que viven, ampliando su espectro de posibilidades para actuar e interactuar en la sociedad.

“Diversas investigaciones ponen de relieve el potencial de la modelación para la educación cívica” (Da Silva & Kato, 2012, p. 2). La modelación puede proporcionar oportunidades para que los estudiantes puedan llevar las discusiones en las clases de matemáticas a su vida cotidiana, crear conciencia sobre su papel en la sociedad y lograr un cambio en la forma de ver su contexto y su cultura.

En la perspectiva sociocrítica de la modelación; la relación, cultura, matemática, contexto cobra especial sentido. En Colombia, esta relación también se ha hecho explícita en los Estándares Básicos de Competencia de Colombia² (MEN, 2006) cuando solicita “incorporar en los procesos de formación de los educandos una visión de las matemáticas como actividad humana culturalmente mediada y de incidencia en la vida social, cultural y

² De aquí en adelante se leerá como EBC

política de los ciudadanos” (p. 48). Es decir, aprender a través de los contextos y que esos aprendizajes incluyan el conocimiento de y para la cultura.

Como una manera de articularse a esos propósitos declarados en los estándares, los profesores, administradores, organizadores de currículos y productores de libros de texto, deben estar atentos a los contextos en los cuales se da el acto educativo para situar en esos contextos los procesos de formación en matemáticas. Así, se esperaría que en los contextos rurales, los materiales utilizados se fundamenten en los saberes ancestrales, en las prácticas sociales, en las costumbres y oficios de las culturas. Como lo manifiesta Stillman, Brown, Faragher, Geiger y Galbraith (2013) los libros de texto, por sí solos, no pueden realizar una modelación. Pero por la naturaleza de las tareas proporcionadas, pueden ser una plataforma para ampliar los horizontes de enseñanza.

En esta investigación se analizaron las maneras en que las tareas de modelación de los libros de texto de matemática del grado quinto, propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en el año 2010, para Escuela Nueva en Colombia, incorporan situaciones propias de la cultura y del contexto donde se desenvuelven los estudiantes. Cada unidad de estos libros de texto está organizada en guías de aprendizaje con tareas que relacionan aspectos como los conocimientos previos, problemas propiamente matemáticos y aplicaciones para la vida cotidiana, así como actividades que involucran al estudiante en acciones colectivas.

Para analizar las actividades de los libros de texto se utilizó el análisis CUALITATIVO cuantitativo orientado hacia el tipo de investigación documental y algunos aspectos de la propuesta de Da Silva y Kato (2012), quienes formularon los elementos que caracterizan una actividad de modelación desde la perspectiva sociocrítica. Así mismo, se

extrapolaron las tareas con los tipos de contexto según Martínez (2003), los enunciados verbales desde la perspectiva de la modelación formulados por Dindyal (2010) y su afinidad con la perspectiva sociocrítica de la modelación. Al mismo tiempo, se establece la visión de matemáticas y de cultura plasmada en las cartillas de Escuela Nueva, se proponen tareas coherentes con la perspectiva sociocrítica y se amplían algunos conceptos referentes a los tipos de problemas verbales.

En el primer capítulo se pone de manifiesto una relación entre las matemáticas para la vida y la Metodología Escuela Nueva en Colombia, también conocida como Escuela Rural o Escuela multigrado, aunque también se habla de Escuela Unitaria. De igual manera, se presentan algunas tendencias de investigación sobre libros de texto y se profundiza en lo relacionado con modelación para la escuela primaria. En este capítulo se plantea la pregunta de investigación ¿cómo las tareas de modelación de los libros de texto de matemática del grado quinto de Escuela Nueva en Colombia incorporan situaciones propias de la cultura y del contexto donde se desenvuelven los estudiantes?

En el segundo capítulo se destacan investigaciones sobre modelación como las de Galbraith y Stillman (2001), Barbosa (2001 y 2003), Biembengut y Hein (2004), Araújo (2009 y 2012), Dindyal (2010), Bahmaei (2011), Da Silva y Kato (2012), Da Silva, Kato y Cabral (2012), Villa-Ochoa y Ruiz (2009), Villa-Ochoa, Rojas y Cuartas (2010), Parra (2015); conceptualizaciones de algunos elementos de la modelación, tareas de modelación, definiciones de Escuela Nueva, educación rural y modelos educativos rurales. Igualmente, en este capítulo se evidencia un componente histórico de la demografía, actividad económica, proceso educativo en las zonas rurales, así como el patrimonio cultural de Colombia. Con ello, se justifica la necesidad de analizar los textos oficiales del MEN, en

este caso las guías de Escuela Nueva, para determinar si los problemas o tareas propuestos en ellos involucran, en cierta medida, a los estudiantes de la zona rural en su realidad o contexto cotidiano.

Durante el proceso de análisis de las tareas de las cartillas de Escuela Nueva, se fueron construyendo las bases para determinar los métodos, técnicas e instrumentos a utilizar. Igualmente, la lectura de los trabajos relacionados con el análisis de libros de texto (Guacaneme, 2002; Delaney, Charalambous, Charalambos, Hsu & Mesa, 2007; Giraldo & Quesada, 2008; Cabassut & Wagner, 2011; Vásquez, 2012; Hong & Choi, 2014; Jones & Fujita, 2013; Nie, Freedman, Hwang, Wang, Moyer & Cai, 2013; Pepin, Gueudet & Trouche, 2013; Stillman et al., 2013) y los aportes teóricos de autores como Dindyal (2010), Martínez (2013), Da Silva y Kato (2012), así como las bases conceptuales que emergieron en este proyecto fueron apoyo para el análisis de las tareas, la construcción de los instrumentos y la interpretación de los datos. Todo ello contemplado en el tercer y cuarto capítulo.

En el capítulo cinco, se presenta una ampliación de los conceptos, sobre los tipos de problemas según su estructura, formulados por Dindyal (2010), propuestas de tareas de modelación desde la perspectiva sociocrítica, una visión de cultura y características de modelación en las tareas de las guías de Escuela Nueva de matemática con el objetivo de mostrar la manera en que estas guías incorporan y pueden integrar “situaciones cotidianas” (problemas de la realidad) pertenecientes a la cultura y al contexto rural, todo ello como resultado de la investigación.

Finalmente, desde una óptica intra e interdisciplinaria llama la atención sobre la pertinencia de realizar otros estudios relacionados con el diseño y formas de uso de los textos

para la enseñanza en la Escuela Nueva, así como concepciones de los docentes en algunos campos desde el punto de vista sociocultural, por ello se dejan abiertas algunos interrogantes posibles investigaciones que se derivan de esta tesis.

1. Problema de investigación

En este capítulo se presenta, los antecedentes que dieron origen al problema de investigación para mostrar las características socioculturales de la matemática y la importancia de la modelación como herramienta para contribuir al conocimiento del ‘mundo real’ y de las mismas matemáticas, así como la inclusión de la modelación en los libros de texto de matemática, en especial en las guías de Escuela Nueva en Colombia. Posteriormente, se da paso a la revisión de literatura, la cual evidencia tendencias de investigación en el análisis de los libros de texto con relación a la matemática. Finalmente, se concluye con la formulación del problema y los objetivos que se pretenden para la investigación.

1.1. Antecedentes del Problema

1.1.1. Matemáticas para la vida.

La literatura internacional (Bishop, 2005; Greer, Verschafel & Murkhopadyay, 2007; Stillman et al., 2013), así como la literatura nacional (MEN, 1998, 2006; Valero, 2006) ha venido sugiriendo que las diferencias sociales, contextuales y políticas requieren de una matemática para todos, que contribuya a la comprensión de los aspectos de la realidad y de las estructuras matemáticas, dentro y fuera del aula; que exhorte a los estudiantes a que piensen la matemática como una forma de modelar su realidad en el que el aprendizaje de estructuras, símbolos y sistemas sean vinculados a la resolución de problemas y toma de

decisiones. Es decir, una matemática que proporcione experiencias y habilidades que contribuyan a la educación para la vida después de la escuela, una matemática con contextos auténticos y no fingidos.

En Colombia, en los EBC (MEN, 2006) se expone la importancia del reconocimiento de las necesidades de los estudiantes según su contexto. En la literatura internacional conviven diferentes ideas sobre el significado de los contextos y su uso en las matemática escolares (Beswick, 2011), algunos de ellos no necesariamente conllevan al estudio de una situación “auténtica” o cercana a las experiencias que viven los estudiantes en su cotidianidad. Desde el contexto cercano se puede construir sentido y significado para las tareas y los contenidos matemáticos, lo que implica establecer una conexión de la matemática con la vida cotidiana y viceversa. Una manera de darle sentido a esas conexiones es a través de la modelación, porque algunas de sus perspectivas permiten a los estudiantes enlazar las matemáticas del aula al contexto cotidiano.

El uso de la modelación en la sociedad puede conllevar a la motivación por el aprendizaje de las matemáticas y a la reflexión crítica de las situaciones sociales a partir del reconocimiento de la cultura (Villa-Ochoa y Berrio, 2015). Bishop (1988) plantea que se debe “pensar en la educación matemática como un posicionamiento de los alumnos en una parte de su cultura” (p. 124).

Por su parte, Villa-Ochoa. (2013) señala que cuando en la modelación surgen casos de situaciones determinadas del contexto social en que se desarrolla, “la modelación, más allá de convertirse en un pre-texto para enseñar y/o aprender matemáticas, puede atender principalmente a otras funciones que se revierten en la cultura y no únicamente hacia los desarrollos matemáticos” (p. 212). De acuerdo a lo anterior, la modelación puede contribuir

a que se involucre las situaciones propias del contexto de los estudiantes (su entorno físico y social, su cotidianidad).

No obstante, a pesar que la modelación es un poderoso impulsor del significado y la comprensión de las matemáticas, que permite el desarrollo de habilidades (razonamiento, interpretación, comunicación, interacción, solución de problemas,...) para hacer uso de las matemáticas fuera del aula, ésta no se implementa mucho en el salón de clases de la escuela primaria (Bahmaei, 2011). Según, Biembengut (2007) y Bahmaei (2011) varios estudios muestran que durante los años de la escuela primaria los niños tienden a aplicar estrategias de manera superficial en la resolución de problemas, dejando fuera de su conocimiento el mundo real. De acuerdo a Blum, Galbraith, Henn y Niss (2007), el mundo real es todo lo que tiene relación con la naturaleza, la sociedad o la cultura, incluyendo la vida cotidiana, los temas escolares y universitarios y disciplinas curriculares diferentes de las matemáticas.

Para el interés de esta investigación, en los libros de texto también puede ser incluido el conocimiento del mundo real como se evidencia en Cabassut y Wagner (2011) y en Stillman et. al (2013), [en el numeral **1.1.3.** se profundiza sobre estas investigaciones], quienes consideran los libros de texto como una herramienta importante en el proceso enseñanza aprendizaje de la matemática, los cuales pueden contener tareas para la comprensión crítica del mundo que incluyan dominios del mundo matemático y del mundo real y su interrelación, lo que podría contribuir al desarrollo de los procesos de modelación, a partir de modelar fenómenos sociales, culturales, políticos u otros, en los que se involucre a los estudiantes en situaciones multidimensionales, los prepare para tomar decisiones frente a los retos actuales y futuros, que favorezca el desarrollo de una actitud crítica hacia el mundo y la comprensión de las situaciones cotidianas. Estos fenómenos pueden estar inmersos en

los libros de texto, que para esta investigación se tendrá en cuenta los de Escuela Nueva de Colombia.

Dado que los libros de texto, se incluyen las guías o cartillas de Escuela Nueva, por sí solos no pueden hacer modelación, sí pueden ser una plataforma para ampliar los horizontes de enseñanza aprendizaje por la naturaleza de las tareas proporcionadas. Las actividades a realizar y los contextos que se usen relacionados con los fenómenos sociales, culturales, naturales, ambientales, políticos, etc., que se propongan en las tareas de los libros de texto podrían mejorar en los estudiantes la comprensión del mundo que les rodea.

En el caso de la Escuela Nueva, los libros de texto cumplen un papel fundamental de autoaprendizaje en los estudiantes. Estas cartillas tienen un papel adicional, debido a que gran parte del tiempo, deben ser manejadas por los estudiantes sin la presencia del maestro. Es decir que, analizar el rol de los libros de texto, y en especial las guías de Escuela Nueva, en la integración de la matemática del aula con el mundo real se hace necesario para establecer la funcionalidad de las tareas en la comprensión del mundo y la medida en que la modelación aparece en ellas.

De acuerdo con Ponte (2004), las tareas de modelación, son tareas que se ofrecen en términos de problemas de la realidad. La realidad ha sido un tema ampliamente discutido en el campo de la modelación por sus implicaciones y su trascendencia de tipo filosófico y empírico en el aula de matemáticas. En ese caso, el término realidad hace referencia, no solo, a aquello que hace parte de la experiencia cotidiana de los objetos, sino también que puede ser evocado o sugerido en la mente de los estudiantes.

Se espera que las tareas de modelación en las guías de Escuela Nueva de Colombia, contribuyan *al desarrollo del pensamiento crítico e independiente, estímulo de la*

creatividad, la solución de problemas del entorno (Biembengut & Hein, 2004), al *entendimiento del mundo circundante* (Stillman, et. al 2013) y *al cuidado del medio ambiente* (English L, 2013; Rocha & Bisognin, 2009).

1.1.2. La Escuela Nueva en Colombia.

La Escuela Nueva ha sido reconocida como una importante experiencia para la educación Básica Primaria Rural en Colombia que tiene en cuenta las características propias del contexto rural. Por ello, “es indispensable que el docente de Escuela Nueva tenga en cuenta aspectos, como las características socioculturales de la población que tiene a su cargo, sus experiencias de formación previas y la situación de salud y nutrición, entre otras” (MEN, 2010a, p. 12).

Colombia como país pluriétnico y pluricultural, con bastantes diferencias sociales, económicas y geográficas, requiere de unas prácticas educativas en las que se tenga en cuenta el desarrollo de competencias y una comprensión del mundo por parte de los estudiantes, por lo cual se requiere que en la escuela rural (Escuela Nueva) se involucre a los niños y niñas en experiencias y situaciones que los conecten con su *contexto inmediato o de aula*, el *contexto escolar o institucional* y el *contexto extraescolar o sociocultural* (MEN, 2006), para que se incluya el ambiente de la comunidad, de la región, del país y del mundo. Es por ello que, en la Escuela Nueva se proponen una serie de principios para lograr una educación integral que contribuya al entendimiento del contexto.

Dentro de los principios pedagógicos de la Escuela Nueva se encuentran los relacionados a la experiencia natural, la actividad, el trabajo autónomo, la actividad grupal

y el trabajo colaborativo, entre otros (MEN, 2010a). Estos principios tienen en cuenta la espontaneidad que despliegan los estudiantes desde su propia situación cultural, el diálogo, la confrontación de opiniones, la planeación y ejecución razonada de acciones para solucionar algún problema de la vida real. Es decir que, “las actividades que vinculan la vida escolar y la vida fuera de la institución educativa crean un clima que motiva a los estudiantes a aprender, pues entienden que el conocimiento y el desarrollo de habilidades y valores les sirven para orientarse y desempeñarse en la cotidianeidad” (p. 26). En otras palabras, el uso de contextos para desarrollar la comprensión del mundo y la de una matemática para la vida es inherente a la Escuela Nueva.

El uso de contextos y la confrontación con el medio en las tareas y actividades, propuestas para matemáticas en Escuela Nueva, van en concordancia con los EBC de Colombia y deben estar implícitos o explícitos en las guías de la Escuela Rural. Estas cartillas se basan en principios pedagógicos como “la construcción social de los conocimientos; la importancia de los contextos para lograr aprendizajes significativos (...), el carácter formativo, participativo y permanente de la evaluación (...) y la importancia de cultivar la creatividad y el pensamiento divergente” (MEN, 2010a, p. 10).

Las guías de Escuela Nueva son una herramienta importante de trabajo que están diseñadas para enriquecer la experiencia educativa (MEN, 2010a); facilitar a los estudiantes, de la zona rural, el autoaprendizaje y a los docentes, de aula multigrado, la enseñanza. Es por ello que, las cartillas presentan secuencias que facilitan el trabajo educativo, en este caso de matemáticas. Es de considerar que, las cartillas de matemáticas de Escuela Nueva pueden presentar tareas que involucren la modelación a partir de problemas verbales que incluyan el contexto social de los estudiantes o tareas que impliquen conocimientos del contexto

cotidiano, además de los conceptos matemáticos que aporten al reconocimiento de su realidad. Es así que, en esta investigación se busca determinar cómo las tareas de modelación de las guías de matemática del grado quinto de Escuela Nueva contribuyen a que los estudiantes tengan una mejor comprensión del mundo y de la realidad que les rodea.

1.1.3. Tendencias de investigación en libros de texto

Para apoyar la investigación se tienen en cuenta aspectos que han venido siendo investigados en relación con las diferentes tendencias de investigación en libros de texto, algunas relacionadas con la modelación. Este recorrido se inicia con afirmaciones de autores y entidades internacionales acerca del libro de texto.

Vásquez (2012) sostiene que “los libros de texto reflejan las ideas básicas acerca de una nación, cultura nacional y a menudo un punto de lucha de cultura y controversia” (p. 27). Los libros de texto representan una de las herramientas más utilizadas en los diferentes niveles (básica primaria, secundaria y superior) de los sistemas educativos de cada país.

En el reporte de 2007 de la prueba TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) aplicada en 37 países para cuarto grado y a 50 países para octavo grado, señalan que en la mayoría de los países el libro de texto sigue siendo la base principal de la enseñanza de las matemáticas en cuarto y octavo grado. 65% de los profesores de cuarto grado y 60% de los profesores de octavo grado tenían libro de texto. Por otra parte 30% y 34% de cuarto y octavo grado respectivamente usaron el libro de texto como recurso suplementario. (Martin, Mullis y Foy, 2007 en Vásquez, 2012, p.2)

Tal vez este punto es por el cual, el estudio de los libros de texto sus contenidos, estructuras, incidencias en las prácticas pedagógicas de los docentes y en el aprendizaje de los estudiantes viene haciéndose desde hace muchos años. Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt y Houang, (2002) analizaron 418 libros de texto de matemáticas y de ciencias de 48 sistemas educativos y distinguieron dos niveles estructurales en los libros de texto: la macroestructura referida a la organización general del texto y la microestructura relacionada con las lecciones específicas para ser utilizadas en las sesiones de instrucción en el aula.

TIMSS y PISA (*Program for International Student Assessment*) presentan resultados de estudios comparativos internacionales y muestran diferencias y similitudes en los sistemas educativos de diferentes países del mundo a través del análisis de libros de texto (Hong & Choi, 2014; Jones & Fujita, 2013; Pepin et al., 2013, Vásquez, 2012).

Algunas investigaciones han realizado estudios comparativos relacionados con el análisis del contenido y estructura de los libros de texto de diferentes países como Korea y Estados Unidos (Hong & Choi, 2014; Son, 2005), Inglaterra y Japón (Jones & Fujita, 2013), Alemania (Sebastián, 2006), Chipre, Irlanda y Taiwán (Delaney et al., 2007) y Colombia (Giraldo & Quesada, 2008; Guacaneme, 2002). En estas investigaciones se exponen cómo los contenidos (ecuación cuadrática, la simetría, multiplicación y división de fracciones, adición y sustracción de fracciones, la proporcionalidad, números racionales...), demanda cognitiva de las tareas y organización estructural presentadas en los libros de texto se involucran y contribuyen, en una u otra medida, en el desarrollo matemático de los estudiantes en cada país.

Otros estudios realizados acerca de análisis sobre las políticas públicas para educación y el currículo presentes en los libros de texto, así como las prácticas pedagógicas

de los docentes con relación a los mismos (Nie et al., 2013; Pepin et al., 2013), evidenciaron cómo las normas gubernamentales y la cultura de algunos países, presentes en los libros de texto, en realidad influyen o no en la manera de enseñar de los docentes. Es indudable que las intenciones, reflexiones e interpretaciones de los docentes frente a los objetivos, actividades, lecciones, contenidos y procesos propuestos en los libros va muy ligada a su cultura, creencias y conocimientos específicos.

Otra investigación sobre libros de texto se realizó entre los países Francia y Alemania, relacionada *con la confrontación de las lecciones y tareas matemáticas con el contexto* (Cabassut & Wagner, 2011). En ella se estudia la modelación en primaria y se encontró que la modelación en este nivel escolar no es un conocimiento explícito a enseñar, pero puede considerarse como un conocimiento implícito para ser enseñado como preparación para la escuela secundaria (en Alemania) o como parte de la solución de problemas (en Francia) y aparece en los libros de texto, de los dos países, con tareas de variados “dominios del mundo real (confrontación con el medio), dominios del mundo matemático y representaciones involucradas en las tareas”³ (p.563-564).

1. Con respecto a los *dominios del mundo real*, se presentan tareas relacionadas con:

- el cálculo del consumo de agua diario, ilustradas con fotografías reales de situaciones que representan el consumo de agua (tina de baño, ducha, inodoro, lavadora...) con información del consumo para cada caso;
- el cálculo del costo de un viaje de los estudiantes del salón de clase. Ilustrados con diferentes registros de representación de datos: dibujo de un mapa (representación de un mapa real), un folleto, una tabla de precios y textos;

³ Texto original en inglés: real world domains, the mathematics world domains, and the representations involved in the tasks.

- la escuela, el aula, los animales domésticos, las situaciones comerciales, autobús escolar, los cumpleaños y el calendario para el grado primero,
- el desarrollo de insectos, el crecimiento de los artrópodos y moluscos, el agua en el vapor, evaporación, el sistema digestivo, la rotación de la Tierra, la digestión de los nutrientes, atracción de la tierra: la verticalidad,
- el precio de la carne es proporcional a su peso, el precio de un tejido es proporcional a su longitud.

2. Algunos ejemplos relacionados con los *dominios del mundo matemático* involucran:

- la resolución de problemas, adición, sustracción, multiplicación, división, la proporcionalidad,
- tablas, diagramas, gráficos,
- geometría, medición,
- estrategias para la búsqueda de razonamiento,
- deducción, tratamiento de la información,
- la argumentación.

Es de tener en cuenta que, en la práctica docente, los momentos del estudio matemático y los momentos del estudio del mundo real, en el que se trabaja la tarea de modelación, definirán las funciones didácticas de la tarea de modelación, lo que provoca una doble transposición didáctica (véase Cabassut, 2009) por la articulación de los dos tipos de momentos, cuando los estudiantes tienen que cambiar del mundo matemático al mundo real y viceversa (Cabassut y Wagner, 2011).

3. Para ilustrar las tareas matemáticas en los libros de texto se utilizan muchas *representaciones* diferentes:

- representaciones realistas como fotografías, retratos y facturas.
- Representaciones lingüísticas como textos descriptivos

Es de considerar que, en la práctica docente, los momentos del estudio matemático y los momentos del estudio del mundo real, en el que se trabaja la tarea de modelación, definirán las funciones didácticas de la tarea de modelación, lo que provoca una doble transposición didáctica (véase Cabassut, 2009) por la articulación de los dos tipos de momentos, cuando los estudiantes tienen que cambiar del mundo matemático al mundo real y viceversa (Cabassut y Wagner, 2011).

4. Para ilustrar las tareas matemáticas en los libros de texto se utilizan muchas *representaciones* diferentes:

- representaciones realistas como fotografías, retratos y facturas.
- Representaciones lingüísticas como textos descriptivos

La articulación, entre los tres elementos anteriores, es la que hace considerar la modelación como un conocimiento implícito, puesto que, según Cabassut y Wagner (2011) ésta no es un tema de estudio explícito en los libros de texto de primaria de Alemania y Francia. La enseñanza matemática en este nivel se da una del mundo real en el aula y la otra del mundo matemático en el aula (Cabassut, 2009), lo que genera una doble transposición didáctica, como anteriormente fue descrita.

El estudio de esta investigación (Modelling at Primary School Through a French-German Comparison of Curricula and Textbooks) se fundamentó en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) para analizar esa doble transposición que se presenta en la modelación en básica primaria.

Las consideraciones antes mencionadas favorecen el estudio que se adelantó en el presente trabajo de investigación, alimentan la forma en que se analizan los problemas (del conocimiento de la realidad, de las matemáticas mismas y sus representaciones) que tiene que ver con los procesos de modelación.

Stillman et al. (2013) realizaron una investigación sobre el rol de los libros de texto en el desarrollo de la perspectiva socio-crítica. Los autores señalan que, según Kaiser, Lederich, & Rau (2010) “desde una perspectiva socio-crítica el objetivo pedagógico es una comprensión crítica del mundo circundante y de los modelos y el proceso de modelación”⁴ (p. 362).

Al analizar los libros de texto seleccionados (de Australia) encontraron que para mejorar la comprensión del mundo, algunos utilizan contextos de fenómenos físicos relacionados con la edad de los gatos, el crecimiento de las hierbas, los cultivos, las bacterias, la calidad de los alimentos congelados, la velocidad del viento en ciclones, propagación de enfermedades, el deterioro de los niveles de fármacos en la sangre y la duración de la luz del día; contextos del entorno construido que incluyen el diseño de un estanque de peces, el volumen de agua en una presa, reductores de velocidad y norias. Así mismo, se utilizan contextos de fenómenos sociales (mercado comunitario, cambio de divisas, juegos de azar en las carreras de caballos, juegos de cartas y en el casino) como contextos para tareas a largo plazo, concluyen que para los estudiantes que no se han iniciado en la modelación, este tipo de tareas podrían ampliar la comprensión de la cultura y vida australiana, así como el desarrollo de una actitud crítica hacia el mundo y el contexto cotidiano de los estudiantes.

⁴ Afirmación original en inglés: “In a socio-critical perspective the pedagogical goal is a “critical understanding of the surrounding world and of the models and the modelling process”.

Estos aspectos contribuyen al reconocimiento de las tareas, con relación al mundo real y su conexión con la modelación, que se analizan en los libros de texto del grado quinto de Escuela Nueva en Colombia.

Todo lo anterior, muestra que los libros de texto han sido una preocupación de diferentes autores en la literatura nacional e internacional, en la que se les reconoce como una herramienta importante para la enseñanza, fuente de consulta para docentes y estudiantes, mediadores del conocimiento e instrumento didáctico para los docentes, que puede ofrecer elementos y tareas que conlleven a la comprensión del mundo desde el reconocimiento de la matemática como parte del diario vivir, de la cultura y el contexto en el que se vive o que vive el estudiante.

1.2. Formulación del Problema

¿De qué maneras las tareas de modelación de los libros de texto de matemática del grado quinto de Escuela Nueva en Colombia incorporan situaciones propias de la cultura y del contexto donde se desenvuelven los estudiantes?

1.3. Sistematización del problema (Preguntas Orientadoras).

¿Qué tipos de tareas de modelación matemática se plantean en los libros de texto de Escuela Nueva?

- ¿Cuál es el uso de los contextos en las tareas de modelación matemática de los libros de texto de Escuela Nueva?

- ¿Cuáles son las relaciones entre las actividades que se proponen en los libros de texto de Escuela Nueva en Colombia y la perspectiva sociocrítica de la modelación?

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo general.

Determinar las maneras en que las tareas de modelación de los libros de texto de matemática del grado quinto de Escuela Nueva en Colombia incorporan situaciones propias de la cultura y del contexto rural.

1.4.2. Objetivos específicos.

- Extrapolar⁵ las tareas de modelación matemática que se plantean en los libros de texto del grado quinto de Escuela Nueva en Colombia.
- Analizar el uso de los contextos en las tareas de modelación matemática de los libros de texto del grado quinto de Escuela Nueva.
- Establecer las relaciones entre las actividades que se proponen en los libros de texto de matemáticas del grado quinto de Escuela Nueva en Colombia con respecto a la perspectiva sociocrítica de la modelación.

⁵ Aplicar una cosa conocida a otro dominio para extraer consecuencias e hipótesis. Para la presente investigación, se refiere a contrastar las tareas de las guías de Escuela Nueva con conceptos teóricos.

1.5. Justificación

Los libros de texto, “por encima de la normatividad institucional, son una herramienta importante en el sistema educativo, los cuales no han perdido su vigencia a pesar de los avances tecnológicos en el mundo moderno” (Giraldo & Quesada, 2008, p.19). En el campo de la educación, especialmente, en la Escuela Nueva en Colombia, los libros de texto, para este caso las guías propuestas por el MEN, constituyen una ayuda valiosa para el trabajo diario del profesor en el aula de clase unitaria o multigrado y, por ende, para el proceso de aprendizaje autónomo de los estudiantes.

Para Maz (2005) “en toda sociedad es primordial la transmisión de su cultura; y han sido los libros textos uno de los principales instrumentos que han colectivizado la cultura y contribuido a la difusión de los conocimientos” (p. 27). Para la metodología Escuela Nueva, los libros de texto de matemáticas propuestos por el MEN pueden contribuir a la construcción de los conocimientos a través de tareas que involucren contextos sociales, culturales y políticos, y a partir de ellas puede lograrse la comprensión de la realidad circundante.

Las tareas que podrían contribuir a la comprensión de las relaciones entre las matemáticas y la vida cotidiana son las afines con la modelación (MEN, 2006). La modelación influye en los procesos de matematización para la creación de modelos que describen situaciones de la cotidianidad y en la toma de decisiones ante un determinado problema. “Los modelos que hacen los estudiantes se pueden referir a una situación modelo, a un esquema, a una descripción o a una forma de simbolizar” (MEN, 1998, p.80).

En la literatura internacional se ha venido profundizando en investigaciones relacionadas con la modelación. Publicaciones en series como *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* y revistas como The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA), entre otras revistas científicas y eventos como The International Congress on Mathematical Education (ICME) evidencian un creciente interés por la modelación. En el ámbito nacional, los integrantes de la Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática (RECOMEM) están incentivando la investigación en procesos de enseñanza aprendizaje para que los estudiantes se enfrenten a situaciones de su contexto.

La modelación es considerada como una forma de interrelacionar la matemática con la realidad (MEN, 1998; Bassanezi, 2002, Blomhøj, 2004), aunque también se ha contemplado como una herramienta para situarse de manera crítica frente al mundo (Skovsmose, 1999; Barbosa, 2003; Araújo, 2009; Da Silva & Kato, 2012; Da Silva, Kato, & Cabral, 2012). Esta forma de relacionar la matemática con la realidad puede motivar a los estudiantes a trabajar con la misma y desarrollar conceptos, ideas, reflexiones y participación de manera crítica en su contexto social.

El uso de la modelación a partir de experiencias sociales (English, 2002) puede conllevar a la motivación por el aprendizaje de las matemáticas y a la reflexión crítica de las situaciones sociales a partir del reconocimiento de la cultura. Por su parte Villa-Ochoa (2013) considera que la modelación puede contribuir no solo al aprendizaje de la matemática sino al reconocimiento y actuación en el contexto cultural. En ese sentido, el uso de la modelación en la sociedad puede conllevar a la motivación por el aprendizaje de las matemáticas y a la reflexión crítica de las situaciones sociales a partir del reconocimiento de

la cultura. En esta investigación la cultura se sitúa desde dos enfoques según Hodge y Cobb (2016): i) como un conjunto de prácticas híbridas particulares que benefician el aprendizaje individual. Es decir lo que pasa al interior del aula, una cultura organizacional y ii) como una red de prácticas que surgen de la cotidianidad dentro de una comunidad que se transmite de generación en generación. En el ámbito educativo la comunidad es a la que pertenece la institución.

Como se ha expuesto, la modelación no solo puede ser útil para el aprendizaje matemático. También, puede llevar situaciones del mundo real o del contexto cotidiano al aula de clase. Lo que daría significado al uso de la matemática en la realidad.

Por otro lado, la modelación puede fortalecer aspectos como la participación crítica y democrática, la toma de decisiones, el trabajo en grupo, la argumentación, procesos de investigación y de acción comunitaria a través de proyectos, aspectos que considera la modelación desde la perspectiva sociocrítica. Diferentes autores (Barbosa, 2001, 2003; Araújo, 2009, 2012; Da Silva & Kato, 2012; Orey & Rosa, 2007) consideran la modelación desde la perspectiva sociocrítica como fundamental en el desarrollo de habilidades para actuar de manera reflexiva y consciente en la sociedad. La perspectiva sociocrítica hace especial énfasis en el pensamiento crítico teniendo en cuenta la relación de las matemáticas con la sociedad, de los modelos matemáticos y de la función de la modelación en el contexto cultural (Kaiser y Sriraman, 2006).

La modelación también se ha visto como un poderoso impulsor del significado y la comprensión matemática (Bahmaei, 2011) que permite el desarrollo de habilidades para hacer uso de éstas en contextos extraescolares. La modelación, en sus diversas formas, puede desarrollar y ampliar matemática y científicamente el pensamiento de los estudiantes más

allá del plan de estudios (English, 2013), puede contribuir al desarrollo de conceptos y al mejoramiento del gusto y rendimiento académico de los estudiantes en la matemática (English & Watters, 2005). Es así que, en cualquier nivel educativo es importante la modelación. Por ello es necesario tenerla en cuenta desde preescolar o primaria.

De acuerdo a Blum et. all (2007), enseñar matemáticas en la primaria es enseñar a los estudiantes a ser capaces de utilizar las matemáticas en contextos y situaciones extraescolares, lo que implicaría la enseñanza de las aplicaciones y modelación. Otro aspecto por el cual es importante la enseñanza de este proceso (la modelación), en este nivel educativo, es que ayuda a motivar a los estudiantes a aprender conceptos, métodos, técnicas, terminología y sería una clara referencia del uso de la matemática en situaciones y contextos extramatemáticos.

Autores como English y Watters (2005), Biembengut (2007), Cabassut (2009, 2011), Dindyal (2010), English (2002, 2013), Bahmaei (2011), Ruíz-Higueras, García y Lendínez (2013), Parra (2015) han puesto especial interés en la modelación en los primeros grados escolares, puesto que las interacciones de los estudiantes con situaciones del contexto social y el trabajo por proyectos pueden contribuir al desarrollo de habilidades en la planeación y verificación de modelos, la argumentación y justificación de soluciones a los problemas, la participación activa, democrática y espontánea, la ampliación de su vocabulario y la actuación crítica en la sociedad.

En el ámbito internacional, investigaciones en el nivel de escolaridad de preescolar y primaria han demostrado que los estudiantes pueden elaborar modelos a partir de la observación, vivencias, interacciones, planificación, verificación y ajustes. Algunos ejemplos se encuentran en English (2013) con tareas relacionadas con el reciclaje y la

construcción de puentes en maquetas; Biembengut (2007) con el crecimiento de las plantas; Ruíz-Higueras, García y Lendínez, (2013) con fabricación de bolsas para empaquetar regalos, construcción de planos, dibujos de recorridos y elaboración de mapas de tesoros escondidos para el reconocimiento espacial y geométrico en educación infantil.

En Colombia, se destaca la investigación de Parra (2015) con estudiantes de primaria para determinar sus formas de participación en ambientes de modelación en la perspectiva sociocrítica. Los contextos trabajados fueron el *diseño de una guía del consumidor*, el *cálculo del índice de masa corporal* y un *proyecto de modelación* propuesto por los estudiantes a partir de una situación de su entorno.

De acuerdo a Bahmaei (2011), los estudiantes que participan en actividades de modelación mejoran sus percepciones sobre la matemática, se identifican como pensadores matemáticos con la capacidad para generar conocimientos y participar en procesos matemáticos. Es evidente que, “el trabajo con la modelación a temprana edad, puede darse de manera natural y potencia la creatividad e imaginación que tienen los estudiantes, y que, a partir de ella, es posible generar interés en las diferentes actividades por las matemáticas” (Parra, 2015, p.29).

La investigación en modelación, también se ha llevado al análisis de libros de textos. Por ejemplo, Cabassut y Wagner (2011) confrontaron las lecciones y tareas de los libros de texto de matemáticas con el contexto. Estudio realizado con libros de escuela primaria de Francia y Alemania. En ellos buscaron las relaciones entre aspectos del mundo real con dominios matemáticos y sus representaciones. De igual manera, Stillman et. all (2013) analizaron el rol de los libros de texto en el desarrollo de la perspectiva sociocrítica.

La modelación puede ser trabajada desde ambientes propuestos por los docentes o puede estar incluida en los libros de texto o cartillas de matemática para mejorar la comprensión de los estudiantes en aspectos de la realidad.

Esta investigación, enmarcada en la maestría en Educación con énfasis en Didáctica de la matemática, genera un documento que puede servir de insumo a las Escuelas Normales y a las instituciones de formación docente en básica primaria. En el documento se tratan aspectos importantes de la modelación matemática en la escuela primaria, a partir de los “Word problems” o problemas de palabras, las actividades de modelación desde la perspectiva sociocrítica y las tareas de modelación que pueden estar inmersas en las cartillas para Escuela Nueva.

En este documento se hace un llamado al MEN para que tenga en cuenta en una reformulación de las guías de Escuela Nueva aspectos de la modelación desde la perspectiva sociocrítica como herramienta para el reconocimiento de los contextos y cultura de los estudiantes de la zona rural.

Asimismo, se proponen algunas preguntas problematizadoras para futuras investigaciones, relacionadas con el reconocimiento de la cultura y de la modelación, el uso de los libros de texto por parte de los docentes y las formas de crear tareas de modelación.

1.6. Variables y dimensiones

El análisis de la información, para esta investigación, se entiende como un proceso, en el cual las tareas, propuestas en los libros de texto de Escuela Nueva en Colombia, se interpretan a través de elementos teóricos de modelación para primaria como los “Word problems” (problemas de palabras) y las características de las actividades de la modelación desde la perspectiva sociocrítica.

Cada una de las tareas se analiza de tal forma que puedan identificarse elementos que tengan relación con los problemas de palabras según Dindyal (2010) y las características de la modelación desde la perspectiva sociocrítica, según Da Silva y Kato (2012).

La **Tabla 1** representa las categorías o constructos que se analizan en las cartillas del grado quinto de Escuela Nueva, así como la forma en que se procede para lograr los objetivos propuestos.

Tabla 1. *Constructos y operación de constructos*

Objetivo general		
Establecer las maneras en que las tareas de modelación de los libros de texto de matemática del grado quinto de Escuela Nueva en Colombia incorporan situaciones propias de la cultura y del contexto rural.		
Objetivos específicos	Constructos	Análisis
Extrapolar las tareas de modelación que se plantean en los libros de texto del grado quinto de Escuela Nueva en Colombia.	Tareas de modelación, que se encuentran en los textos, según su estructura de acuerdo a Dindyal (2010).	Se extrapola la teoría de los tipos de problemas de palabras propuestos por Dindyal (2010) y se analiza aquellas tareas que no se encuentran dentro de la teoría para proponer una nueva teoría o ampliación de la misma y algunas tareas propias de modelación.
Analizar el uso de los contextos en las tareas de modelación de los libros de texto del grado quinto de Escuela Nueva.	<i>Contextos</i> reales, simulados y evocados. <i>Fenómenos contextuales</i> naturales, sociales y artificiales.	Se analiza cómo los contextos presentes en las tareas relacionan la matemática con la cultura y el contexto propios de la zona rural donde se utiliza la metodología Escuela Nueva.
Establecer las relaciones entre las actividades que se proponen en los libros de texto de matemáticas del grado quinto de Escuela Nueva en Colombia con respecto a la perspectiva sociocrítica de la modelación.	Características de las actividades de acuerdo a la propuesta de Da Silva y Kato (2012).	Se determina la relación de las actividades que se proponen en los libros de texto para construir meta texto del corpus y ampliar la comprensión de las mismas con respecto a los supuestos teóricos de Da Silva y Kato (2012) de la perspectiva sociocrítica.

Fuente: Producción propia.

1.7. Población y muestra

Para Escuela Nueva, el MEN ha creado 11 cartillas de matemáticas: 2 para el grado primero, 2 para segundo, 2 para tercero, 2 para cuarto y 3 para el grado quinto. Así mismo, propuso dos manuales de implementación (Tomo I: Transición y grado primero y Tomo II: de segundo a quinto de primaria) que contienen orientaciones pedagógicas, especialmente en el tomo I, para las cuatro áreas básicas entre las cuales se encuentra las matemáticas. Las orientaciones dirigidas a los docentes contienen fundamentos conceptuales y didácticos, uso de materiales didácticos para el área y descripción del contenido de las cartillas de matemática y secuencia de conceptos.

Del universo de 11 cartillas, para la presente investigación, se tomó un muestreo no probabilístico por censo, teniendo en cuenta que los tres (3) textos del grado quinto son más amplios en contenidos y cantidad de guías en comparación con las cartillas de cada uno de los demás grados. Por otra parte, una vez iniciado el estudio se determinó que la modelación aparece inmersa en los textos seleccionados a través de los problemas de palabras o enunciados verbales que, en el nivel de primaria, según algunos autores, (Galbraith & Stillman, 2001; English & Watters, 2005; Dindyal, 2010; Bahmaei, 2011) constituyen la interacción entre la matemática y la realidad. Asimismo, con mayor cantidad de tareas y actividades se enriqueció el proceso de análisis propuesto en los objetivos.

2. Marco referencial

2.1. Marco contextual

Colombia es un país de gran riqueza cultural, pluralidad de identidades, de expresiones étnicas y lingüísticas reconocida en la Constitución Política 1991. El reconocimiento de los diversos grupos poblacionales de Colombia salvaguarda y protege el patrimonio cultural material e inmaterial, las expresiones culturales, saberes, valores interculturales, respeto por la diferencia y la convivencia pacífica. La dimensión cultural colombiana cobija tanto la zona urbana como la rural, aunque se evidencia en mayor proporción en la zona urbana.

La multiculturalidad colombiana precisa que la diversidad de grupos humanos determine un territorio de espacios geoculturales (Mendoza, A., 2000). Los espacios geoculturales son espacios de territorio que ocupan un grupo de habitantes con determinadas costumbres, identidades y valores. Según Mendoza (2000), en Colombia se han identificado once grupos culturales: guajiros, costeños, santandereanos, afrocolombianos, antioqueños, cundiboyacenses, llaneros, tolima-huilenses, caucanos, nariñenses e indígenas con características culturales comunes, distribuidos en todo el territorio colombiano por departamento o grupos de departamentos.

2.1.1. Dimensión cultural en Colombia

Los grupos étnicos y sociales contribuyen al desarrollo cultural del país. El censo poblacional del DANE realizado en 1091 municipios en el año 2005, demuestra que la diversidad cultural colombiana se refleja con la presencia de comunidades étnicas (ver **Figura 1**), especialmente indígenas y afrodescendientes, en un 46,6% de los municipios del país (Ministerio de cultura-Colombia, 2013).

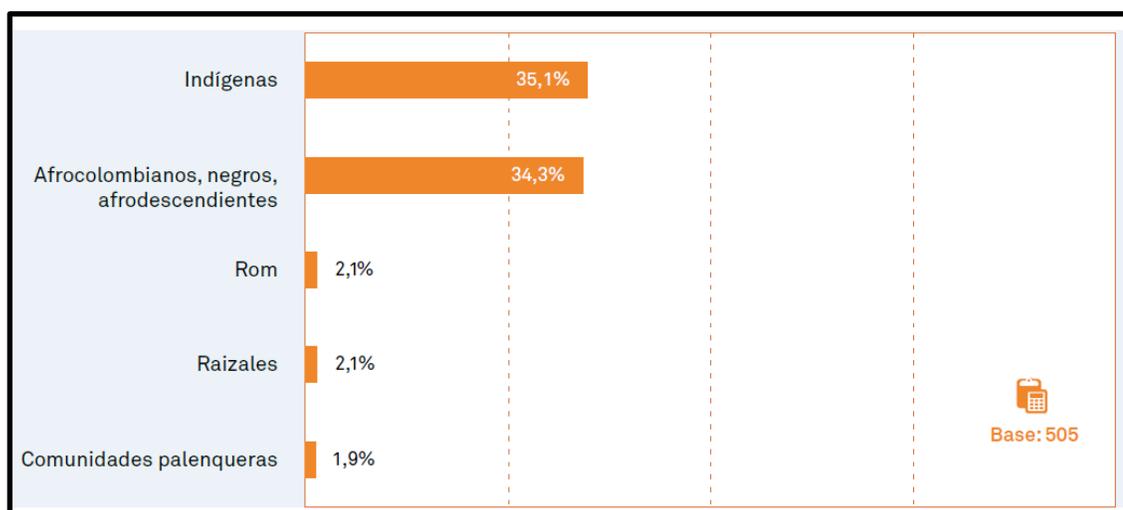


Figura 1. Porcentaje de municipios con presencia de grupos étnicos por tipo.

Fuente: Encuesta de diagnóstico cultural, Ministerio de la cultura, 2013

Colombia tiene una población heterogénea en muchos sentidos; los grupos culturales y sociales coexisten con dialectos, religiones, costumbres, tradiciones y múltiples formas de entender la vida. Las comunidades étnicas y los grupos sociales (campesinos, personas en situación de desplazamiento y en condición de discapacidad, jóvenes, adultos mayores y personas de la comunidad LGBTI aportan a la diversidad cultural y al pluralismo cultural. Por ello, la aceptación de las diferencias y la diversidad es signo de tolerancia y convivencia pacífica.

La actual Constitución Política de Colombia promueve el respeto por las diferencias, respalda la diversidad y el mantenimiento de las identidades culturales, religiosas, políticas y sociales, así como el patrimonio cultural material e inmaterial.

El patrimonio cultural inmaterial se manifiesta en “las prácticas culturales cotidianas de las personas especialmente en aquellas comunitarias y festivas, como es el caso de las fiestas religiosas, las patronales y los actos festivos y lúdicos” (Ministerio de Cultura-Colombia, 2013, p. 109).

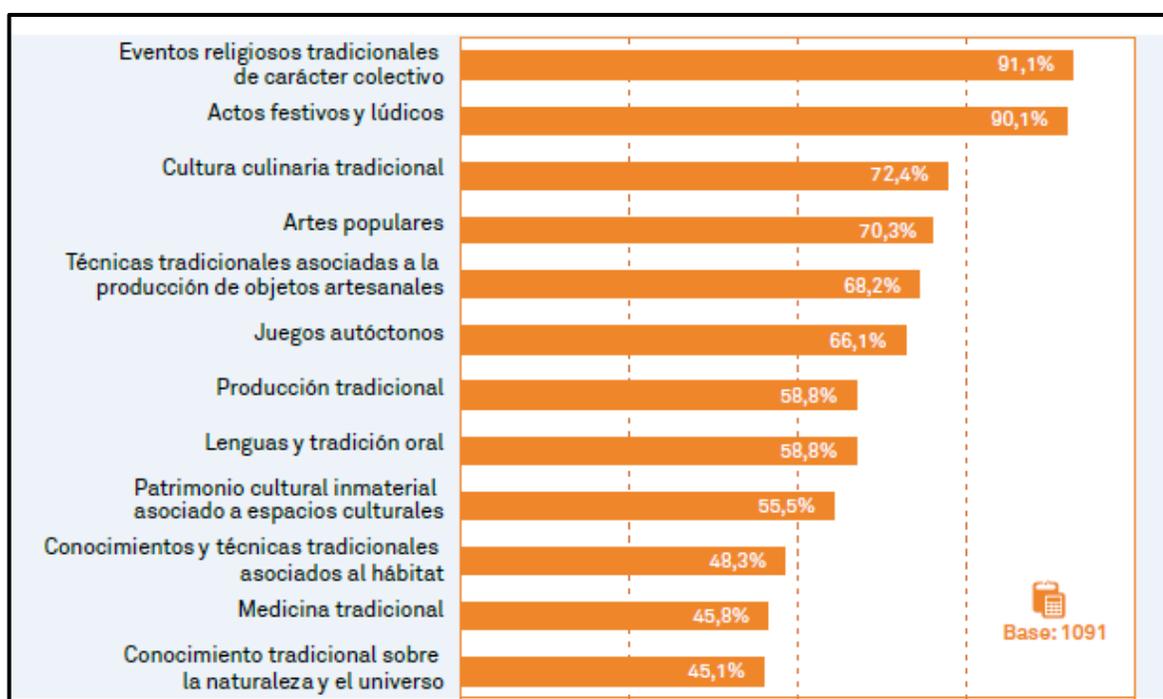


Figura 2. Porcentaje de municipios según manifestaciones del patrimonio cultural inmaterial.

Fuente: Encuesta de diagnóstico cultural, 2013.

Como se muestra en la **Figura 2**, la diversidad cultural colombiana se expresa en la existencia de diferentes tipos de fiestas, de procesos productivos, de comidas tradicionales, de técnicas artesanales tradicionales, artes populares, prácticas comunitarias en medicina y formas de comunicarse.

El patrimonio cultural material se relaciona con los bienes muebles e inmuebles. El patrimonio tangible mueble (Ver **Figura 3**) corresponde a los bienes patrimoniales y tiene un reconocimiento en un 75,6 % de los municipios del país (Ministerio de Cultura-Colombia, 2013).

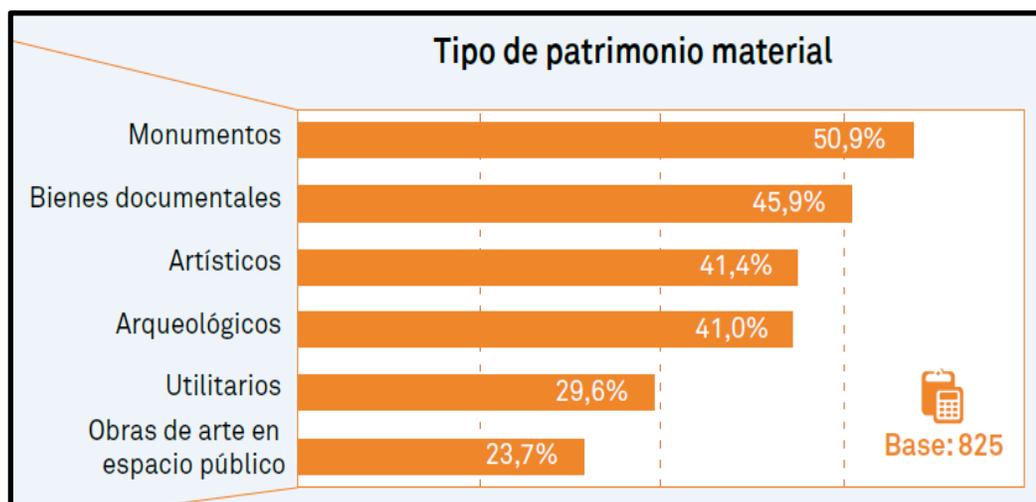


Figura 3. Porcentaje de municipios según existencia de patrimonio cultural material mueble.

Fuente: Encuesta de diagnóstico cultural, Ministerio de la cultura, 2013

El patrimonio tangible inmueble se relaciona con lugares, edificaciones, construcciones arquitectónicas, sitios históricos, arqueológicos, artísticos o científicos. Según el Ministerio de Cultura de Colombia (2013), un 82.7% de los municipios reconoce la existencia del patrimonio cultural inmueble.

2.1.2. Demografía de la población rural.

Hacia mediados del siglo XX, la población rural⁶ colombiana concentraba cerca de la mitad de la población total de Colombia, pero en las últimas décadas hubo un rápido

⁶ En los censos se considera como población rural aquella que vive fuera de las cabeceras de los municipios y se le conoce como resto.

crecimiento de la población urbana. Según Perfetti (2004), “el crecimiento de la población se estimó en once millones de habitantes en zonas urbanas y un millón en zonas rurales” (p.166). La dinámica de crecimiento urbano y la migración de la población campesina hacia las ciudades fue “originada entre otros factores por el ajuste del sector agropecuario, el crecimiento de la pobreza en zonas rurales, la intensificación del conflicto armado y el desplazamiento forzoso de la población en estas regiones” (p. 169).

A pesar de los factores que han influido en el crecimiento de la población urbana, Colombia es uno de los países latinoamericanos que en el siglo XXI cuenta con un alto porcentaje de población rural. Según el último censo realizado por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) en el año 2005, la población rural representaba aproximadamente el 25% de la población total del país, cerca de 10.9 millones de personas residentes en zonas rurales, de los cuales 52% son hombres y 48% son mujeres. Según Pérez C. y Pérez M. (2002):

La población rural en Colombia está conformada por los campesinos pobres, los pequeños, medianos y algunos grandes propietarios. También son pobladores rurales los pescadores, los artesanos y quienes se dedican a las actividades de la minería. Asimismo, los indígenas y gran parte de los miembros de las comunidades negras conforman la población rural. (p. 37)

Los datos sobre el número de personas en la zona rural y de los niveles de crecimiento que se han registrado en los censos realizados entre 1985 y 2005, muestran que si bien la población rural ha disminuido en términos porcentuales del 36% en 1985 al 25 % en 2005, el número de habitantes en las áreas rurales ha aumentado de 6.009.699 a 10.999.700 en

2005, es decir, su población ha crecido 5/6, casi el doble, en 67 años. Para el año 2015, según proyección del DANE, los habitantes de rurales ascienden a 11.356.470, aproximadamente. Mientras que para el 2020, la población rural será el 22.9% de la población total, es decir 11.670.000 habitantes aproximadamente (**Tabla 2**). A pesar de los factores, especialmente la violencia, que han obligado a la población rural a migrar hacia las cabeceras municipales⁷, la tendencia muestra cómo la población rural ha aumentado, aunque entre el año 1993 y el 2005 disminuyó en proporción mínima, entre 1% y 2%.

Tabla 2. Colombia. Población según zona 1938-2020

Años de censo	% en área rural	# en área rural	% en área urbana	# en área urbana	Total
1938 *	69.1*	6.009.699*	30.9	2.687.405	8.697.104
1951 *	57.4*	7.079.735*	42.6	5.254.298	12.334.033
1964 *	48.0*	8.391.414*	52.0	9.090.698	17.482.113
1973 *	40.7*	9.313.937*	59.3	13.570.429	22.884.366
1985 **	33.5	10.304.543	66.5	20.497.678	30.802.221
1993 **	30.7	11.120.730	69.3	25.086.378	36.207.108
2003***	26.2	10.969.903	73.8	30.879.056	41.848.959
2005 **	25.6	10.999.293	74.4	31.889.299	42.888.592
2015***	23.5	11.356.470	76.5	36.846.935	48.203.405
2020***	22.9	11.670.602	77.1	39.241.145	50.911.747

Fuentes: *Censo Nacional de población (1938-1973) en Pérez C. y Pérez M. (2002, p. 37). **Censo Nacional DANE. ***Proyecciones DANE.

2.1.3. Actividad económica.

La mayoría de los pobladores de las zonas rurales han dependido económicamente de la agricultura. Sin embargo, en los noventa, con la apertura económica, se redujo el empleo agrícola.

⁷ En los censos, cabeceras municipales se refiere a la zona urbana.

De igual manera, la economía cafetera se redujo por factores como la baja cotización internacional y problemas climáticos. “Esta caída en la participación del sector agropecuario se explica en gran medida por la disminución del área destinada a la agricultura, el empleo rural y los ingresos de los trabajadores rurales” (Perfetti, 2004, p.171).

Durante los primeros años de los noventa, los ingresos de la población rural disminuyeron en un 15%, mientras en el sector urbano aumentaron en un 11% (Lora y Herrera 1994, referidos por Perfetti, 2004). El ingreso rural fue disminuyendo y para el año 2000 un trabajador rural recibía 25% menos que en 1994.

A partir del año 2006, el desempleo rural ha fluctuado, y como muestra la **Figura 4**, la tasa de desempleo en los centros poblados y rural disperso en el trimestre abril – junio 2015 fue 5,0 %.

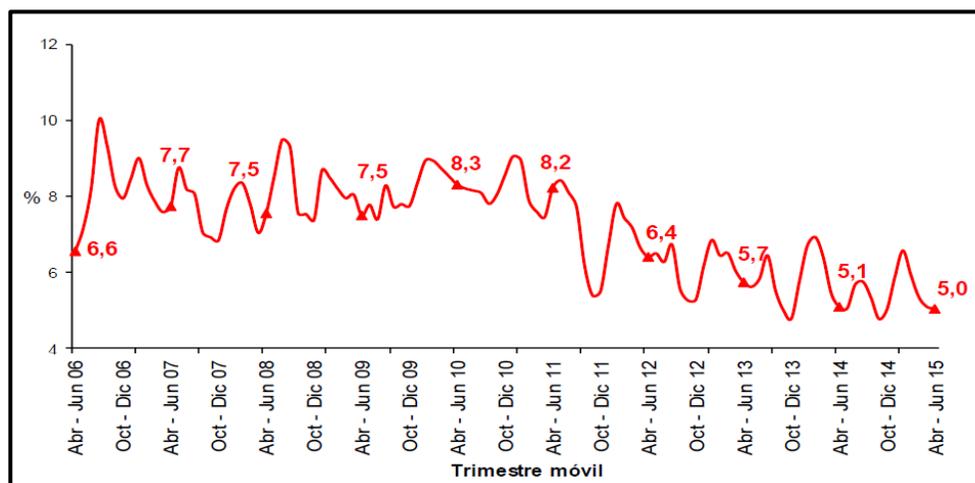


Figura 4: Tasa de desempleo 2006 – 2015 (Abril – Junio).

Fuente: DANE (2015). Gran encuesta integrada de hogares.

La disminución del empleo rural y la baja adquisición monetaria de los trabajadores agrícolas, en la década de los noventa, influyó en el crecimiento de la pobreza en esta zona del país. Según Perfetti (2004) hubo un crecimiento continuo del nivel de pobreza rural del 83% finalizando la década (Ver **Figura 5**).

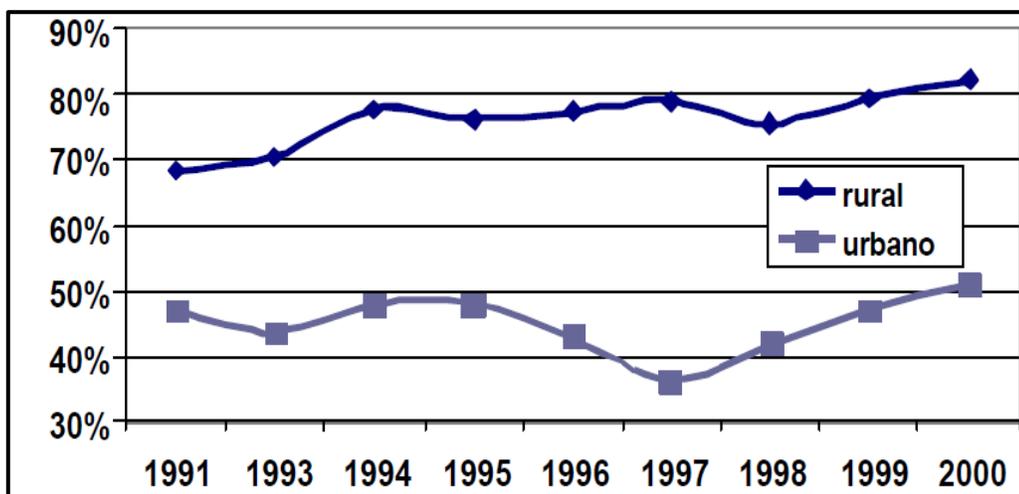


Figura 5. Colombia. Población en condición de pobreza según zona. 1991-2000.
Fuente: DANE EN Perfetti (2004, p.172)

El censo de población de 2005 del DANE informó que en Colombia el 68,2 de la población rural vive en la pobreza, o sea, 7'031.922 habitantes de dicha zona. En el 2012, el porcentaje de pobreza en la zona rural colombiana es del 46.8% (DANE, 2013), aproximadamente 11.204.685 personas. La pobreza rural se manifiesta principalmente en la falta de acceso a servicios de salud, seguridad social, servicios públicos eficientes y educación.

2.1.4. La educación para la población rural en Colombia.

Según el DANE, en el año 2013 la población estudiantil para la zona rural en primaria representaba un 30% de la población escolar total, mientras que en la zona urbana era de un 70% aproximadamente. Como se evidencia en la **Tabla 3** la cantidad de estudiantes para primaria ha venido disminuyendo para las dos zonas.

Tabla 3. *Número de estudiantes primaria según zona (2009-2013)*

ZONA/AÑO	2009	2010	2011	2012	2013
RURAL	1.531.096	1.486.578	1.462.208	1.393.190	1.362.709
URBANA	3.312.246	3.239.256	3.212.303	3.163.088	3.144.560

Fuente: DANE: Históricos: Boletines de prensa y anexos.

Durante las décadas de los setenta y los ochenta, la educación rural en Colombia se caracterizó por “la centralización política y administrativa, la ampliación de cobertura en primaria y el inicio de experiencias piloto como las Concentraciones de Desarrollo Rural, la Escuela Nueva y educación de adultos” (Perfetti, 2004, p. 179). Para la década de los noventa, se fortalece el Programa Escuela Nueva y los servicios educativos para el sector rural, atendiendo a los planes de desarrollo que tenían el propósito de la expansión de la educación básica, con criterios de calidad y equidad.

Dentro de las modalidades de educación colombiana para la población se promueve un servicio de educación campesina y rural formal, no formal e informal que comprende la formación técnica en actividades agrícolas, pecuarias, pesqueras, forestales y agroindustriales que contribuyan a mejorar las condiciones humanas, de trabajo y la calidad de vida de los campesinos. De igual manera, en 1996 mediante el Contrato Social Rural se promovió el Proyecto de Educación para el Sector Rural-PER, con unos modelos educativos establecidos (ver **Figura 6**)

Nivel	Modelo	Tipo	Grados	Descripción general	
BÁSICA PRIMARIA	Escuela Nueva	MODELOS ESCOLARIZADOS REGULARES	1 a 5	Basado en el aprendizaje activo, la promoción flexible, la relación escuela-comunidad, el aprendizaje cooperativo centrado en el alumno, así como estrategias curriculares, comunitarias, de capacitación, seguimiento y evaluación.	
	Aceleración del Aprendizaje		2 o 3 últimos grados de primaria	Concibe al estudiante como el centro del proceso educativo, a partir de su capacidad para aprender, progresar y mejorar su autoestima. Desarrolla competencias básicas, afianza la capacidad de trabajo individual y colectivo, enfatiza en la importancia de la lectura y evalúa periódicamente a los estudiantes.	
BÁSICA SECUNDARIA	Telesecundaria		6 a 9	Modelo escolarizado que ofrece la básica secundaria en el campo a partir de redes de escuelas primarias. Es una propuesta educativa activa, que integra estrategias de aprendizaje centradas en el uso de la televisión educativa y en módulos de aprendizaje en el aula.	
	Postprimaria		6 a 9	Este modelo permite que varias escuelas vecinas formen una red y ofrezcan en una de ellas el ciclo de educación básica secundaria. El plan de estudios y los materiales pedagógicos inducen a combinar el trabajo académico con el desarrollo de competencias productivas, a través un Proyecto Institucional Educativo Rural.	
BÁSICA Y MEDIA	Sistema de Aprendizaje Tutorial		MODELOS DESESCOLARIZADOS	Secundaria y Media en tres ciclos	El modelo fue diseñado hace más de dos décadas y difundido en varias regiones del país con características metodológicas y administrativas diversas. Existe libertad para la elaboración de planes de estudio, pero bajo parámetros comunes donde prima el desarrollo de competencias y destrezas en el contexto rural.
	Servicio de Educación Rural –SER			6 ciclos, equivalentes a primaria, secundaria y media	Modelo semipresencial que define líneas de formación y núcleos temáticos partiendo de la realidad y de las potencialidades existentes en cada comunidad. Articula actividades de autoaprendizaje, desarrollo de proyectos comunitarios, productivos, culturales, lúdicos y artísticos, el trabajo en equipo y la autogestión educativa.
	CAFAM	5 etapas, equivalentes a primaria, secundaria y media		CAFAM es el único modelo que no ofrece directamente el grado de bachiller, sino la preparación adecuada para que el alumno valide sus estudios. La metodología es abierta, flexible y centrada en el autoaprendizaje	

Figura 6. Modelos educativos que promueve el PER.

Fuente: Perfetti (2004, p.192)

Algunos de estos modelos, se han catalogado como experiencias significativas para la educación del sector rural de Colombia e incluso han sido reconocidos como exitosos en el contexto de la educación mundial. En el caso de la Escuela Nueva, en Colombia surgió hace aproximadamente 40 años y “existen cerca de 25 313 establecimientos educativos que implementan este método” (MEN, 2010a, p. 5).

Escuela Nueva surge a partir de la experiencia de la escuela unitaria, en el municipio de Pamplona del departamento⁸ de Norte de Santander Colombia, en 1961, y se constituye la primera escuela unitaria de carácter demostrativo. En 1967, el MEN promueve su expansión por todo el país y en el año 1976, se consolida como Escuela Nueva (Perfetti, 2004; MEN, 2010a), una alternativa de mejoramiento y de expansión del Programa Escuela Unitaria implementándose en más de 500 escuelas rurales de los departamentos de Norte de Santander, Cundinamarca y Boyacá. En el año 1990, mediante Decreto 1490 se adopta la metodología Escuela Nueva como estrategia prioritaria para la atención de la educación básica primaria en zonas rurales (veredas, caseríos, corregimientos, inspecciones de policía y población dispersa) de Colombia.

El modelo de Escuela Nueva, en aquel entonces denominado Programa Escuela Nueva, produjo significativos cambios en la educación rural; especialmente, una nueva metodología participativa de trabajo entre alumnos y docentes, la utilización de guías de aprendizaje, cambios en las estrategias de capacitación de los docentes y directivos docentes, asistencia técnica y dotación de bibliotecas a las escuelas (MEN, 2010a, p.7)

Uno de los cambios más significativos que realizó la Escuela Nueva con respecto a la Escuela Unitaria fue la introducción de las guías de aprendizaje. A comienzos de los años 80, el MEN desarrolló una versión de guías para la costa pacífica y en 1987 se dio nuevamente importancia al desarrollo del proyecto Escuela Nueva dotándolo con material educativo, mobiliario, formación docente y adecuación de escuela.

⁸ Colombia se divide en 32 unidades territoriales de primer nivel, llamadas departamentos.

En el año 2000 a través del PER (Proyecto de Educación Rural) del Ministerio de Educación Nacional, con financiación parcial del Banco Mundial, se continuó fortaleciendo el modelo de Escuela Nueva en el país, con énfasis en procesos de capacitación docente, asistencia técnica, dotación de guías, bibliotecas y materiales para los CRA (Centros de Recursos de Aprendizaje), así como dotación complementaria de laboratorio básico de ciencias (MEN, 2010a, p. 8).

Las versiones de las guías de Escuela Nueva han sido actualizadas y actualmente se cuenta con las propuestas en el año 2010. Éstas han sido elaboradas en el marco de la política educativa de calidad (Ley 115 de 1994, Lineamientos curriculares, EBC de las cuatro áreas básicas: sociales, naturales, lenguaje y matemáticas, y el decreto de evaluación 1290 de 2009) bajo el enfoque del desarrollo de competencias.

2.2. Marco teórico

Argumentos teóricos que profundizan sobre el entendimiento de las formas, enfoques y características de la modelación en los primeros grados y sobre cómo la modelación, desde una perspectiva sociocrítica, contribuye al reconocimiento de la cultura y situaciones propias de los contextos se encuentran en Biembengut (2007), Bahmaei (2011), Galbraith y Stillman, (2001), Dindyal (2010), Barbosa (2003), Araújo (2009), Da Silva y Kato (2012), Da Silva, Kato y Cabral (2012).

La visión de cultura puede ser tratada, al menos, dentro de dos perspectivas (Hodge & Cobb, 2016): como “una red de prácticas relativamente estables que captura la vida diaria

dentro de un grupo o comunidad y que se transmiten de una generación a la siguiente⁹” (traducción propia, p. 3) y como “una red de prácticas híbridas locales que las personas constituyen conjuntamente mientras negocian sus lugares en entornos específicos, tales como la clase de matemáticas¹⁰. (traducción propia, p.4)

Estas conjeturas sobre cultura tienen una conexión con los tipos de contexto expuestos en los EBC. La primera tiene que ver con el *contexto extraescolar o sociocultural* “conformado por todo lo que pasa fuera de la institución en el ambiente de la comunidad local, de la región, el país y el mundo” (p. 71).

La segunda postura se relaciona con *el contexto inmediato*, configurado por “la disposición de las paredes, ventanas, muebles y materiales, por las normas explícitas o implícitas con las que se trabaja en clase y por la situación problema preparada por el docente” (p.72), y *el contexto escolar* estructurado “por los escenarios de las distintas actividades diarias, la arquitectura escolar, las tradiciones y los saberes de los estudiantes, docentes...las normas de convivencia, ...y el llamado “currículo oculto” de la institución” (p.72).

2.2.1. Modelación matemática en primaria.

La modelación es cada vez más reconocida como un poderoso vehículo no sólo para promover la comprensión de los estudiantes de una amplia gama de la matemática y conceptos científicos, sino también para ayudarles a apreciar el potencial de las ciencias

⁹ Texto original: ...a network of relatively stable practices that capture daily life within a group or community and that are passed on from one generation to the next.

¹⁰ Texto original: ... network of local hybrid practices that people jointly constitute as they negotiate their places in specific settings such as the mathematics classroom.

matemáticas como una herramienta crítica para el análisis de temas importantes en su vida, las comunidades y la sociedad en general (traducción propia, English, 2013, p. 494).

Una forma de preparar a los estudiantes para los desafíos del mundo puede ser incluir problemas de modelación dentro del plan de estudios y, desde luego, en la práctica pedagógica, así como en los libros de texto, para poner a los estudiantes en situaciones multidimensionales que les obliguen a razonar sobre los conocimientos que se aplicarán, cómo lo harán y las formas en que pueden comunicar y compartir sus producciones.

Barbosa (2003) afirma que, la modelación es entendida como un ambiente de aprendizaje en el que se invita a los estudiantes a discutir e investigar situaciones con referencia en otros ámbitos de la realidad. Así mismo, Biembengut y Hein (2003, citados por De Almeida, Gomes, & Cerqueira, 2009) consideran la modelación como una "metodología de enseñanza y aprendizaje que parte de una situación / tema y desarrolla los temas que tratarán de ser respondidos a través del uso de herramientas matemáticas y la investigación sobre el tema" (p.138). Para Bassanezi (2002), la modelación es un método de enseñanza y aprendizaje que desafía a profesores y estudiantes para encontrar juntos soluciones a los problemas que existen en su vida cotidiana. En este sentido, la aplicación de la modelación en el aula de clase puede contribuir al fortalecimiento de la investigación, el desarrollo de las habilidades matemáticas de los estudiantes, la argumentación matemática, la interpretación y actitud crítica frente a los problemas de la realidad, puesto que la modelación contribuye a establecer vínculos de la matemática con la vida real.

Se ha demostrado que, los estudiantes que trabajan con tareas de modelación mejoran sus habilidades en la planificación y verificación de sus modelos, desafiando supuestos y afirmaciones de sus compañeros, y pidiendo una aclaración y justificación de soluciones a

los problemas (Mousoulides, Pittalis & Christou, 2006), procesos necesarios que se requieren, con mayor énfasis, en la educación infantil y básica primaria.

Ejemplo de estas investigaciones se encuentran en English (2013) con tareas relacionadas con el reciclaje y la construcción de puentes en maquetas; Biembengut (2007) con el crecimiento de las plantas; De Almeida et al. (2009) con tareas de construcción de tanques o cisternas para una población árida; Mousoulides et al. (2006) propusieron una tarea de modelación en la que los estudiantes analizan el tiempo de reacción de un grupo de cuatro fármacos; Ruíz-Higuera, García y Lendínez, (2013) con fabricación de bolsas para empaquetar regalos, construcción de planos, dibujos de recorridos y elaboración de mapas de tesoros escondidos para el reconocimiento espacial y geométrico en educación infantil. En cada una de estas tareas, los estudiantes han elaborado modelos a partir de la observación, vivencias, interacciones, planificación, verificación y ajustes.

Autores como Biembengut, 2007 y Verschaffel, Greer y De Corte (2000, citados por Bahmaei, 2011), consideran que en la modelación para primaria existen fases que deben seguirse para lograr los procesos de modelación.

2.2.1.1. Fases de la modelación matemática en primaria.

Para la construcción del modelo de cualquier fenómeno, el uso de un modelo, en la resolución o comprensión de alguna situación, pueden identificarse las tres fases del proceso cognitivo: comprensión, percepción y modelo-significación (Biembengut, 2007). Según la autora, los procesos de modelación en la enseñanza primaria se sintetizan en tres fases

denominadas “*percepción y aprehensión, comprensión y explicación, y significación y modelación*”.

La primera fase tiene por objeto estimular la percepción y el interés de los niños con materiales y objetos que ilustran el medio ambiente con el objetivo de que los niños reconozcan el contexto en el cual interactúan y obtengan la mayor información posible. La segunda fase, “consiste en enseñar a los niños a entender el mundo real en un sentido cuantitativo y llevándolos hacia el uso de símbolos matemáticos, como medio de representación de las cosas que observan y que encuentran interesante¹¹” (p.453) y en la tercera fase “el niño debe reconocer tanto los materiales que le rodean, los símbolos y los conceptos matemáticos acumulados, basados en el conocimiento previo y referencias disponibles (matemáticos o de otro tipo)¹²”.

Según Steinbring (1999, referido por Biembengut, 2007) “los símbolos son necesarios para el proceso de conocimiento, pero se requiere un contexto referente para que estos símbolos sean comprendidos e interpretados” (p.454, traducción propia). De esta manera, en la escuela primaria, pueden plantearse tareas que lleven a los niños a entender los contextos matemáticos y jueguen con el lenguaje matemático. Tareas que pueden ser planteadas en los libros de texto y en los planes curriculares que les permita a los niños describir, representar y resolver una situación de la vida real e interpretar y validar el resultado dentro de ese mismo contexto. Por ello, en la educación primaria, “la aplicación y

¹¹ Texto original: It consists of teaching children to understand the real world in a quantitative sense and leading them towards using mathematical symbols as a means of representing things that they observe and find interesting.

¹² Texto original: At this phase, the child should recognize both the materials that surround him and accumulate mathematical symbols and concepts, based on previous knowledge and available references (mathematical or otherwise).

modelación juega un papel vital en el desarrollo de la comprensión y competencias matemáticas¹³” (Bahmaei, 2011, p. 3).

Otros autores como Verschaffel et al. (2000, citados por Bahmaei, 2011, p.5-6) describen las siguientes fases de proceso de modelación en las escuelas primarias:

1. comprensión de la situación descrita;
2. la construcción de un modelo matemático que describe la esencia de estos elementos y relaciones incrustados en la situación que son relevantes;
3. trabajo a través del modelo matemático para identificar lo que sigue;
4. interpretación del resultado de los trabajos de cálculo para llegar a la situación práctica que dio origen al modelo;
5. evaluación del resultado interpretado en relación con la situación original; y
6. comunicación de los resultados interpretados.

La modelación tiene una estrecha relación con la resolución de problemas. Esta conexión, en la escuela primaria, tiene que ver con los problemas de palabras.

2.2.1.2. Resolución de problemas y modelación matemática.

Según Bahmaei (2011), la resolución de problemas tiene que ver con el resolver problemas y el proceso de resolución de problemas involucra la búsqueda de un medio para resolver el problema con un enfoque en procedimientos correctos y soluciones correctas. Los problemas propuestos en las escuelas de primaria se basan en problemas de palabras que, supuestamente, enlazan las matemáticas y aspectos del mundo real y, frecuentemente,

¹³ Texto original: Application and Modelling play a vital role in the development of mathematical understanding and competencies.

enfocan su contenido en ejercicios más relacionados en las cuatro operaciones básicas y poco en otros contenidos dejando a un lado, también, procesos de reflexión, retroalimentación y realimentación de la solución del problema. Aunque, las operaciones básicas “tienen una justificación y un lugar adecuado dentro de la enseñanza de las matemáticas, pero no ciertamente el de favorecer la modelación matemática¹⁴” (Blum y Niss, 1991 en Bahmaei, 2011, p.6).

En la modelación, la naturaleza de las tareas planteadas es el centro para que las propias tareas requieran interpretación de la información e interpretación de los resultados deseados (Bahmaei, 2011). Este proceso se logra con el trabajo cooperativo o grupal entre los estudiantes, quienes diseñan e identifican posibles mejoras en los modelos propuestos, comprenden las limitaciones, prueban y revisan el modelo elegido para la resolución de tareas. En contraste con los problemas escolares típicos, las tareas de modelado no presentan las ideas matemáticas clave por adelantado. Según English y Watters (2005), en la modelación, las construcciones matemáticas están incrustadas dentro del contexto del problema y son los niños, quienes a medida que trabajan los problemas de modelación, provocan esas construcciones.

Los problemas de palabras, como se mencionó anteriormente, constituyen la interacción entre las matemáticas y la realidad. Autores como Bahmaei (2011) y Dindyal (2010) consideran que los problemas de palabras han sido, generalmente, el único medio para proporcionar a los estudiantes una experiencia básica de matematización y modelos matemáticos.

¹⁴ ...which have a justification and suitable place within the teaching of mathematics, though certainly not that of favoring mathematical modelling.

Los problemas verbales (también llamados problemas de palabras o enunciados verbales) se definen como descripciones verbales de situaciones problemáticas, las cuales se presentan en la escuela con contextos de tipo realista o realístico, para obtener respuestas a través de operaciones matemáticas con datos numéricos disponibles en el enunciado del problema.

Sin embargo, los problemas de palabras implican algún tipo de aplicación de las matemáticas a la realidad y algunos aspectos de la modelación y son una herramienta importante para que los estudiantes de primaria participen en procesos de modelación.

2.2.1.3. Los problemas de palabras.

Según Verschaffel et al. (2000); Galbraith y Stillman (2001) y Maaß (2010) los problemas de palabras se entienden como tareas sencillas, a menudo artificiales con texto que puede dar la impresión de ser siempre resueltos, cuyo resultado es un número exacto, la solución se encuentra combinando los números dados en el problema y las operaciones y que la experiencia cotidiana puede ser ignorada puesto que son artificiales. Sin embargo, Maaß (2010) los define como “textos en los que se describe una situación más o menos familiar y se plantea una pregunta cuantitativa que puede resolverse con la ayuda de las matemáticas” (p. 291).

Galbraith y Stillman (2001) establecen una clasificación de problemas de palabras a partir de una perspectiva de modelación:

1. *Problemas imprudentes.* Por ejemplo: Un albañil construye una pared en 8 horas ¿Cuántas horas gastan 4 albañiles en construir la pared, si todos trabajan en la misma

proporción? Como se evidencia, son problemas alejados de la realidad porque no hay coherencia en lo que se plantea.

2. *Problemas de contexto separable*. Por ejemplo: En el zoológico de Bogotá hay un león que pesa 225 kilogramos y una jirafa que pesa 1400 kilogramos. ¿Cuántos kilogramos más que el león pesa la jirafa? En estos problemas, el contexto puede ser separado y la situación puede quedar puramente matemática. Como se muestra, el zoológico no es necesario y podría preguntarse por las diferencias de pesos entre los dos animales.
3. *Problemas de aplicación estándar*. Por Ejemplo: Un granjero obtiene de sus vacas 220 botellas de leche, las cuales deben empacarse en cantinas de 40 botellas. ¿Cuántas cantinas se requieren para empacar la leche (Toda la leche debe empacarse). La situación es realista y contextualizada. Sin embargo, el procedimiento es estandarizado y la solución se sugestionada.
4. *Problemas de modelación*. Por ejemplo: En la escuela han solicitado averiguar cuánto dinero llevan para el descanso los niños del grado cuarto. Explique cómo puede hacerlo. En estos problemas, las matemáticas no aparecen en el enunciado del problema. Ésta debe ser suministrada por el modelador.

Los problemas de modelación en el nivel de primaria también pueden clasificarse según su estructura. Desde esta perspectiva, los problemas de palabras, según Dindyal (2010), pueden clasificarse en problemas estructurados, problemas semi-estructurados y problemas no estructurados.

1. *Problemas estructurados*: son los problemas de palabras tradicionales en los que se describe un contexto real y se proporciona toda la información necesaria. Se da poco espacio para respuestas creativas. Según Dindyal (2010), dentro de este tipo de problemas pueden incluirse los problemas imprudentes, de contexto separable y problemas estándares de Galbraith y Stillman (2001).
2. *Problemas Semiestructurados*: En este tipo de problemas se describe un contexto de la vida real y algunos datos son, generalmente, proporcionados en una tabla. Se da la oportunidad que los estudiantes interpreten los datos dados para completar la tarea de modelación. Las preguntas son de composición abierta dando la posibilidad a los estudiantes de dar respuestas creativas.
3. *Los problemas no estructurados*: Este tipo de problemas tienen relación directa con los problemas de modelación de Galbraith y Stillman (2001). Como se ha dicho, estos problemas no llevan información directa de datos matemáticos. Es el modelador, quien debe suministrar dicha información.

Entre los problemas que se dan a los estudiantes, los problemas de modelación no estructurados son del tipo más exigente de la actividad, debido a que implican algún tipo de recolección y análisis de datos. Por ello, se aconseja iniciar con problemas de palabras de modelación estructurados, paulatinamente, pasar a los semiestructurados y finalizar con los no estructurados. Propuesta interesante para el trabajo de modelación que se plantee en los libros de texto.

En términos generales, la modelación en primaria permite a los estudiantes conectar las matemáticas del salón de clases con la matemática del mundo real, dejando ver la

aplicabilidad de la matemática, puesto que “dado un problema del mundo real, el estudiante necesita entender la situación del mundo real y hacer suposiciones a fin de elaborar un método matemático para abordar el problema¹⁵” (Bahmaei, 2011, p.10). Los libros de texto podrían contribuir a ese entendimiento del mundo real y al desarrollo de hipótesis para abordar cualquier problema. Por ello, identificar los tipos de problemas de palabras (los cuales como se ha manifestado se relacionan con la modelación) propuestos en las tareas que traen las cartillas de matemáticas de Escuela Nueva, así como los contextos para determinar su relación con los tipos de problemas de palabras desde una perspectiva de modelación según Galbraith y Stillman (2001) o de acuerdo a su estructura, según Dindyal (2010).

2.2.2. Perspectivas de la modelación matemática.

Kaiser & Sriraman (2006) describen algunos enfoques de la modelación y citan las perspectivas realística, contextual, educativa, epistemológica, cognitiva y socio-crítica. Según Blomhøj (2009) se hace necesario caracterizarlas para entenderlas, profundizar en cada una y determinar similitudes y diferencias. Por ello, el autor hace una breve presentación de dichas perspectivas y argumenta que éstas pueden tener coincidencias y no necesariamente cubren toda el área de la investigación.

1. La *perspectiva realística* está centrada en la solución de problemas dirigidos a disciplinas científicas, tecnológicas y a los contextos sociales, haciendo énfasis en las situaciones de la vida real para modelar. Su tendencia es lo pragmático-utilitario dando importancia a la solución de problemas de forma aplicada con una estrecha

¹⁵ Texto original: Given a real-world problem, students need to understand the real-world situation and make assumptions in order to devise a mathematical method to tackle the problem.

relación con situaciones del mundo real. Una situación realista no se limita exclusivamente a las situaciones del mundo real, también encierra situaciones experimentables o imaginables por los estudiantes (Beswick, 2011).

2. *La perspectiva contextual* defiende la importancia del contexto tanto en la formulación como en la solución de un problema de modelación. Además, considera la resolución de problemas como la base para la comprensión de las dificultades de aprendizaje relacionadas con la modelación y, por lo tanto, sus objetivos son psicológicos (Blomhøj, 2009).
3. *La perspectiva educativa* tiene que ver con la modelación en la enseñanza de la matemática. Su objetivo es pedagógico, didáctico y la estructuración de los aprendizajes. En la experiencia personal del autor de esta investigación, la perspectiva educativa está presente en la mayoría de los textos de matemáticas, teniendo en cuenta que, éstos se estructuran con una idea, una introducción y un desarrollo, en general.
4. *La perspectiva cognitiva (meta-cognitiva)* cuyo objetivo primordial es identificar las funciones cognitivas que se promueven en los estudiantes durante las actividades y procesos de modelación. También, busca impulsar los procesos de pensamiento mediante modelos mentales, físicos, fotográficos o procesos de abstracción y generalización. Los libros de texto de ingeniería pueden incluirse en este enfoque.
5. *La perspectiva epistemológica* subordina a la modelación al desarrollo de teorías más generales para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.
6. *La perspectiva sociocrítica* es muy aplicada en América Latina, se emplea la modelación en la sociedad y se reflexiona críticamente sobre ella, asumiendo

situaciones de la vida real a menudo de carácter social, médico y ambiental, se apoya en la Etnomatemática y en la Educación Matemática Crítica.

2.2.2.1. La perspectiva sociocrítica de la modelación matemática.

Orey y Rosa (2007), Araújo (2009) y Da Silva y Kato (2012) consideran que la dimensión sociocrítica de la modelación fundamenta su comprensión y el entendimiento de los problemas de la realidad por medio de la reflexión, el análisis y la acción crítica sobre esa realidad. Los problemas de la realidad son entendidos como “situaciones cotidianas” (Araújo, 2009; Villa-Ochoa, Bustamante, Berrío, Osorio & Ocampo, 2009).

En el 14° estudio de la International Commission on mathematical instruction (ICMI Study 14) se entiende por realidad o por mundo real “a todo lo que tiene que ver con la naturaleza, la sociedad o la cultura, incluyendo la vida cotidiana, así como los temas escolares y universitarios y las disciplinas científicas y académicas diferentes de las matemáticas¹⁶” (Blum et, al 2007, p. 8, traducción propia). De esta manera, las actividades diarias de los estudiantes, las actividades económicas cercanas o del diario vivir de sus semejantes son elementos que pueden contribuir a la comprensión y reflexión crítica del contexto cotidiano, de su cultura, de sus problemas sociales.

La Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática (RECOMEM) considera al proceso de modelación escolar como:

[...] el estudio de fenómenos o situaciones que pueden surgir tanto desde los contextos cotidianos, sociales y culturales de los estudiantes como de otras ciencias o

¹⁶ Texto original: ... everything that is to do with nature, society or culture, including everyday life, as well as school and university subjects or scientific and scholarly disciplines different from mathematics.

disciplinas académicas. Dicho proceso de estudio involucra el uso y/o la construcción de modelos y de otras herramientas matemáticas con las cuales puede ofrecerse una comprensión del fenómeno contextual y/o resolver el problema (Villa-Ochoa, 2013, p. 212)

Capacitar a los estudiantes en el uso de la modelación para reflexionar sobre los problemas sociales y el uso de modelos matemáticos en la vida real, contribuiría al cumplimiento del principal objetivo de la perspectiva sociocrítica: la modelación bajo un enfoque sociocultural (Blomhøj, 2009).

La modelación cumple con la acepción: “las matemáticas son una actividad humana inserta en y condicionada por la cultura y por su historia” (MEN, 2006, p. 49); como lo establece Villa-Ochoa y Berrío (2015) el conocimiento contextual o cultural de los estudiantes no permanece estático a través de una actividad de modelación. De igual manera, la modelación puede contribuir al desarrollo de competencias ciudadanas, lo que da significado social, cultural y político a las matemáticas.

Asimismo, desde la perspectiva sociocrítica de la modelación puede hacerse especial hincapié en el discurso reflexivo entre los estudiantes y así favorecer la *participación*, dado que:

En la perspectiva sociocrítica de la modelación se concibe el aula de clase como un espacio democrático, en el que todos pueden exponer sus ideas y se promueve el diálogo, la reflexión, el trabajo en grupo y la escogencia de problemas de interés (Parra, 2015, p. 21).

Desde este punto de vista, *la participación* es un elemento importante en el trabajo con ambientes de modelación, ya que se involucra a los estudiantes en actividades discursivas, reflexivas y de significado, personales y grupales. De acuerdo a Parra (2015), la *participación* según la iniciativa puede ser *espontánea* o *no espontánea* y según a quien va dirigida puede ser *personal* o *grupal*. Espontánea cuando los estudiantes toman la iniciativa para resolver o proponer situaciones y no espontánea cuando los estudiantes ejecutan los que se les solicita.

Es así que, desarrollar matemática desde la modelación bajo la perspectiva sociocrítica significa promover la participación crítica de los estudiantes como ciudadanos en la sociedad, en discusiones sobre temas políticos, económicos, ambientales en el que las matemáticas sirven como soporte tecnológico (Araújo, 2009). Lo que significa que, la modelación en la perspectiva sociocrítica es un proceso en el que se discute de manera reflexiva sobre las situaciones cotidianas (sociales, ambientales, económicas...), se toman decisiones y se promueve la transformación con respecto a una situación cotidiana dada.

En este orden de ideas, la perspectiva socio-crítica se dirige al estudio de situaciones problemáticas que hacen hincapié en la comprensión crítica del mundo y el papel del individuo en la sociedad (Kaiser & Sriraman, 2006). Además, brinda un campo de estudio en el desarrollo crítico y reflexivo en los procesos de modelación, prácticas educativas matemáticas en la vida diaria, en el diseño de contextos significativos en las actividades propuestas a los estudiantes, en la construcción y análisis de actividades relacionadas con la modelación y para efectos de esta investigación brinda un campo de conocimiento que permitirá realizar un análisis sobre la forma en que las tareas de modelación de los libros de

texto de matemática de primaria incorporan situaciones propias de la cultura y del contexto donde se desenvuelven los estudiantes.

2.2.2.2. Características de la perspectiva sociocrítica de la modelación según Da Silva y Kato (2012).

La modelación desde la perspectiva sociocrítica apunta a la formación ciudadana, la interpretación y resolución de problemas de la realidad (Araújo, 2009; Da Silva & Kato, 2012; Araújo, 2012; Da Silva, Kato & Cabral, 2012). Desde este punto de vista, la modelación puede proporcionar oportunidades en las que los estudiantes puedan llevar los debates de la clase a su vida cotidiana, para crear conciencia sobre su papel en la sociedad y lograr un cambio en su forma de ver el mundo.

Araújo (2009) manifiesta que la perspectiva sociocrítica tiene un gran impacto en la comunidad brasileña de la modelización de la educación matemática, puede influir tanto en las prácticas educativas y el desarrollo de la investigación en esta área.

Es así que, Da Silva y Kato (2012) analizaron algunos referentes teóricos publicados en Brasil, de autores (Barbosa, 2003; Jacobini; Wodewotzki, 2006; Orey & Rosa, 2007 y Araújo, 2009) con una historia de investigación en este tema, a fin de establecer los elementos que caracterizan la modelación desde esta perspectiva, considerando que ellos describen algunas características de la perspectiva sociocrítica de la modelación. Los documentos estudiados pertenecen a la Sexta Conferencia Nacional de Modelado en Educación Matemática VI (CNMEM).

Para el análisis de estos documentos Da Silva y Kato (2012) utilizaron la técnica del análisis discursivo textual de Moraes (2003), un enfoque alternativo para el análisis de contenido y que, en general, se compone de tres fases: unitarización, categorización y comunicación. Su objetivo es construir metatextos del corpus.

A partir de este análisis, las autoras presentan algunas de las acciones que caracterizan una actividad de modelación en la perspectiva socio-crítica.

1. *Participación activa de los estudiantes en la construcción de un modelo:* se da cuando los estudiantes pueden participar en discusiones reflexivas, comunicar, construir colectivamente un modelo y socializar sus aprendizajes. La participación en debates relacionados con la matemática, la escogencia de los problemas, el estudio de situaciones problemáticas de la vida cotidiana, el desarrollo del pensamiento autónomo contribuye al ejercicio de la ciudadanía y la negociación.

Cuando los estudiantes se involucran con el desarrollo de un modelo matemático dan a conocer sus ideas, planteamientos, opiniones y argumentos sobre sus pensamientos, escuchan los argumentos de sus pares, formulan y reformulan determinada situación y toman decisiones. Por lo cual, en el aula debe incentivarse el trabajo en grupos; subgrupos y/o todo el grupo del aula incluyendo al profesor. En esta categoría se establece una serie de significantes que la constituyen:

- Trabajo en grupo.
- Participación crítica y democrática de los estudiantes.
- Escogencia de problemas por los estudiantes.

2. *Participación activa de los estudiantes en la sociedad:* esta característica se da cuando los estudiantes participan en proyectos de modelación de “discusiones políticas, económicas, ambientales, en el que las matemáticas sirve como soporte tecnológico¹⁷” (Araújo, 2009, p.55, traducción propia), de reflexión sobre las consecuencias sociales de los mismos, debates sobre situaciones comunitarias locales o generales. De igual manera, cuando se realiza una reflexión del mundo global, una praxis social fuera del aula para que el estudiante asuma el rol del maestro. Por ello, se debe educar críticamente en la matemática y en el análisis de situaciones desde el punto de vista matemático (Orey & Rosa, 2007), el desarrollo de proyectos para actuar en la comunidad (Barbosa, 2001; Araújo, 2009), la “promoción de la participación crítica de los estudiantes en la sociedad” (Da Silva & Kato, 2012, p. 826) a través del análisis de un fenómeno que utiliza las matemáticas como instrumento de interpretación y argumentación. Sus unidades de significado son:

- Desarrollo de acciones comunitarias.
- Extensión en un contexto social.
- Actuación crítica en la sociedad.
- Importancia de la matemática en la sociedad.

3. *Problemas no matemáticos de la realidad:* la matemática puede ser aplicada en la sociedad y en *la cultura* de los estudiantes para una comprensión crítica de las situaciones cotidianas. Aplicar la matemática con el día a día, trabajarla con contenidos vivos, prácticos, útiles y bien intencionados (Jacobini & Wodewotzki,

¹⁷ Texto original: ...discutiendo questões políticas, econômicas, ambientais, nas quais a matemática serve como suporte tecnológico.

2006) ayuda a que los estudiantes entiendan los problemas y situaciones presentes en la comunidad y favorece la interpretación de los modelos matemáticos obtenidos en el contexto del que surgen. Para D'Ambrosio (1991) a esta forma de aplicar la matemática se le conoce como “matemática viva”, una matemática que va naciendo con los estudiantes a medida que ellos van desarrollando los medios para actuar en la realidad.

Las unidades de significado que componen esta característica son:

- Utilizar problemas no matemáticos de la realidad.
- Escogencia de problemas por parte de los estudiantes.
- Interpretación de modelos matemáticos de acuerdo a la realidad.
- Considera la cultura de los estudiantes.
- Importancia de la matemática en la sociedad.

4. *El papel del profesor como mediador:* Esta característica se refiere a las actuaciones del profesor en las actividades de modelación. El profesor es quien puede crear oportunidades para los estudiantes que trabajen en grupo, fomente la exposición de ideas y argumentos, genere espacios democráticos en el aula y que todos tengan iguales condiciones de trabajo. El profesor como mediador ayuda en la elección del problema a estudiar, teniendo en cuenta la cultura de sus estudiantes, lo que implica considerar sus intereses y su conocimiento. Además el profesor puede estimular la discusión fuera del ambiente de la clase, a través de las implicaciones del estudio en el modelo de sociedad. De igual manera, el profesor respeta los diferentes caminos que pueden llevar a los estudiantes a lograr un conocimiento. La constituyen:

- Trabajo en grupo.
- Escogencia de problemas por parte de los estudiantes.
- Participación crítica y democrática.
- Considerar la cultura de los estudiantes.
- Importancia de la matemática en la sociedad.

Las categorías planteadas por las autoras ponen de manifiesto un conjunto de acciones que caracterizan una actividad de modelación en la perspectiva socio-crítica. Estas categorías pueden convertirse en puntos de referencia para apoyar las actividades y tareas que se proponen en los libros de texto para la práctica de la modelación en el aula de clase. En los libros de texto, como se muestra en la **Tabla 4**, puede estimularse la participación de los estudiantes, el estudio de las situaciones propias de su cultura y la construcción de modelos matemáticos a partir de las discusiones del conocimiento matemático y no matemático, así como la transversalización del conocimiento a otras áreas del saber y de la vida.

La **Tabla 4** muestra un resumen de los elementos que caracterizan una actividad de modelación de Da Silva y Kato (2012) con sus respectivas unidades de significado sustentadas en autores como D'Ambrosio (1991), Barbosa (2003), Jacobini (2006), Orey y Rosa (2007), Araújo (2009) y Da Silva y Kato (2012); así como los aspectos implícitos o explícitos que podrían estar presentes en la tareas de las cartillas de Escuela Nueva con respecto a la perspectiva sociocrítica.

Tabla 4. Elementos que caracterizan una actividad de modelación matemática

CARACTERÍSTICAS ELEMENTOS CONSTITUTIVOS	UNIDADES DE SIGNIFICADO	LA TAREA EN LOS TEXTOS DE ESCUELA NUEVA
1. Participación activa de los estudiantes en la construcción de un modelo	<p>a) Trabajo en grupo: discusiones reflexivas, comunicación, construcción colectiva, socialización de aprendizajes y participación (Barbosa, 2003; Araújo, 2009; Jacobini, 2006). “Se les pide a los estudiantes a trabajar en grupos; grupos que pueden ser subdivisiones de la clase, todo el grupo del aula e incluir el profesor” (Da Silva & Kato, 2012, p. 823).</p> <p>b) Participación crítica y democrática de los estudiantes: participación en debates relacionados con la matemática, estudio de situaciones problemáticas de la vida cotidiana, desarrollo del pensamiento autónomo, contribución al ejercicio de la ciudadanía, negociación, “discusión, escucha a los demás y respeto por las ideas de las demás” (Araújo, 2009, p. 65). “Los estudiantes discuten el material y presentan sus argumentos, participando activa y críticamente en las clases, lo que hace el aula un espacio democrático”.(p. 824)</p> <p>c) Escogencia de problemas por los estudiantes: El estudiante es el centro del proceso de enseñanza aprendizaje, debe tomar iniciativas y producir conocimiento. La situación o problema de la realidad es escogido por el estudiante (Araújo, 2009 en Da Silva & Kato, 2012). “Los estudiantes participan de manera decisiva en la elección del tema que va a tratar, así como la preparación del problema que tiene características, en un principio, no matemático”. (Da Silva & Kato, 2012, p. 824).</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Sugiere participación activa para los estudiantes - Permite a los estudiantes argumentar - Permite a los estudiantes tomar decisiones - Permite a los estudiantes exponer sus ideas y pensamientos - Da la oportunidad a los estudiantes para escoger problemas - Sugiere a los estudiantes el trabajo en equipo

Continuación tabla 4. *Elementos que caracterizan una actividad de modelación matemática*

<p>2. Participación activa de los estudiantes en la sociedad</p>	<p>a) Desarrollo de acciones comunitarias: La participación de los estudiantes en proyectos de modelado de discusión política, reflexión sobre las consecuencias sociales de los mismos, los debates sobre situaciones comunitarias locales o generales. (Barbosa, 2001 y 2003; Araújo, 2009; Jacobini, 2006) Ejemplo el salario. Los estudiantes conducen debates sobre cuestiones y/o modelos para la comunidad, a través de acciones o intervenciones (Da Silva & Kato, 2012).</p> <p>b) Extensión en un contexto social: Las discusiones y debates que se presentan en el aula deben ir más allá de la clase, reflexión del mundo global, realización de una praxis social fuera del aula donde el estudiante asuma el rol de maestro. “las discusiones sobre los problemas y / o el modelo más allá de los límites de la clase, lo que implica una mayor participación de los estudiantes con problemas externos a la escuela” (Da Silva & Kato, 2012, p. 9).</p> <p>c) Actuación crítica en la sociedad: Más que informar es educar críticamente en la matemática, análisis de situaciones desde el punto de vista matemático (Orey, 2007), desarrollo de proyectos para actuar en la comunidad (Araújo, 2009), “promoción de la participación crítica de los estudiantes en la sociedad” (Da Silva y Kato, 2012, p. 826)</p> <p>d) Importancia de la matemática en la sociedad: discusiones reflexivas sobre la matemática en la sociedad (Barbosa, 2003), con las reflexiones se puede percibir la matemática como un instrumento de análisis de perspectiva socio crítica (Jacobini, 2006), utilización de los contenidos matemáticos en un contexto social (Orey & Rosa, 2007), “analizar un fenómeno que utiliza las matemáticas como instrumento de interpretación y argumentación” (Da Silva y Kato, 2012, p. 827).</p>	<p>- Permite a los estudiantes confrontar el uso de las matemáticas en la sociedad</p> <p>- Permite a los estudiantes debatir sobre cuestiones comunitarias</p>
--	--	---

Continuación tabla 4. *Elementos que caracterizan una actividad de modelación matemática*

<p>3. Problemas no matemáticos de la realidad</p>	<p>a) Utilizar problemas no matemáticos de la realidad: la matemática puede ser aplicada en la sociedad, uso de situaciones cotidianas (Barbosa, 2003; Araújo, 2009) para una comprensión crítica de las situaciones cotidianas. Aplicar la matemática con el día a día, trabajar la matemática con contenidos vivos, prácticos, útiles y bien intencionados (Jacobini, 2006) es llamado matemática viva (D'Ambrosio, 1991). Entender problemas y situaciones presentes en la comunidad (Orey & Rosa, 2007). “Desarrollo de problemas en situaciones cotidianas de la realidad de una comunidad” (Da Silva & Kato, 2012, p.828).</p> <p>b) Escogencia de problemas por parte de los estudiantes: Expuesto en el primer elemento constitutivo.</p> <p>c) Interpretación de modelos matemáticos de acuerdo a la realidad: el análisis del papel de la matemática en las prácticas sociales (Barbosa, 2003). El proceso de modelación se inicia y termina con el mundo real, pasando por la construcción de modelos como expresiones numéricas en fórmulas, diagramas, gráficas, expresiones geométricas, tablas... (Jacobini, 2006). Elección de un sistema que pueda representar la realidad desde la escuela donde se llegue a representaciones y estrategias que permitan explicar, entender, reflexionar y analizar ese sistema (Orey & Rosa, 2007). Los modelos matemáticos pueden entenderse como una forma de resolver los problemas reales utilizando las matemáticas (Araújo, 2009, p.61). “Utilizar las matemáticas en la construcción del modelo con el fin de comprender el verdadero problema” (Da Silva & Kato, 2012, p. 828).</p> <p>d) Considera la cultura de los estudiantes: “las herramientas culturales actúan como vehículos que ayudan a interiorizar los cambios, lo que permite a los estudiantes a entender las dificultades sociales que se enfrentan por la comunidad” (Orey & Rosa, 2007, p. 199). La manera de entender la modelización matemática, trabajando con los temas elegidos por los estudiantes de acuerdo a sus intereses, teniendo en cuenta la cultura de estos estudiantes. Y “esta cultura no es aislado, sino más bien, situado en, y en relación constante con la sociedad en la que la matemática (académica) ejerce su poder” (Araújo, 2009, p. 61).</p> <p>e) Importancia de la matemática en la sociedad: Expuesto en el elemento constitutivo 3.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Se enfoca únicamente en procesos instrumentales o memorísticos - Toma en cuenta la cultura de los estudiantes - Toma en cuenta los intereses y conocimientos de los estudiantes - Permite el uso social de la matemática. - Se da la oportunidad a los estudiantes para escoger problemas
---	---	---

Continuación tabla 4. *Elementos que caracterizan una actividad de modelación matemática*

4. Actuación del profesor como mediador	<ul style="list-style-type: none"> a) Trabajo en grupo b) Escogencia de problemas por parte de los estudiantes c) Participación crítica y democrática d) Considerar la cultura de los estudiantes e) Importancia de la matemática en la sociedad 	- Considera al docente como el mediador de la actividad
---	--	---

Fuente: Adaptación teoría de Da Silva y Kato (2012)

2.2.3. Tareas de modelación

“Las tareas son una parte fundamental de las lecciones matemáticas y por lo tanto tienen una posición central dentro de la educación matemática (Krainer, 1993 citado en Maaß, 2010). En la modelación las tareas se relacionan con problemas de la realidad. Para esta investigación la realidad hace referencia a todo aquello que es vivido, pero que también puede ser simulado, evocado o sugerido en la mente.

Según Alsina (2007) existen i) *realidades falseadas y manipuladas* o contextos aparentemente realistas pero cambiados para poder dar lugar a ejercicios matemáticos rutinarios. ii) *realidades inusuales* o situaciones poco frecuentes que aparecen como cotidianas. iii) *realidades caducadas* o cuestiones que algún día fueron de actualidad pero que el paso del tiempo las ha hecho desaparecer. iv) *realidades lejanas*, relacionadas con culturas alejadas, hechos extravagantes, folklóricos o curiosos que no pertenecen a las realidades locales. vi) *realidades ocultas* o hechos, no observables directamente, que dan lugar a ejercicios cuyos resultados no pueden ser contrastados. vii) *realidades no adecuadas* o situaciones poco interesantes, sin pertinencia a la edad y entornos de los estudiantes que pueden confundirlos.

En la modelación existe una gran variedad de clasificación de tareas que contribuyen al reconocimiento de la realidad, el contexto y la cultura, al desarrollo de competencias, del razonamiento, del análisis, de la argumentación con las cuales pueden desarrollarse actividades intra o extramatemáticas. Por ejemplo, Büchter y Leuders (2005) diferencian las tareas de aprendizaje y las tareas de evaluación. Burkhardt (1989) diferencia entre tareas con ilustraciones de contenido matemático y situaciones realistas; tareas estándar y las que deben

desarrollar nuevos modelos. Asimismo, Burkhardt (1989) clasifica las tareas según el interés de los estudiantes en i) *problemas de acción* tomados de la cotidianidad de los estudiantes, ii) *problemas creíbles*, que pueden ser relevantes para los estudiantes en su futuro, y iii) tareas en las que el enfoque se centra en las matemáticas.

Los problemas de palabras también se circunscriben como tareas de modelación. Al respecto, Galbraith y Stillman (2001) los clasifican en problemas imprudentes, de contexto separable, estándar y propios de modelación. De acuerdo a su estructura, Dindyal (2010) los clasifica en problemas estructurados, semiestructurados y no estructurados (expuestos en el punto 2.2.2.3 y de interés para la presente investigación).

Según la naturaleza y relación con la realidad, Maaß (2010) clasifica las tareas en i) *tareas realistas*: tareas cercanas a la realidad con datos o preguntas no necesariamente auténticos. Los datos pueden tener un significado realista pero pueden ser contruados. O los datos son auténticos, pero la pregunta no lo es. ii) *problemas de palabras incrustadas*: la situación presentada sólo incorpora las matemáticas. Hay poca necesidad de reflexionar sobre el contexto. iii) *tarea intencionalmente artificial* para que los estudiantes que reflexionen sobre la situación. iv) *Tareas de fantasía*: El contexto se toma de una situación de fantasía (Franke, 2003 en Maaß, 2010) atractivo para los niños pequeños.

2.2.4. Contextos en las tareas.

Para autores como Godino (2003), “el contexto se concibe, no como el mero entorno físico de un enunciado lingüístico, sino que se refiere al contexto cultural e institucional.” (p. 233), en él se establecen conexiones con la vida cotidiana y con la institución escolar.

Postulado que se encuentran en concordancia con el contexto inmediato o de aula, contexto escolar o institucional y contexto extraescolar o sociocultural propuesto por el MEN (2006), en los EBC, para el desarrollo del conocimiento matemático. Lo que sugiere que las matemáticas escolares deben reconocer la importancia de los fenómenos sociales, culturales e institucionales como factores para la construcción del conocimiento matemático escolar y la comprensión crítica de la realidad. Como ejemplo de ello, Villa-Ochoa y Berrío (2015) utilizaron el contexto del café para la aplicación de la matemática en cuestiones sociales y culturales.

De acuerdo a lo anterior y en concordancia con las concepciones de Font y Ramos (2005), en esta investigación se considera el contexto como un ejemplo particular de un objeto matemático (aplicación de la matemática) y otro enmarcado en el entorno (ambientes de aprendizaje). Por lo cual se pone de manifiesto que el contexto tiene relación con factores contextuales del tipo de tarea y factores contextuales del ambiente de aprendizaje.

Los factores contextuales del tipo de tarea dan lugar al significado de los objetos, conceptos o temas matemáticos. Martínez (2003), propone para los significados asignados “los términos contexto real, contexto simulado y contexto evocado, en relación a una práctica matemática determinada” (p. 190).

El contexto real es usado para resolver una situación de carácter práctico, que se da en una situación real, en la vida cotidiana de los estudiantes. Por ejemplo: orientarse mediante un mapa, lectura de gráficos del periódico. *El contexto simulado* hace referencia a las situaciones tomadas de la realidad y llevados a entornos didácticos para el desarrollo y aplicación de procedimientos o de conceptos matemáticos. Ejemplo de ello son los juegos de roles en un supermercado. *El contexto evocado* se relaciona con situaciones que se

proponen en el aula de clase que permiten imaginar dónde tiene lugar ese hecho como problemas con enunciados, dibujos, tablas... (Martínez, 2003).

Los factores contextuales del ambiente de aprendizaje se relacionan con espacio de construcción significativo del conocimiento y de la cultura.

Para Duarte D. (2003) el ambiente se deriva de la interacción del hombre con el entorno natural que lo rodea. Se trata de una concepción activa que involucra al ser humano y, por tanto, involucra acciones pedagógicas en las que quienes aprenden están en condiciones de reflexionar sobre su propia acción y sobre las de otros, en relación con el ambiente. (p. 99)

Esta concepción comprende la práctica pedagógica matemática como una actividad humana que se interrelaciona con el entorno o ambiente de aprendizaje. Además, implica la reflexión crítica sobre la realidad circundante y la construcción de significados y conocimiento a partir de experiencias con situaciones auténticas.

Duarte (2003), también afirma que, “el ambiente es concebido como el conjunto de factores internos–biológicos y químicos – y externos –físicos y psicosociales– que favorecen o dificultan la interacción social” (p.99). Desde este punto de vista, el ambiente de aprendizaje (como medio de vida y comunitario) debe trascender el entorno físico y tener en cuenta las relaciones interpersonales para una construcción significativa del conocimiento en general y de la cultura.

El ambiente de aprendizaje como medio de vida se relaciona con ambientes escolares, familiares, laborales y de ocio y *el ambiente comunitario* con la reflexión crítica de la vida

comunitaria. Aspectos que tienen concordancia con algunas características de la perspectiva sociocrítica de la modelación y postulados de los EBC.

La reflexión crítica sobre el entorno y la cultura, así como la participación activa y espontánea de los estudiantes son elementos importantes para la *comprensión crítica del mundo* (Kaiser & Sriraman, 2006; Kaiser et al., 2010) y para ver el mundo de diferentes formas (Araújo, 2009; Da Silva & Kato, 2012), es necesario que los libros de texto incluyan dentro del trabajo matemático el reconocimiento del entorno cotidiano y los contextos trabajados en las tareas engloben situaciones que involucren procesos de modelación.

2.3. Marco conceptual

En este apartado se expone una aproximación conceptual de la modelación con el objetivo de entender las diferentes posturas y significados que se le ha dado desde diferentes perspectivas. De igual manera, se desarrollan conceptos sobre educación rural, escuela unitaria, escuela nueva y guías de Escuela Nueva con el propósito de diferenciar y establecer las formas de trabajo escolar en las zonas rurales. Así mismo, se desarrolla una propuesta sobre *fenómenos conceptuales*, emergidos en esta investigación, a partir del análisis de las tareas de las cartillas de Escuela Nueva.

2.3.1. Una aproximación a la modelación matemática.

Entender el significado de modelación, tal vez, resulte ajeno para muchos docentes, sin embargo, en el currículo educativo colombiano se manifiesta su importancia y toma valor desde el año 1998 con la expedición de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas del

MEN. En ellos se proponen cinco tipos fundamentales de pensamiento matemático con sus respectivos sistemas: El pensamiento numérico y sistemas numéricos, el pensamiento espacial y sistemas geométricos, el pensamiento métrico y sistemas de medidas, el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos y el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. Para el desarrollo de cada uno de estos pensamientos, según el MEN (1998), en los lineamientos de matemáticas se exponen cinco procesos matemáticos básicos: la resolución y planteamiento de problemas, la comunicación, el razonamiento, *la modelación* y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

En lo relacionado con la modelación los Lineamientos Curriculares de matemáticas de Colombia la contempla como una forma de describir la interrelación entre el mundo real y las matemáticas y la conecta con la resolución de problemas (MEN, 1998). Esta conexión puede llevar a la confusión de determinar todos los problemas matemáticos como situaciones de modelación, situación que el docente de matemáticas debe sortear. Sin embargo, Villa-Ochoa y Ruiz (2009) establecieron las características, similitudes y diferencias entre los procesos de modelación y el planteamiento y resolución de problemas, lo que permite tener una idea más clara sobre la concepción de modelación y más aún cuando se pretende un análisis de libros de texto.

Algunas otras apreciaciones sobre la modelación abordadas por algunos autores, con el fin de conceptualizar diferentes acepciones se describen a continuación:

- “Treffers y Goffree relacionan la modelación como “una actividad estructurante y organizadora, mediante la cual el conocimiento y las habilidades adquiridas se utilizan para descubrir regularidades, relaciones y estructuras desconocidas” (MEN, 1998, p. 77)

- La modelación se refiere a todo proceso que aborda problemas del mundo real para lograr un modelo matemático. A través de un proceso de matematización para interpretar y validar dicho modelo (Blum et. al., 2007). Es decir, los correspondientes objetos, los datos, las relaciones, condiciones y supuestos del dominio extramatemático se traducen en matemáticas, lo que resulta en un modelo matemático para abordar el problema identificado.
- “La modelación es el arte de transformar problemas de la realidad en problemas matemáticos y resolverlos interpretando sus soluciones en un lenguaje del mundo real”. (Bassanezi, 2002, p.16. Traducción propia)
- “La modelación matemática puede ser vista como una práctica de enseñanza que coloca la relación entre el mundo real y la matemática en el centro de la enseñanza y el aprendizaje” (Blomhøj, 2004, p.145).
- Skovsmose (1999) la considera como una herramienta para situarse de manera crítica frente a los escenarios sociales y democráticos.

En Colombia, investigaciones sobre modelación se encuentran en Villa (2007), Villa-Ochoa y Ruiz (2009), Villa-Ochoa, Bustamante, Berrío, Osorio y Ocampo (2009), Villa-Ochoa, Rojas y Cuartas (2010), Villa-Ochoa (2013), Parra (2015) en las cuales se ha estudiado la modelación a partir de la didáctica y la enseñanza- aprendizaje de las matemáticas en contextos reales.

Algunos otros enfoques, características y definiciones de modelación se encuentran en Biembengut y Hein (2004); Bosch, García, Gascón y Ruíz Higuera (2006); Trigueros Gaisman, (2009); Villa-Ochoa (2007) y en el Proyecto europeo LEMA (Learning and

Education in and Modelling Mathematics). Estas concepciones fundamentan que la modelación favorece en los estudiantes la capacidad crítica, creativa, cuestionamientos y reflexiones que le ayudarán a comprender los fenómenos del mundo real a través de los recursos matemáticos.

De esta manera, la modelación se reconoce como parte fundamental e implícita en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas y puede pensarse que en los libros de texto deben plantearse actividades que conlleven al estudiante a confrontar el medio que le rodea y a reflexionar críticamente desde la matemática sobre las situaciones cotidianas.

2.3.2. La educación rural.

En Colombia, la educación es un derecho constitucional que debe garantizar el Estado. La Ley General de Educación (ley 115 de 1994), define la educación como “un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes”. (Art. 1°) Según Perfetti (2004), la Educación Básica Rural es “entendida como la escolaridad obligatoria, en el marco de la Constitución Política de 1991, para niños, jóvenes y adultos que habitan las zonas rurales del país.” (p.165)

Como se mencionó en el numeral 2.1.4 en el campo de la Educación Básica Rural pueden identificarse varios modelos (Ver **Figura 6**), entre los cuales se encuentra la Escuela unitaria y la Escuela Nueva, modelo educativo que interesa en esta investigación. La Escuela Nueva, en la práctica, suele tener el mismo significado que la Unitaria. Sin embargo, ambos modelos tienen diferencias.

2.3.3. La Escuela Unitaria.

En Colombia, las escuelas unitarias o escuelas de un maestro se legalizaron en 1967 mediante decreto 0150. Según el decreto, las escuelas “no podrán organizarse como unitarias sino en caso de que su población escolar por grado sea menor de veinte (20) alumnos”. (Art. 10).

Según (Schiefelbein, Vera, Aranda, Vargas & Corco, 1993) la Escuela Unitaria se basaba en “la enseñanza individualizada, aprendizaje activo, uso de libros y guías, escuela primaria completa, enseñanza multigrado, múltiples pizarrones (uno por grupo), y promoción continua (automática)” (p. 35).

Algunos problemas que surgieron con la Escuela Unitaria, según Serrano (2007) fueron i) la falta de preparación de las escuelas Normales para este modelo educativo, ii) la capacidad de los docentes para elaborar las guías, el tiempo que necesitaban y el costo y iii) fortalecer el trabajo individual implicaba fichas para cada uno de los alumnos y para el trabajo grupal. Por lo cual surgió el modelo educativo, la Escuela Nueva.

2.3.4. La Escuela Nueva.

El modelo pedagógico Escuela Nueva trasciende las paredes del establecimiento educativo a la comunidad, reconoce las características del entorno y el desarrollo de la zona donde se implementa.

La Escuela Nueva es un modelo educativo dirigido, principalmente, a la escuela multigrado de las zonas rurales, caracterizadas por la alta dispersión de su población; por

tal razón, en estas sedes educativas los niños y niñas de tres o más grados cuentan con un solo docente que orienta su proceso de aprendizaje (MEN, 2010a, p.5).

Inclusive, en muchas escuelas de la zona rural existen los profesores unitarios, quienes tienen a su cargo los cinco grados de primaria o, en algunos casos, seis con el preescolar. La Escuela Nueva es unitaria o multigrado, todos en uno o dos salones, cuenta con un sistema de promoción flexible, no es automático.

La *Escuela Nueva* permite que los niños del sector rural puedan realizar sus estudios de primaria sin tener que desplazarse lejos de su vereda. Por lo cual, actualmente, el gobierno nacional ofrece el restaurante escolar y materiales adaptados y pertinentes, entre los cuales se encuentran las guías de Escuela Nueva y manuales de implementación que contienen orientaciones pedagógicas para los docentes. Los docentes pueden hacer adaptaciones didácticas a las guías de acuerdo a las necesidades locales y estimular la aplicación práctica de lo que el estudiante aprende en la escuela a la vida de la comunidad. Por ello el MEN (2010a) estipula que los docentes deben “conocer muy bien la comunidad en la que trabajan; de esta manera pueden comprender mejor a sus estudiantes y realizar la adaptación y contextualización de las guías de aprendizaje” (p. 42).

2.3.5. Guías de Escuela Nueva.

El modelo de Escuela Nueva produjo significativos cambios, especialmente una nueva metodología participativa de trabajo con alumnos y docentes, la utilización de módulos o guías de aprendizaje versión nacional u oficial.

Las Guías de Aprendizaje son un elemento fundamental del componente curricular del modelo Escuela Nueva; promueven el trabajo individual y en equipo con actividades didácticas que propician la reflexión y el aprendizaje colaborativo por medio de la interacción, el diálogo, la participación activa y la construcción social de conocimientos. Además, respetan el avance al propio ritmo de aprendizaje del estudiante y fomentan el desarrollo del espíritu investigativo y la autonomía. Incentivan el aprender a aprender, el aprender a hacer, el aprender a comunicarse y, más importante aún, el aprender a convivir. (Fundación Escuela Nueva, Volvamos a la gente¹⁸)

Actualmente, las cartillas están organizadas en unidades que contemplan el tratamiento de una temática gruesa particular del área. Cada unidad, a su vez, está estructurada en guías de aprendizaje que se componen de cuatro partes (A, B, C, D). “Las guías son secuencias de actividades pensadas para apoyar al estudiante en la construcción de algunos conceptos relacionados con un tema particular del área de conocimiento” (MEN, 2010b, p. 9).

- *Parte A. Relación con el conocimiento previo:* En esta parte de la guía se proponen actividades en las que los niños resuelven situaciones problema a partir de los saberes que ya poseen. Estas actividades les permiten problematizar, recapitular o establecer nuevas relaciones, que se van a trabajar en la parte B y/o C. En algunos casos, de forma explícita, esta parte enfrenta a los niños a actividades (problemas, proyectos) con el fin de brindar información al maestro sobre el punto de entrada de los niños con relación al contenido que se va a trabajar en la guía.

¹⁸ Organización no gubernamental creada en 1987 por el grupo que diseñó y originó el modelo pedagógico Escuela Nueva y por expertos de amplia trayectoria en el reconocimiento de los problemas sociales y educativos de Colombia.

- *Parte B. Problematización y ampliaciones:* Esta parte propone a los niños actividades que les permiten ampliar y profundizar sus conocimientos. Se formulan actividades (juegos, cuentos, concursos, contextos históricos) en las que los niños viven experiencias que les permiten tomar decisiones sobre nuevos procedimientos y nuevas relaciones, o arriesgar soluciones a situaciones nuevas.
- *Parte C. Sistematización y conexiones cercanas:* En esta parte de la guía se ofrecen actividades que les permite afianzar, precisar las construcciones que se empezaron en la parte B, dar nuevos significados y sentidos a lo aprendido; por eso, se presentan situaciones que requieren cierto grado de transferencia y generalización.
- *Parte D. Aplicaciones y conexiones en situaciones no escolares:* En ésta, la última parte de la guía, los niños desarrollan actividades en las que se los invita a resolver situaciones relacionadas con su entorno y que son más o menos cotidianas. Se busca profundizar en el uso de lo aprendido y en el establecimiento de nuevas relaciones en entornos prácticos.

2.3.6. Fenómenos contextuales.

De acuerdo a la Real Academia de la Lengua Española (RAE, 2014), el término *fenómeno* proviene del griego "phainómenon" que significa lo que se muestra, lo que aparece. En sus definiciones se encuentra: **1)** m. Toda manifestación que se hace presente a la conciencia de un sujeto y aparece como objeto de su percepción. **2)** m. Cosa extraordinaria y sorprendente. **3)** m. coloq. Persona o animal monstruoso. **4)** m. coloq. Persona sobresaliente en su línea. **5)** m. Fil. En la filosofía de Immanuel Kant, lo que es objeto de la

experiencia sensible. **6)** adj. coloq. Muy bueno, magnífico, sensacional. Es un tío fenómeno. U. t. c. adv. Lo pasamos fenómeno.

Para esta investigación, la primera y quinta definiciones, de la RAE, son inherentes a los fenómenos, situaciones, hechos o realidades que se captan a través de los sentidos como fenómenos químicos (la combustión de la gasolina), fenómenos naturales (el movimiento de los planetas), fenómenos biológicos (ritmo cardíaco), fenómenos artificiales (máquinas) y fenómenos sociales (cambio monetario). Los fenómenos son, por tanto, lo que se revela directamente a los sentidos, algunos de los cuales pueden presentarse en las tareas de los libros de texto de Escuela Nueva.

De igual manera, en el diccionario Oxford (2015) las definiciones de fenómeno son: 1) Manifestación de una actividad que se produce en la naturaleza y se percibe a través de los sentidos. 2) Cosa inmaterial, hecho o suceso que se manifiesta y puede percibirse a través de los sentidos o del intelecto. 3) Persona, animal o cosa extraordinarios o sorprendentes en alguna actividad o por alguna cualidad o característica. 4) Ser vivo monstruoso.

Sin duda alguna, existe estrecha relación entre las definiciones de la RAE y la editorial Oxford University Press. Sin embargo, el axioma dos de la Oxford integra al concepto la apreciación de los fenómenos a través del conocimiento y la razón. De esta manera, los fenómenos pueden ser evocados, lo que se relaciona con los tipos de contexto (real, simulado y evocado) que Martínez (2003) introdujo y que se amplió en el marco teórico.

El contexto como entorno físico, de situación o circunstancia (RAE, 2014), inmediato, institucional o sociocultural (MEN, 2006), real, simulado o evocado (Martínez,

2003), es un elemento que puede ayudar a comprender fenómenos históricos, políticos, sociales, culturales, naturales, artificiales o de cualquier otra índole.

En Stillman et al. (2013), por ejemplo, se analizaron las tareas de los libros de texto de Australia para determinar en qué medida los fenómenos físicos y sociales dentro de un ambiente natural o artificial aparecían en ellas y así inferir la manera en que dichas tareas contribuyen a la comprensión crítica del mundo. Los fenómenos sociales encontrados se relacionaron con contextos como puestos de mercado comunitario, juegos de casino, alimentación, ejercicio físico, carreras de caballos... Por el lado de los fenómenos físicos se descubrieron contextos como la edad de los gatos, calidad de los alimentos congelados, duración del día, entre otros.

Los fenómenos que se presentan en los contextos podrían denominarse fenómenos contextuales, que para esta investigación, se referirán a todas aquellas situaciones, circunstancias o realidades que se manifiestan en relación con lo social, lo natural o lo artificial. Es decir que, los fenómenos contextuales que se observan en las tareas de los libros de texto de Escuela Nueva son:

1. *Fenómeno contextual natural*: se refiere a aquellas situaciones que provienen de la naturaleza, que son biológicas o físicas naturales. Por ejemplo, el peso, edad de animales, calidad de alimentos, velocidad del viento, eclipses, lluvia, producción de leche de animales, ritmo cardiaco, respiración, todo lo relacionado con las funciones de los seres vivos.
2. *Fenómeno contextual social*: se relaciona con la sociedad, sus actividades, comportamientos, costumbres, situaciones culturales, políticas, religiosas,

económica...Algunos ejemplos son: crecimiento poblacional, natalidad, mortalidad, rentabilidad, ahorros, impuestos, alimentación, ejercicios físicos...

3. *Fenómeno contextual artificial*: hace referencia a condiciones en las cuales el ser humano ha intervenido, a ambientes artificiales o didácticos, a objetos inanimados o a situaciones irreales que solo existen en la imaginación. Por ejemplo, un puente, una máquina del tiempo. También, se relaciona con objetos matemáticos, operaciones y procedimientos solamente matemáticos. El lenguaje formal de la matemática es utilizado sin ningún contexto extramatemático con el fin de aplicar o demostrar un procedimiento o un concepto dentro de la matemática. Por ejemplo, Dibuja dos rectas secantes que se corten entre sí y determina sus ángulos internos.

Los fenómenos contextuales son pertinentes para determinar cómo las tareas de modelación de los libros de texto de Escuela Nueva involucran a los estudiantes en situaciones que podrían ayudarles a comprender de manera crítica los contextos cotidianos.

2.4. Marco jurídico

En el Art. 5, la Ley 115 de 1994 puntualiza los fines de la educación, los cuales tienen una estrecha relación con las características de la modelación desde la perspectiva sociocrítica, puesto que en ellos se propone formación con principios democráticos, estudio, respeto y comprensión de la cultura nacional, diversidad étnica y cultural del país; el desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica y la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país. Así como,

la adquisición de una conciencia para la conservación, protección y mejoramiento del medio ambiente y la capacidad para crear e investigar.

De igual manera, el artículo 67 de la Constitución Política de Colombia establece que, la educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una *función social*: con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura.

La Ley General de Educación (Ley 115 de 1994) establece:

- ARTICULO 1o. Objeto de la ley. La educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes.

En la Ley General, también, se fija los objetivos para la educación, destacándose para el área de matemática los siguientes:

- ARTICULO 20. Objetivos generales de la educación básica. Literal c. Ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana;
- ARTICULO 21. Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de primaria. Literal e. El desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos;

- ARTICULO 22. Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria. Literal c. El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana.

En conclusión, la ley colombiana con respecto a la educación matemática hace énfasis en el desarrollo de procesos de aprendizaje que involucren la solución de problemas de contextos intraescolares y extraescolares o socioculturales y, desde luego, la participación crítica y democrática en la sociedad.

3. Metodología

3.1. Metodología empleada

El análisis documental es la principal metodología del presente trabajo. Aunque para la modalidad de la investigación documental no es común presentar los instrumentos de investigación, ellos van surgiendo durante el proceso de análisis, se consideró necesario hacerlo porque este análisis parte de los tipos de contextos (propuestos por Martínez, 2003) que contienen las tareas en libros de texto a analizar, de la teoría sobre problemas de palabras formulados por Dindyal (2010), de los elementos conceptuales que surgieron de la lectura para esta investigación: los fenómenos contextuales, y de los elementos que caracterizan una actividad de modelación desde la perspectiva sociocrítica propuestos por Da Silva y Kato (2012).

3.2. Diseño y tipo de investigación

La investigación se enmarca en el enfoque CUALITATIVO cuantitativo en el diseño no experimental, orientado hacia el tipo de investigación documental.

En el estudio, las tareas en los libros de texto de Escuela Nueva fueron observadas, analizadas y comparadas mediante procesos de descripción, reflexión y análisis a partir de los referentes teóricos presentados en el capítulo anterior. En ese sentido, se dedicó especial atención al contexto según Martínez (2003), los problemas de palabras expuestos por Dindyal (2010) y los fenómenos contextuales planteados en el marco conceptual.

El análisis de las tareas se basó en una serie de postulados que contribuyeron a la observación de las mismas. Estos supuestos surgieron de la necesidad de responder a la pregunta ¿qué se debe observar en las tareas? Se inició con la lectura de las tareas para buscar diferentes maneras de hacerlo. A medida que cada tarea era leída, se iba analizando, buscando cuáles de ellas involucraban el proceso de modelación, términos claves y los significados de los términos, se identificaron los temas, la intención de la tarea, la articulación de las imágenes y otras expresiones lingüísticas.

El desarrollo de cada uno los ítems (términos clave, temas, intención, imágenes y expresiones lingüísticas) permitió mirar los tipos de contextos: *reales, evocados o simulados* expuestos por Martínez (2003). Estos podrían contribuir a generar o no significados o sentido de los conceptos matemáticos.

Todos los contextos pueden contribuir a la transferencia de los saberes, dado que “es posible en la medida en que el conocimiento está cimentado en múltiples contextos” (Lave, 2001 en Martínez, 2003, p. 41) y se desarrollan, para esta investigación, en los fenómenos contextuales naturales, sociales o biológicos.

4. Fases de la investigación

4.1. Primera fase. Construcción de instrumentos

Los instrumentos presentados en esta investigación no fueron creados *a priori*, sino que emergieron de la dialéctica entre la teoría planteada y el análisis del corpus de investigación. A partir del análisis de las tareas, relacionadas con los tipos de problemas de palabras (Dindyal, 2010), los tipos de contextos (Martínez, 2003) y los fenómenos contextuales (emergidos en esta investigación), se construyó una matriz (**Tabla 5**) para condensar resultados concretos, establecidos en el marco teórico y marco conceptual.

En esta matriz se triangulan las tareas según el tipo de problema (estructurado, semiestructurado y no estructurado), para luego establecer los tipos de contextos y fenómenos contextuales a los que pertenece cada tipo de tarea.

Además, se elaboró una segunda matriz (**Tabla 6**) para establecer la relación de los elementos que caracterizan las actividades de modelación desde la perspectiva sociocrítica (Da Silva & Kato, 2012), con las tareas de los libros de texto.

Estas matrices permitieron analizar críticamente las tareas en las cartillas de matemática del grado quinto de Escuela Nueva con las que se elaboraron las conclusiones e implicaciones del estudio realizado, así como propuestas que pueden contribuir a un mejor entendimiento de la modelación desde la perspectiva sociocrítica, en primaria.

Para codificar los datos de la **Tabla 5** y **Tabla 6** se utilizó el programa Microsoft Excel (en los puntos **4.1.1** y **4.1.2** se amplía la explicación sobre cómo se construyeron las

tablas y la forma de interpretarlas), lo que permitió una sistematización efectiva y ordenada del análisis realizado a las tareas.

4.1.1. Matrices para recolección de datos.

La **Tabla 5** permite observar la articulación, que existe entre las tareas de acuerdo a los elementos teóricos propuestos por Dindyal (2010) relacionados con la clasificación de los problemas de modelación según su estructura (estructurados, semiestructurados y no estructurados), los tipos de contexto (reales, simulados y evocados) descritos por Martínez (2003) y los fenómenos contextuales (social, natural y artificial) establecidos en el marco teórico y conceptual de esta investigación. A través del estudio, se determinó la manera en que las tareas de las cartillas de Escuela Nueva incorporan situaciones propias del contexto y la cultura de la zona rural de Colombia. Para el análisis CUALITATIVO cuantitativo de la matriz o

Tabla 5 se tuvo en cuenta el contexto centrado en la actividad del estudiante, la tarea centrada en la acción del estudiante y las situaciones del contexto.

Tabla 5. *Frecuencia de tipos de problemas, contextos y fenómenos contextuales*

		Tipo de problema								
		Estructurado			Semiestructurado			No estructurado		
Fenómeno Contextual	Contexto	Real	Simulado	Evocado	Real	Simulado	Evocado	Real	Simulado	Evocado
	Social									
	Natural									
	Artificial									

Fuente: Adaptación de la teoría de Dindyal (2010), Martínez (2003) y producción propia.

1. *El contexto centrado en la actividad del estudiante:* consistió en observar las sugerencias que hace la tarea del texto para que el estudiante resuelva una situación. Si la tarea propone que se realice una práctica “real” (contexto real) para dar solución a uno o más aspectos del entorno sociocultural, si la acción sugerida es representar alguna actividad del contexto real (contexto simulado) o si se solicita imaginar algo de la realidad (contexto evocado). De esta manera, se logró determinar los tipos de contexto real, simulado o evocado, que se presentan en las tareas.
2. *La tarea centrada en la acción del estudiante:* tiene que ver con examinar si las tareas son dirigidas o encauzadas, cuando dicen lo que se tiene que hacer sin dejar espacio para buscar un camino en el proceso de solución de la misma (estructurada), si permiten que los estudiantes hagan algunas propuestas o utilicen algunas estrategias en el procedimiento para dar respuesta (semiestructurada) o si dan total libertad a los estudiantes para que actúen con creatividad y espontaneidad en el desarrollo del trabajo (no estructuradas).
3. *Las situaciones del contexto:* No solo interesó las acciones que las tareas permiten hacer a los estudiantes, también fue importante discernir sobre los fenómenos contextuales (social, natural y artificial) que se presentan en ellas, con el fin de analizar si éstos ayudan a dar sentido al contexto cotidiano y comprensión de la realidad circundante y de la cultura de la zona rural colombiana.
 - i. Las tareas analizadas que contienen situaciones que provienen de la naturaleza: biológicas o físicas naturales como edad de animales, producción, consumo y/o calidad de los alimentos, producción de leche de animales,

crecimiento y peso de los seres vivos, se incluyeron en la subcategoría *fenómeno contextual natural*.

- ii. Si las situaciones en las tareas tienen que ver con compras, pagos, descuentos, negocios, profesiones, preparación de alimentos, toda clase de actividades políticas, culturales, económicas del diario vivir de los estudiantes o de otras personas, se fijaron en la subcategoría *fenómeno contextual social*.
- iii. Las tareas que presentan situaciones intramatemáticas y didácticas, objetos imaginarios, actividades como dibujar y hacer moldes con elementos poco comunes o doblar papel para estudiar las fracciones, fueron circunscritas en la subcategoría *fenómeno contextual artificial*.

Con la **Tabla 6** (Elementos que caracterizan una actividad de modelación matemática desde la perspectiva sociocrítica en las tareas de los textos de Escuela Nueva) se confrontó, los elementos que caracterizan las actividades de modelación desde la perspectiva sociocrítica con las tareas o actividades que se proponen, para que los estudiantes realicen en los libros de texto de la metodología Escuela Nueva. La confrontación permitió establecer las relaciones de las actividades de las cartillas de acuerdo a los significados expuestos en la propuesta de Da Silva y Kato (2012) y hacer un análisis crítico sobre su impacto en la formación ciudadana, la comprensión del mundo y la participación crítica en la sociedad.

Tabla 6. Elementos que caracterizan una actividad de modelación matemática desde la perspectiva sociocrítica en las tareas de los textos de Escuela Nueva

Características	Unidades de significado	Frecuencia
C1: Participación activa de los estudiantes en la construcción de un modelo	Trabajo en grupo Participación crítica y democrática de los estudiantes Escogencia de problemas por los estudiantes	
C2: Participación activa de los estudiantes en la sociedad	Desarrollo de acciones comunitarias Extensión en un contexto social Actuación crítica en la sociedad Importancia de la matemática en la sociedad	
C3: Problemas no matemáticos en la realidad	Utilizar problemas no matemáticos de la realidad Escogencia de problemas por parte de los estudiantes Interpretación de modelos matemáticos de acuerdo a la realidad Considera la cultura de los estudiantes Importancia de la matemática en la sociedad	

Fuente: Adaptación de los elementos de las actividades de modelación desde la perspectiva sociocrítica de Da Silva y Kato (2012).

Para el análisis CUALITATIVO cuantitativo de la **Tabla 6** se tuvo en cuenta la tarea centrada en la participación activa de los estudiantes en la construcción de un modelo. Ésta consistió en observar si las tareas promueven interacciones entre los estudiantes, si permiten que se reflexione, se discuta de manera crítica, se proponga, se argumente y se construyan comprensiones matemáticas y del contexto. O si buscan que la participación de los estudiantes sea una mera práctica para cumplir con unos aprendizajes y una ejercitación de procedimiento (hacer por hacer). Esta característica se compone de tres unidades de significado:

- i) *El trabajo en grupo* se observó cuando la tarea sugiere a los estudiantes realizar actividades grupales o comparar sus producciones y respuestas con los compañeros.

- ii) *La participación crítica y democrática de los estudiantes* se estableció cuando las tareas invitan a los escolares a exponer sus ideas y pensamientos, justificar sus respuestas y argumentar sobre alguna situación.
- iii) *La escogencia de problemas por los estudiantes* se determinó cuando las tareas permiten a los educandos tomar decisiones y les da la oportunidad de escoger los problemas o cuando los invita a crear un nuevo problema.

La segunda característica, *participación activa de los estudiantes en la sociedad*, refuerza el sentido de “las matemáticas como actividad humana culturalmente mediada y de incidencia en la vida social, cultural y política de los ciudadanos” (MEN, 2006, p.48) y está compuesta por cuatro unidades de significado que coadyuvan al análisis de las tareas de las cartillas de Escuela Nueva.

- i) El *desarrollo de acciones comunitarias* se identificó cuando las tareas invitan a los estudiantes a debatir sobre cuestiones de la comunidad local o general como el salario, ingreso a la escuela o a la universidad, entre otros.
- ii) Cuando la tarea permite a los estudiantes confrontar el uso de las matemáticas en la sociedad se determinó que pertenecía a la unidad de significado *extensión en un contexto social*, teniendo en cuenta que daba paso a la participación de los estudiantes con problemas externos a la escuela.
- iii) *La actuación crítica en la sociedad* se da en tareas organizadas como proyectos de intervención en la sociedad y estuvo determinada por tareas que invitan a los estudiantes a analizar situaciones sociales desde el punto de vista matemático y,

iv) *la importancia de la matemática en la sociedad* se reconoció en las tareas cuando éstas invitan a los estudiantes a usar lo aprendido en un contexto social.

La tercera característica, *problemas no matemáticos en la realidad*, se observó a partir de cinco unidades de significado:

- i) *Utilizar problemas no matemáticos de la realidad*. Las tareas que contienen actividades que involucran la matemática en el diario vivir de los estudiantes fueron incluidas en este ítem. Por ello, se determinó si las tareas proponen un uso social de las matemáticas o no.
- ii) Las tareas que involucran a los estudiantes en situaciones matemáticas de la realidad, para construir modelos como gráficas, tablas o expresiones fueron circunscritas en la unidad de significado *interpretación de modelos matemáticos de acuerdo a la realidad*. En este ítem, también se determinó si las tareas se enfocan únicamente en procesos instrumentales.
- iii) Las tareas que involucran a los estudiantes en situaciones propias de su cotidianidad se delimitaron en la unidad de significado *considera la cultura de los estudiantes*. Se buscó si las tareas de las cartillas toman en cuenta la cultura de los estudiantes de la zona rural colombiana.
- iv) *La escogencia de problemas por parte de los estudiantes*. Esta unidad de significado también hace parte de la tercera característica. La perspectiva sociocrítica tiene en cuenta los intereses de los estudiantes como parte importante del aprendizaje matemático.

v) *Importancia de la matemática en la sociedad.* Este ítem se repite en la tercera característica porque las matemáticas son un instrumento de análisis de fenómenos que se presentan en la realidad, en la cotidianidad.

4.1.2. Matrices en Excel para la recolección de datos.

El programa Excel se utilizó para compilar la información en frecuencia de datos en dos etapas. En la primera fase se utilizó para completar la **Tabla 5** y en la segunda para la **Tabla 6**.

En la etapa uno, a partir del uso de funciones de Excel como CONTAR.SI.CONJUNTO y SUMA se logró codificar organizadamente la frecuencia de las tareas según la combinación del tipo de problema, contexto y fenómeno contextual. La codificación se realizó en diferentes pestañas con el fin de llevar un conteo específico de cada una de las tareas de las guías (guía 1-2, guía 3-4, guía 5-6,...) de las cartillas de matemáticas de quinto de primaria para Escuela Nueva en Colombia (ver **Figura 7**).

En la primera fase, la función CONTAR.SI.CONJUNTO se usó para computar el conjunto de tareas que cumplen con el arreglo *tipo de problema-contexto-fenómeno contextual*. Por ejemplo: cuando se determina que una tarea pertenece al tipo de problema de palabra estructurado (ofrece todos los datos para resolverlo), se establece que el contexto es evocado (imaginarse una situación de la realidad) y se precisa que la tarea pertenece a un fenómeno contextual artificial (se relaciona con situaciones didácticas, intramatemáticas o ficticias), la función CONTAR.SI.CONJUNTO numera esa tarea en el conjunto

“estructurado-evocado-artificial”. De la misma manera ocurre si la tarea se delimita en problema “semiestructurado-simulado-artificial” o “no estructurado-real-natural”.

Excel spreadsheet showing a frequency table of data categorized by problem type, context, and contextual phenomenon. The formula bar shows the following formula: `=CONTAR.SI.CONJUNTO(((C51:C61);"Estructurado";(D51:D61);"evocado";(E51:E61);"artificial")`

U/guía	TAREAS	TIPO PROBLEMA	CONTEXTO	FENÓMENO	Situación	Temas								
7D	1	Estructurado	Evocado	Social	Uniformes jugadores	Operaciones básicas								
	2	Estructurado	Evocado	Artificial	hacer un cuadrado en	División-multiplicación	Estructurado-evocado-social	0	0	0	0	0	0	0
	3	Estructurado	Evocado	Social	Dibujo alberca deter	Resta	Estructurado-evocado-natural	0	0	0	0	0	0	0
	4	Estructurado	Evocado	Social	Aplicar Fungicidas a	Proporcionalidad	Estructurado-evocado-artificial	3	0	0	3	0	0	0
	5	Estructurado	Evocado	Social	Fábrica de Bocadillos	Peso-multiplicación	Estructurado-simulado-social	0	0	0	0	0	0	0
	6	Comparar procedimientos					Estructurado-simulado-natural	0	0	0	0	0	0	0
	7	Estructurado	Evocado	Social	Recorrido Escuela-ca	Distancia-tiempo-	Estructurado-simulado-artificia	5	0	0	0	5	0	0
							Estructurado-real-social	0	0	0	0	0	0	0
							Estructurado-real-natural	0	0	0	0	0	0	0
							Estructurado-real-artificial	1	1	0	0	0	0	0
							Semiestructurado-evocado-social	0	0	0	0	0	0	0
							Semiestructurado-evocado-natu	0	0	0	0	0	0	0
8A	1	Estructurado	Real	Artificial	Recortar fichas	Polígonos	Semiestructurado-evocado-artif	0	0	0	0	0	0	0
	2	Semiestructurado	Real	Artificial	Recortar fichas	Polígonos, tabla de fre	Semiestructurado-simulado-soc	0	0	0	0	0	0	0
							Semiestructurado-simulado-nat	0	0	0	0	0	0	0
							Semiestructurado-simulado-art	1	0	1	0	0	0	0
							Semiestructurado-real-social	0	0	0	0	0	0	0
							Semiestructurado-real-natural	0	0	0	0	0	0	0
							Semiestructurado-real-artificial	1	1	0	0	0	0	0
							No estructurado-evocado-social	0	0	0	0	0	0	0
							No estructurado-evocado-natura	0	0	0	0	0	0	0
							No estructurado-evocado-artific	0	0	0	0	0	0	0
8B	1	Semiestructurado	Simulado	Artificial	Armaz cubos	Volumen, tabla de fre	No estructurado-simulado-socia	0	0	0	0	0	0	0
	2	Ejercitación				Potenciación	No estructurado-simulado-natu	0	0	0	0	0	0	0
	3	Ejercitación				Potenciación	No estructurado-simulado-artifi	0	0	0	0	0	0	0
	4	Ejercitación				Potenciación	No estructurado-real-social	0	0	0	0	0	0	0
	5	Ejercitación				Potenciación	No estructurado-real-natural	0	0	0	0	0	0	0
	6	Ejercitación				Potenciación	No estructurado-real-artificial	0	0	0	0	0	0	0
	7	Ejercitación				Potenciación								

Figura 7. Ejemplo en Excel de frecuencia de datos según tipo de problema, contexto y fenómeno contextual. Fuente: Producción propia.

Para diligenciar cada espacio de las tablas en Excel, se leyó la tarea, se extrapólo con los problemas de palabras según su estructura (Dindyal, 2010), el tipo de contexto (Martínez, 2003) y el fenómeno contextual (este proyecto) en el cual se circunscribía. Además, se describió la situación presentada en cada tarea y los temas matemáticos tratados para facilitar el posterior análisis de la información.

de la modelación. Estos problemas se han catalogado como conectores entre la matemática y la realidad, puesto que, se inscriben como puntos de conexión de la matemática con la vida cotidiana y están determinados por las características ya expuestas en el marco teórico. Además, se utilizan en la básica primaria (primero a quinto), básica secundaria (sexto a noveno) y la media (décimo y undécimo) en Colombia.

La **Tabla 5** también contiene los tipos de contextos formulados por Martínez (2003) que pueden presentarse en las tareas de los libros de texto a analizar. Además, se condensan los fenómenos contextuales surgidos de la teoría leída y expuestos en el marco conceptual de la presente investigación. Las tendencias de investigación en libros de texto (Cabassut & Wagner, 2011; Stillman et al., 2013), expuestas en el punto **1.1.3** de esta investigación, mencionan algunos contextos que contribuyen al reconocimiento de la realidad circundante.

Los elementos que constituyen las características de las actividades de modelación en la perspectiva sociocrítica de Da Silva y Kato (2012) es una teoría que, también, contribuyó en la elaboración de la **Tabla 6**. Las actividades que se proponen a los estudiantes deben contribuir al reconocimiento de la cívica, el análisis crítico del mundo cotidiano y de la matemática como actividad humana cultural, social y política.

4.3. Tercera fase. Recolección de datos

Las guías de Escuela Nueva de matemáticas, propuestas por el MEN (2010) para el grado quinto en Colombia, se componen de tres textos denominados: primera, segunda y tercera cartilla de 83, 91 y 87 páginas, respectivamente. Cada cartilla contiene una cadena de tareas distribuidas en diferentes guías de trabajo (guía 1 hasta guía 18).

Como el objetivo de esta investigación es establecer la manera en que las tareas de modelación de los libros de texto de matemática del grado quinto de Escuela Nueva en Colombia incorporan situaciones propias de la cultura y del contexto rural, aspectos que deben visualizarse en las formas de actuación de los estudiantes, se centró la atención en los contextos y situaciones que presentan las tareas de las guías de Escuela Nueva. Pues, es en ellas que los estudiantes son evocados a utilizar las matemáticas en diferentes contextos, de allí que los datos fueron recogidos a partir de una lectura general de las cartillas.

Las guías fueron analizadas en dos etapas: La primera, se relacionó con la identificación y clasificación de los problemas de palabras o enunciados verbales según su estructura propuestos por Dindyal (2010), los tipos de contexto de Martínez (2003) y los fenómenos contextuales que emergieron en este proyecto, durante la revisión de las mismas.

La segunda etapa correspondió a la tipificación y análisis de las tareas que cumplen con los elementos que caracterizan la modelación matemática de acuerdo a Da Silva y Kato (2012). En cada una de las etapas, se utilizó el programa Excel de Microsoft Office para llevar a cabo el conteo y codificación de los datos.

4.4. Cuarta fase. Análisis e interpretación de Datos

El análisis de las tareas de las cartillas de Escuela Nueva se realizó desde dos perspectivas. La primera, a partir del tipo de problema según su estructura según Dindyal (2010), el contexto (Martínez, 2003) y el fenómeno contextual (este proyecto). La segunda visión, tuvo relación con los elementos que caracterizan una actividad de modelación desde la perspectiva sociocrítica según Da Silva y Kato (2012). Esta fase se subdividió en dos

aspectos: uno relacionado con los contextos y tareas presentes en las guías y dos con las actividades de la modelación desde la perspectiva sociocrítica.

4.4.1. Las tareas según tipo de problemas, contexto y fenómeno contextual.

El 60.4% de las tareas de las cartillas de Escuela Nueva para el grado quinto fueron catalogadas, en el proceso de análisis, como problemas de palabras o enunciados verbales de tipo estructurado, semiestructurado o no estructurado. Las tareas seleccionadas de las cartillas fueron relacionadas con la modelación; puesto que, los problemas de palabras son considerados como el único medio para proporcionar a los estudiantes una experiencia básica de matematización, de modelos matemáticos y, supuestamente, enlazan las matemáticas con aspectos del mundo real (Dindyal, 2010; Bahmaei, 2011).

La teoría expuesta en este proyecto [tipos de problemas de palabras según su estructura (Dindyal, 2010), tipos de contextos (Martínez S, 2003) y fenómenos contextuales (este proyecto)] se extrapola a las tareas de los libros de texto de Escuela Nueva para el grado quinto de primaria en Colombia (primer objetivo específico).

En la **Tabla 7** se presentan algunos ejemplos de problemas de palabras, según su estructura. La primera tarea muestra todos los datos necesarios para resolverla, da poco espacio a la creatividad para su resolución, por ello es de tipo *estructurado*. Por otro lado, el desarrollo de contenido de la tarea lleva implícito que el estudiante imagine su realidad, por tanto se delimita dentro del *contexto evocado*. De igual manera, las situaciones presentadas son propias de la naturaleza (naranjas dañadas, café infectado), por lo tanto se enmarca dentro del *fenómeno contextual natural*.

La segunda tarea es un enunciado verbal *semiestructurado*. En ella se presenta algunos datos, una tabla para completar y da la posibilidad para que el estudiante utilice diferentes estrategias para resolver la situación. Así mismo, la tarea sugiere al estudiante dibujar, propio de una situación pedagógica o didáctica, por lo cual se enmarca dentro del *contexto simulado* y el *fenómeno contextual artificial*.

Tabla 7. Tipos de problemas según estructura, presentes en las cartillas Escuela Nueva de Colombia

Tipo de problema	Tarea que lo representa																														
Estructurado	<p>1. Escribe las siguientes expresiones como razones, usa también la representación como fracción.</p> <ul style="list-style-type: none">  En una caja de naranjas por cada 20 naranjas buenas se encuentran 3 dañadas.  En un cultivo de café se encuentra que por cada 100 plantas, 2 se encuentran infectadas. <p style="text-align: right;">Primera cartilla. Guía 6C, p.80</p>																														
Semiestructurado	<p>4. Haz varios rectángulos cuyo perímetro sea 12 cm. Calcula el área de cada uno de ellos y llena la tabla.</p> <table border="1" data-bbox="646 1205 1466 1493"> <thead> <tr> <th colspan="4" data-bbox="646 1205 1466 1241">Relación entre el perímetro y el área de algunos rectángulos</th> </tr> <tr> <th colspan="2" data-bbox="646 1241 935 1268">Dimensiones del rectángulo</th> <th data-bbox="935 1241 1198 1268" rowspan="2">Perímetro</th> <th data-bbox="1198 1241 1466 1268" rowspan="2">Área</th> </tr> <tr> <th data-bbox="646 1268 789 1295">Base</th> <th data-bbox="789 1268 935 1295">Altura</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="646 1295 789 1335">1 cm</td> <td data-bbox="789 1295 935 1335">5 cm</td> <td data-bbox="935 1295 1198 1335"></td> <td data-bbox="1198 1295 1466 1335"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="646 1335 789 1375">2 cm</td> <td data-bbox="789 1335 935 1375"></td> <td data-bbox="935 1335 1198 1375"></td> <td data-bbox="1198 1335 1466 1375"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="646 1375 789 1415">3 cm</td> <td data-bbox="789 1375 935 1415"></td> <td data-bbox="935 1375 1198 1415"></td> <td data-bbox="1198 1375 1466 1415"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="646 1415 789 1455">4 cm</td> <td data-bbox="789 1415 935 1455"></td> <td data-bbox="935 1415 1198 1455"></td> <td data-bbox="1198 1415 1466 1455"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="646 1455 789 1493">5 cm</td> <td data-bbox="789 1455 935 1493"></td> <td data-bbox="935 1455 1198 1493"></td> <td data-bbox="1198 1455 1466 1493"></td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="672 1514 1154 1654" style="text-align: center;">Se pueden construir varios rectángulos con perímetros iguales y áreas diferentes.</p>  <p style="text-align: right;">Segunda cartilla. Guía 13D, p.90</p>	Relación entre el perímetro y el área de algunos rectángulos				Dimensiones del rectángulo		Perímetro	Área	Base	Altura	1 cm	5 cm			2 cm				3 cm				4 cm				5 cm			
Relación entre el perímetro y el área de algunos rectángulos																															
Dimensiones del rectángulo		Perímetro	Área																												
Base	Altura																														
1 cm	5 cm																														
2 cm																															
3 cm																															
4 cm																															
5 cm																															

Continuación tabla 7. Tipos de problemas según estructura, presentes en las cartillas Escuela Nueva de Colombia

<p>No estructurado</p>	<p>9. Si en tu comunidad hay un Banco Agrario u otra entidad financiera, haz una visita acompañado por otros niños y por una persona mayor. Solicita en primer lugar la información que a ti te interese.</p>  <p>Tercera cartilla. Guía 14D, p.28</p>
------------------------	--

Fuente: MEN (2010c), Guías de matemáticas y producción propia.

La tercera tarea se delimita dentro de un problema de palabras *no estructurado*, por no presentar ningún dato específico y ofrece, al estudiante, la posibilidad de utilizar toda su creatividad para la investigación y capacidad de involucrarse de manera directa con una situación de la vida cotidiana, por ello la tarea se presenta en un *contexto real* y como las prácticas bancaria son propias de gran parte de las actividades diarias de las personas tanto de la zona urbana como de la zona rural, la tarea se circunscribe en un *fenómeno contextual social*.

El uso de los contextos en las tareas de modelación de los libros de texto del grado quinto de Escuela Nueva (segundo objetivo específico) se determinó según los contextos de Martínez (2003) y los fenómenos contextuales (emergidos en la investigación). La **Tabla 8** muestra algunos ejemplos de tareas según el tipo de contexto.

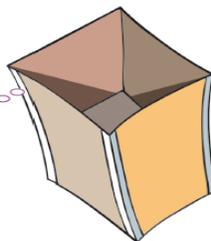
La primera tarea pide al estudiante realizar una consulta o investigación sobre recibos de pago. La resolución de la tarea se produce en un *contexto real*, contexto que hace parte de la cotidianidad de los estudiantes, por lo cual se relaciona con el *fenómeno contextual social* y como en la tarea no se presentan datos (la factura de servicio público lo proporciona) se enmarca en un *enunciado verbal no estructurado*, propio de la modelación.

La segunda tarea indica que los estudiantes deben realizar un experimento, lo que convierte dicha circunstancia en un *contexto simulado*. La tarea propone realizar una actividad que se realiza en diversos contextos sociales (mezclar agua y gelatina), por lo cual, hace parte de un *fenómeno contextual social*. El tipo de problema que representa es el *estructurado*.

La tercera tarea propone un contexto del mundo real familiar para los estudiantes de la zona rural (la cría de pollos), pero imaginado; es decir un *contexto evocado*. La situación que se presenta pertenece a un fenómeno *contextual natural*; ya que, el consumo alimenticio, en este caso de los pollos, es algo biológico.

Otros contextos, propios de situaciones de la vida diaria, presentados en las tareas de las cartillas de Escuela Nueva se relacionan con criadero de animales, cultivo y cosecha de productos (zanahorias, arvejas, café, tomate, hortalizas, naranjas), preparación de alimentos (mermeladas, crema de zanahoria...); compra y venta de bienes raíces (lotes, terrenos), de artículos y productos (huevos, vinagre, flores, periódico); producción de bocadillos, uso de material reciclable, de fungicidas, reconocimiento de algunas culturas indígenas (los Calima, los Arhuacos); situaciones sobre ahorro, salarios, descuentos, salud (vacunación), donaciones, de deportes (baloncesto, fútbol, ciclismo, natación, tejo), ingreso a la universidad, herencias, gobierno escolar, etc.

Tabla 8. Tipos de contexto en las tareas de las cartillas de Escuela Nueva de Colombia.

Contexto	Tarea que lo representa
Real	<p>8. Pregunta en tu casa por los recibos de pago de servicios o por otros comprobantes de pago. Analízalos con alguien de la familia y fíjate cómo utilizan la coma y el punto en la representación de los números. Comenta lo que tú sabes al respecto.</p> <p style="text-align: right;">Tercera cartilla. Guía 14D, p.28</p>
Simulado	<p>4. Hagan un experimento, preparen las dos mezclas, para  ello elaboren un cubito de 1 cm³. Consigan suficiente gelatina de color rojo fuerte.</p> <p><i>Mezcla Uno:</i> 2 cc de polvo de gelatina de color rojo se disuelven en el agua que contiene una vasija a la que previamente se le ha vertido el contenido de 3 vasos. <i>Mezcla Dos:</i> 7 cc de polvo de gelatina del mismo color rojo se disuelve en una vasija cuyo contenido es el de 8 vasos de agua.</p> <p>Coloquen cinta en las aristas para que no queden huecos.</p>  <p>Pueden usar anilina, pero tengan cuidado de no ir a beber esta mezcla o meterse los dedos a la boca. La anilina es tóxica. Pidan colaboración a su profesora.</p> <p>Consigan un vaso plástico (no usen material de vidrio) y tres vasijas. Una para llevar agua al sitio del experimento, otra en la que echarán los 3 vasos de agua y la otra, para los 7 vasos. Busquen que las 2 vasijas en las que van a mezclar el agua y la gelatina sean transparentes.</p> <p>Revuelvan muy bien las dos mezclas y compárenlas. ¿Hay una que es más roja que la otra? ¿Cuál?</p> <p style="text-align: right;">Primera cartilla. Guía 1B, pág. 18</p>
Evocado	 <p>Rosita tiene cría de pollos. La existencia que tiene de alimento para el mes de julio es 850 kilos de concentrado de maíz y 550 kilos de concentrado de otros cereales. Estos concentrados se pueden mezclar. Si el consumo diario es de 45 kilos aproximadamente, ¿alcanzará el concentrado para todo el mes de julio?</p> <p>¿Qué sabe Rosita de su problema?</p>  <p>Tengo 850 kilos de uno y 550 kilos de otro... Los pollos se comen 45 kilos diarios de concentrado...</p> <p>Julio tiene 31 días...</p> <p>¿Qué necesita saber Rosita?</p> <p>¿Cómo procede Rosita?</p> <p>¿Cuántos kilos se obtienen con la mezcla de concentrados? ¿Me alcanzará para todo el mes de julio?</p> <p style="text-align: right;">Segunda cartilla. Guía 7B, p.13</p>

Fuente: MEN (2010c), Guías de matemáticas y producción propia.

Los fenómenos contextuales, que para esta investigación, se refieren a todas aquellas situaciones, circunstancias o realidades que se manifiestan en relación con lo social, lo natural o lo artificial, están ejemplificados en la **Tabla 9** con las tareas de las cartillas de Escuela Nueva.

La primera tarea presenta la lluvia como fenómeno natural que incide en la cosecha de un producto agrario, por lo cual está inmersa en *el fenómeno contextual natural*. Los datos proporcionados denotan que es un tipo de problema *estructurado* y el contexto se presenta en dos dimensiones: i) hasta la primera pregunta se observa un contexto *evocado*. Sin embargo, la segunda y tercera pregunta de la tarea presenta un *contexto real*, puesto que invita al estudiante a vivir la situación averiguando por el peso y el precio actual del bulto de café.

La segunda tarea propone a los estudiantes involucrarse en la cultura (*fenómeno contextual social*) de algunos grupos nativos, no presenta datos específicos (*problema no estructurado*) y exhorta a la investigación sobre patrones geométricos que presentan las figuras de los grupos indígenas de la región (*contexto real*).

La tercera tarea se incluye en un *fenómeno contextual artificial*, puesto que hace referencia a una situación intramatemática, a un proceso didáctico para el aprendizaje y reconocimiento del objeto matemático la semejanza. De igual manera, se encierra en un *contexto simulado* porque incita a los estudiantes a realizar una actividad de manipulación de tipo académico y al indicar las unidades contenidas de cada uno de los lados de un cuadrilátero se circunscribe en un *problema de palabra estructurado*.

Tabla 9. Fenómenos contextuales presentes en las tareas de las cartillas de Escuela Nueva.

Fenómeno contextual	Tarea que lo representa
Natural	<p>En los últimos meses ha llovido poco. Don Joaquín cultiva café, él estima que en la cosecha apenas recogerá $\frac{3}{5}$ de la cosecha anterior. Si se sabe que en la cosecha anterior recogió 160 sacos:</p> <ul style="list-style-type: none">  ¿Cuántos bultos estima recoger don Joaquín?  Averigua cuánto pesa un saco, expresa la cantidad que estima recoger don Joaquín en arrobas y en kilogramos.  Averigua el precio de un saco de café, calcula cuánto dinero estima recibir por la venta de lo producido. <p style="text-align: right;">Primera cartilla. Guía 4D, p. 56</p>
Social	<p style="text-align: center;">Identifiquemos la geometría existente en las culturas indígenas</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <p>1. Hemos conocido producciones de artefactos y utensilios de comunidades indígenas. Muchas de ellas ahora las conocemos como artesanías, pero en estas comunidades tienen significados profundos sobre su manera de pensar la naturaleza, sus creencias y su vida social. Estas producciones muestran la riqueza de un conocimiento geométrico práctico que tienen estas comunidades.</p> </div> <p>Investiguen algunas figuras de nuestras culturas indígenas que tengan patrones geométricos y píntenlos en $\frac{1}{8}$ de cartulina. Busquen el significado que le da la cultura indígena a esas figuras, dónde se ubicaron, cuáles eran sus costumbres, etc. Visiten algunas páginas de Internet que traten el tema y busquen información complementaria en libros de nuestra historia.</p> <p style="text-align: right;">Segunda cartilla. Guía 10D, p. 58</p>
Artificial	<p>Construyan dos cuadriláteros con palos de paletas, uno de 3, 4, 6 y 2 palos en cada lado; y el otro de longitudes al doble. ¿Los cuadriláteros son semejantes? Justifiquen sus respuestas.</p> <p>Ahora, construyan esos cuadriláteros utilizando las regletas. ¿Son semejantes estos cuadriláteros a pesar de que los ángulos son distintos?</p> <p style="text-align: right;">Segunda cartilla. Guía 12A, p. 70</p>

Fuente: MEN (2010c) y producción propia.

4.4.2. Actividades de las cartillas de Escuela Nueva desde la perspectiva sociocrítica.

La perspectiva sociocrítica de la modelación hace énfasis en la comprensión crítica del mundo, el análisis y reflexión de las situaciones cotidianas, el papel del individuo en la sociedad (Kaiser & Sriraman, 2006; Orey & Rosa, 2007; Araújo, 2009; Da Silva & Kato, 2012) y, en el aula de clase, se concibe como un espacio democrático, colaborativo y reflexivo (Parra, 2015).

En esta investigación, también, se analizó la relación que existe entre las actividades de los libros de texto de Escuela Nueva con respecto a los elementos que caracterizan una actividad de modelación matemática desde la perspectiva sociocrítica de la modelación (tercer objetivo específico), según Da Silva y Kato (2012).

La **Tabla 10** muestra algunos ejemplos de actividades o tareas de las cartillas de Escuela Nueva que se relacionan con la primera característica [participación activa de los estudiantes en la construcción de un modelo] propuesta por Da Silva y Kato (2012), la cual contiene tres significantes relacionados con el trabajo colaborativo mediante actividades grupales, la reflexión crítica y participativa por medio de la argumentación o justificación de situaciones problémicas y la oportunidad a los estudiantes para escoger los problemas o situaciones del contexto de su interés.

En la primera tarea (números 4 y 5) se solicita a los estudiantes trabajar en equipo para compartir sus procedimientos y opiniones, incentivando de esta manera el trabajo cooperativo.

La segunda tarea permite a los estudiantes exponer sus argumentos y llegar a unas conclusiones de acuerdo a su diálogo y reflexión. Lo que contribuye al ejercicio de la ciudadanía, negociación, la discusión, la escucha y el respeto por las ideas de los demás.

La tercera tarea permite a los estudiantes crear un problema a partir de un tema como la adición de decimales, dejando espacio para la creatividad y la toma de decisiones, contribuyendo a la autonomía y a la escogencia de situaciones propias de la vida cotidiana.

Tabla 10. Ejemplos de tareas o actividades relacionadas con la participación activa de los estudiantes en la construcción de un modelo.

Significante	Tarea que lo representa
Trabajo en grupo	 <p>4. Comparen sus procedimientos y respuestas.</p> <p>5. Conversen sobre un método que les permita encontrar fracciones equivalentes.</p> <p>¿Cuántas fracciones equivalentes a una fracción dada podrían encontrar si aplican el procedimiento encontrado?</p> <p style="text-align: right;">Primera cartilla. Guía 5C, p. 65</p>
Participación crítica y democrática de los estudiantes	<p>1. En la escuela “El Platanal” 40 niños dieron una calificación de “E” y en la “El Libertador” lo hicieron 19. ¿Se podría decir que al comparar la cantidad de niños que calificaron “E”, una escuela está mejor que otra? Discutan sus respuestas y escriban sus conclusiones.</p> <p style="text-align: right;">Tercera cartilla. Guía 17b, p. 69</p>
Escogencia de problemas por los estudiantes	<p>3. Inventen otro problema que requiera de la adición o de la sustracción de números decimales. Intercambien sus cuadernos para que compartan la riqueza de sus trabajos.</p> <p style="text-align: right;">Segunda cartilla. Guía 14A, p. 13</p>

Fuente: Guías de Escuela Nueva del grado quinto de primaria. MEN (2010c) y producción propia.

La segunda característica [participación activa de los estudiantes en la sociedad] planteada por Da Silva y Kato (2012) engloba cuatro significantes orientados hacia el debate de cuestiones sociales y actuaciones comunitarias, extensión en un contexto social a partir

de la participación de los estudiantes con problemas externos a la escuela y el uso de la matemática en un contexto no escolar.

Para esta categoría, al analizar cada una de las actividades de las guías de Escuela Nueva se encontró que sólo el significativo importancia de la matemática en la sociedad está representado en tareas que invitan a los estudiantes a usar los conocimientos adquiridos en la sociedad (Ver **Tabla 11**). La tarea presenta una situación en la que se les solicita a los estudiantes realizar la modificación de una receta de acuerdo al número de personas que viven en su casa. Esta tarea permite, implícitamente, que los estudiantes relacionen la matemática con situaciones que podrían presentarse en la casa o en la vida diaria.

Tabla 11. Ejemplo de tareas o actividades relacionadas con la participación activa de los estudiantes en la sociedad.

Significante	Tarea que lo representa																
Desarrollo de acciones comunitarias	No se evidencia en las cartillas de Escuela Nueva																
Extensión en un contexto social	No se evidencia en las cartillas de Escuela Nueva																
Actuación crítica en la sociedad	No se evidencia en las cartillas de Escuela Nueva																
Importancia de la matemática en la sociedad	<p>Aquí tienes una receta para 6 personas. Escoge una y haz la modificación que sea necesaria según el número de personas que haya en tu casa.</p> <p style="text-align: center;">Crema de zanahoria</p> <p style="text-align: center;">Ingredientes</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>Zanahoria</td><td>1 libra</td></tr> <tr><td>Leche</td><td>1 taza</td></tr> <tr><td>Agua</td><td>7 tazas</td></tr> <tr><td>Cubos de caldo</td><td>2</td></tr> <tr><td>Mantequilla</td><td>1 cucharada</td></tr> <tr><td>Vino (opcional)</td><td>1 copa</td></tr> <tr><td>Sal</td><td>al gusto</td></tr> <tr><td>Huevos</td><td>2</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">Preparación:</p> <p>Cocine la zanahoria con sal, licúela en la leche, agréguele el agua y los cubos de caldo, la mantequilla y el vino. Cocínela y sívala con rodajas de huevo duro.</p> <div style="text-align: right;">  </div> <p style="text-align: right;">Tercera cartilla. Guía 16D, p. 62</p>	Zanahoria	1 libra	Leche	1 taza	Agua	7 tazas	Cubos de caldo	2	Mantequilla	1 cucharada	Vino (opcional)	1 copa	Sal	al gusto	Huevos	2
Zanahoria	1 libra																
Leche	1 taza																
Agua	7 tazas																
Cubos de caldo	2																
Mantequilla	1 cucharada																
Vino (opcional)	1 copa																
Sal	al gusto																
Huevos	2																

Fuente: Guías de Escuela Nueva del grado quinto de primaria. MEN (2010c) y producción propia.

La tercera característica [problemas no matemática de la realidad] citada por Da Silva y Kato (2012) se relaciona con cinco significantes que tienen que ver con el uso de las situaciones no matemáticas de la realidad, la oportunidad para que los estudiantes escojan sus problemas, la producción de modelos como expresiones numéricas y geométricas, diagramas, gráficas y tablas.

En la **Tabla 12** se presentan ejemplos de tareas de las cartillas de Escuela Nueva en relación con la tercera característica de los elementos que caracterizan una actividad de modelación de Da Silva y Kato (2012) y cada uno de sus significantes.

La primera tarea es una tarea relacionada con la cultura indígena, población que también habita regiones rurales de Colombia. La situación propuesta tiene lugar fuera de la escuela, la información es de la vida real y los datos pueden modificar las estrategias de resolución de los estudiantes.

La segunda tarea exhorta a los estudiantes a escoger un problema de la vida cotidiana y los involucra en un proceso de modelación con equipos de trabajo.

La tercera tarea tiene que ver con la interpretación de modelos, en este caso sobre la comparación entre los intereses de un préstamo y los de una cuenta de ahorro. Es una tarea propia de modelación con la que los estudiantes pueden razonar de manera crítica sobre las relaciones bancarias.

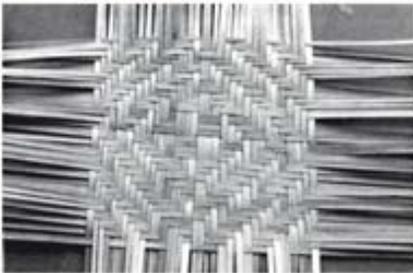
La cuarta tarea pide a los estudiantes investigar sobre la forma artesanal de elementos que construyen los indígenas Arhuacos (habitantes de la Sierra Nevada de Santa Marta, Colombia), dando la posibilidad, a los estudiantes, de conocer sobre diferentes costumbres de la diversidad étnica de Colombia.

La quinta tarea muestra una encuesta de opinión sobre el ahorro de energía eléctrica. La importancia de la matemática se da al reflexionar sobre el impacto ambiental que concede el ahorrar o no energía eléctrica.

Tabla 12. Ejemplos de tareas o actividades relacionadas con problemas no matemáticas de la realidad.

Significante	Tarea que lo representa
<p>Utilizar problemas no matemáticos de la realidad</p>	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 10px;"> <p>La Cultura Calima elaboraba vasijas, tal como lo muestra la imagen. Elaboren la vasija y contesten:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✔ ¿Cuál es la forma del sólido que predomina? ✔ Conversen sobre por qué nuestros indígenas usaban partes del cuerpo humano en sus construcciones. </div> </div> <p style="text-align: right;">Segunda cartilla. Guía 11B, p. 63</p>
<p>Escogencia de problemas por parte de los estudiantes</p>	<p>1. Conversen sobre hechos de la escuela o de la comunidad que les interese investigar. Pídanle ayuda a su profesor o profesora. Tengan en cuenta cosas como:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✔ Precisar muy bien las preguntas que desean responder. ✔ Cuál es la información que tienen que recoger. ✔ Cómo van a recogerla. ✔ Cómo van a organizar la información. Qué tablas y gráficas van elaborar. ✔ Cómo van a analizar la información. ✔ Cómo van a elaborar su informe. <p style="text-align: right;">Tercera cartilla. Guía 17D, p. 79</p>

Continuación tabla 12. Ejemplos de tareas o actividades relacionadas con problemas no matemáticas de la realidad.

Interpretación de modelos matemáticos de acuerdo a la realidad	<p>5. Averigüen con personas mayores cómo son los préstamos del Banco Agrario y los intereses que el usuario debe pagar por ellos. También averigüen si cuando se tienen cuentas de ahorros se reciben intereses por el dinero depositado. Comparen qué tan altos son los intereses en cada caso.</p> <p style="text-align: right;">Tercera cartilla. Guía 15C, p. 41</p>
Considera la cultura de los estudiantes	<p>2. Pueden consultar la página del profesor Luis Guillermo Vasco Uribe y la cartilla "Dugunawin. El padre de la cestería". En su contenido muestra cómo elaboran un cesto los indígenas Arhuacos que habitan la Sierra Nevada de Santa Marta. Construyan la base con tiras de papel o pitillos de papel.</p>  <p style="text-align: right;">Foto de la base del cesto.</p> <p style="text-align: right;">Segunda cartilla. Guía 14A, p. 13</p>
Importancia de la matemática en la sociedad	<p>4. En una encuesta de opinión, un periódico publica los resultados mediante la siguiente gráfica:</p>  <p style="text-align: center;">¿Está usted de acuerdo en ahorrar energía considerando la sequía que vive el país?</p> <p style="text-align: center;">El número de encuestados fue de 5000 personas.</p> <ul style="list-style-type: none"> 👉 ¿Cuántas contestaron sí? 👉 ¿Cuántas contestaron no? 👉 ¿Cuántas no contestaron? <p style="text-align: right;">Tercera cartilla. Guía 15C, p. 41</p>

Fuente: Guías de Escuela Nueva del grado quinto de primaria. MEN (2010c) y producción propia.

5. Resultados y conclusiones

5.1. Tareas estructuradas y contextualizadas como principal recurso de las guías de Escuela Nueva

De las 364 tareas pertenecientes a las tres cartillas de matemáticas de quinto de Escuela Nueva, se determinó que 220 pertenecen a enunciados verbales, según su estructura, (estructurados, semiestructurados o no estructurados) y cada una fue circunscrita en un contexto (real, simulado o evocado) y un fenómeno contextual (social, natural o artificial).

La **Tabla 13** muestra los resultados obtenidos, en terminos de frecuencias de datos y a partir de ella se obtienen los porcentajes de cada aspecto (tipo de problema, contexto y fenómeno contextual).

Tabla 13. *Frecuencia de tipos de problemas, contextos y fenómenos contextuales*

		Tipo de problema								
		Estructurado			Semiestructurado			No estructurado		
Fenómeno Contextual	Contexto	Real	Simulado	Evocado	Real	Simulado	Evocado	Real	Simulado	Evocado
	Social		0	12	38	3	3	12	7	0
Natural		1	0	3	0	0	1	3	0	0
Artificial		0	19	50	3	7	43	5	1	4

Fuente: Adaptación de la teoría de Dindyal (2010), Martínez (2003) y producción propia.

Del total de tareas circunscritas como problemas verbales, 123 correspondientes al 55.9% aprox. son de tipo estructurado, 72 representan el 32.7% aprox. de semiestructurado y 25 indican el 11.4% aprox. del tipo de problema no estructurado.

Los problemas de palabras o enunciados verbales se han tomado en la literatura matemática (Galbraith & Stillman, 2001; Dindyal, 2010; Bahmaei, 2011) como situaciones que coadyuvan a la relación de la matemática con la realidad. Los problemas de palabras siempre se conectan con un contexto.

Los contextos presentes en las tareas de las cartillas de Escuela Nueva, para el grado quinto de primaria, corresponden el 10.0% aprox. al real, 19.1% aprox. al simulado y 70.9% aprox. al evocado.

Los contextos pueden ser reales, simulados o evocados. Un *contexto real* es usado para resolver una situación de carácter práctico, que se da en una situación real, en la vida cotidiana de los estudiantes. Un *contexto simulado* tiene que ver con las situaciones tomadas de la realidad y llevados a entornos didácticos para el desarrollo y aplicación de procedimientos o de conceptos matemáticos. Un *contexto evocado* se relaciona con situaciones que se proponen en el aula de clase que permiten imaginar dónde tiene lugar ese hecho (Martínez, 2003).

Con relación a los fenómenos contextuales, el 36.4% aprox. pertenece al social, 3.6% aprox. al natural y 60.0% aprox. al artificial.

Los contextos pueden estar inmersos en fenómenos contextuales, que para esta investigación, se refieren a todas aquellas situaciones, circunstancias o realidades que se manifiestan en relación con lo social, lo natural o lo artificial. Un *fenómeno contextual natural* se conecta con situaciones que provienen de la naturaleza (situaciones biológicas o físicas naturales). Un *fenómeno contextual social* se relaciona con la sociedad, sus actividades, comportamientos, costumbres, situaciones culturales, políticas, religiosas, económica... Un *fenómeno contextual artificial* hace alusión a condiciones en las cuales el

ser humano ha intervenido, a los ambientes artificiales o didácticos, a objetos inanimados o a situaciones irreales que solo existen en la imaginación y a operaciones y procedimientos solamente matemáticos.

En esta investigación se analizó las tareas de las cartillas de Escuela Nueva del grado quinto con relación a la clasificación de los problemas de palabras propuestos por Dindyal (2010) y se encontró que el planteamiento realizado por el autor puede ser ampliado en cuanto al concepto de las clasificaciones (estructurados, semiestructurados y no estructurados). Dindyal (2010) plantea que:

Los problemas *estructurados* son los problemas de palabras tradicionales en los que se describe un contexto real plausible y se proporciona toda la información necesaria. Los estudiantes no tienen que recolectar ningún dato o hacer cualquier tipo de mediciones. Ellos ya saben cuáles son los números involucrados. El problema está cerrado, ya que los datos proporcionados en la problema dejan poco espacio a respuestas creativas¹⁹. (p. 106. Traducción propia)

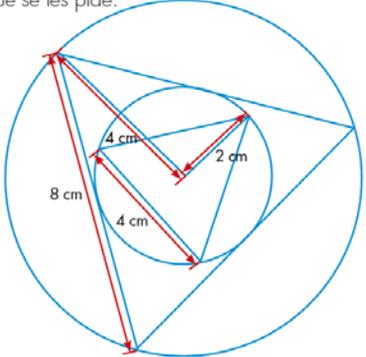
Para esta investigación, de acuerdo al análisis realizado, los problemas de palabras *estructurados* son aquellos enunciados verbales tradicionales que describen un contexto cotidiano accesible que puede ser real, evocado o simulado; provienen de fenómenos naturales, sociales o artificiales. En estos enunciados verbales se proporciona toda la información necesaria. Por ello, los estudiantes no tienen que recoger ningún dato, ni hacer

¹⁹ Texto original en inglés: structured problems are the traditional word problems in which a plausible real context is described and all necessary information is provided. The students do not have to collect any data or make any type of measurements. They already know what are the numbers involved. The problem is closed as the data provided in the problem leave little room creative responses.

mediciones de ninguna índole. Este tipo de problemas son cerrados, no dan lugar a que el estudiante utilice diferentes estrategias para solucionarlos.

En las cartillas de Escuela Nueva del grado quinto en Colombia, de las 220 tareas catalogadas como problemas de palabras, un 55.9% son estructurados. Algunos ejemplos se presentan en la **Tabla 14**.

Tabla 14. Ejemplos de problemas estructurados

Localización	Problemas estructurados
<p>Primera cartilla. Guía 4D - Pág. 57</p>	<p>4. Consigue vasijas y agua y ejecuta las acciones que necesitas para resolver los siguientes problemas:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✔ $\frac{3}{4}$ de litro de agua se reparten en frascos a los que les cabe $\frac{1}{12}$ de litro. ¿Cuántos de estos frascos se necesitan? <div style="text-align: center;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> ✔ $\frac{1}{2}$ de galón se reparte en tarros de $\frac{1}{6}$ de galón. ¿Cuántos tarros se necesitan?
<p>Segunda cartilla. Guía 10B - Pág. 53</p>	<p>4. Realicen el siguiente diseño y hagan lo que se les pide:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✔ Calculen los perímetros de los triángulos equiláteros. ✔ Escriban la relación multiplicativa que existe entre los perímetros. ✔ ¿Es posible que la relación multiplicativa entre los perímetros sea la misma que la que existe entre los radios de la circunferencia? <div style="text-align: center;">  </div>

Fuente: Guías de Escuela Nueva del grado quinto de primaria. MEN (2010c).

Con relación a los problemas *semiestructurados*, Dindyal (2010) afirma que:

En este tipo de problemas se describe un contexto de la vida real y algunos datos son, generalmente, proporcionados en una tabla. Se da la oportunidad que los estudiantes interpreten los datos dados para completar la tarea de modelación. Las preguntas son de composición abierta dando la posibilidad a los estudiantes de dar respuestas creativas²⁰. (p. 106. Traducción propia)

En esta investigación, se determinó que los enunciados verbales *semiestructurados* describen un contexto cotidiano accesible que puede ser real, evocado o simulado; provienen de un fenómeno natural, social o artificial y proveen algunos datos en tablas o presentan la información incompleta, lo que da la posibilidad a los estudiantes de interpretar los datos proporcionados para completar la tarea de modelación. Las preguntas pueden ser de composición abierta o que den la posibilidad a los estudiantes de dar respuestas creativas.

En las cartillas de Escuela Nueva para el grado quinto, de las 220 tareas consideradas problemas de palabras, un 32.7% pertenecen a los semiestructurados. En la **Tabla 15** se exponen ejemplos de este tipo de problemas encontrados en las cartillas de Escuela Nueva del grado quinto.

²⁰ Texto original en inglés: Semi-structured Problems: In this type of problems, a real-life context is described and some data are usually provided, generally in a table. Students have to interpret the given data to complete the modelling task. The questions are open-ended and students have the opportunity to provide some creative responses

Tabla 15. Ejemplos de problemas semiestructurados

Localización	Problemas Semiestructurados																		
<p>Primera cartilla. Guía 6C - Pág. 81</p>	<p>2. La razón de la cantidad de pintura blanca y la de color rojo que se ha preparado para pintar una bodega es 7:1</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ ¿Cuántos tarros de pintura roja se deben mezclar con 28 de blanca? Y ¿Cuántos con 10.5 tarros? ✓ Si se usa $\frac{1}{2}$ tarro de pintura roja, ¿cuántos de blanca se necesitan para mantener el mismo color? 																		
<p>Tercera cartilla. Guía 16D - Pág. 62</p>	<p>Cuando se va a preparar dicha receta para un número de personas, que no es el que la receta trae, es necesario modificar la cantidad de los ingredientes.</p>  <p>Pero los ingredientes deben modificarse de tal manera que el plato que resulte tenga el mismo sabor que el que se obtendría con la receta original.</p> <p>Aquí tienes una receta para 6 personas. Escoge una y haz la modificación que sea necesaria según el número de personas que haya en tu casa.</p> <p style="text-align: center;">Crema de zanahoria</p> <table border="0" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center;">Ingredientes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Zanahoria</td> <td>1 libra</td> </tr> <tr> <td>Leche</td> <td>1 taza</td> </tr> <tr> <td>Agua</td> <td>7 tazas</td> </tr> <tr> <td>Cubos de caldo</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Mantequilla</td> <td>1 cucharada</td> </tr> <tr> <td>Vino (opcional)</td> <td>1 copa</td> </tr> <tr> <td>Sal</td> <td>al gusto</td> </tr> <tr> <td>Huevos</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> <p>Preparación: Cocine la zanahoria con sal, licúela en la leche, agréguele el agua y los cubos de caldo, la mantequilla y el vino. Cocínela y sívala con rodajas de huevo duro.</p>  <ul style="list-style-type: none"> 3. Si en la casa de Omar se va a preparar la crema de zanahoria para 12 personas, ¿cuál es la cantidad de los ingredientes, para que la crema sea de la misma calidad? 4. En la casa de Rebeca utilizaron $1\frac{1}{2}$ libras de zanahoria, ¿para cuántas personas va a ser preparada la crema? ¿Cuántas tazas de agua echaron en ella? 	Ingredientes		Zanahoria	1 libra	Leche	1 taza	Agua	7 tazas	Cubos de caldo	2	Mantequilla	1 cucharada	Vino (opcional)	1 copa	Sal	al gusto	Huevos	2
Ingredientes																			
Zanahoria	1 libra																		
Leche	1 taza																		
Agua	7 tazas																		
Cubos de caldo	2																		
Mantequilla	1 cucharada																		
Vino (opcional)	1 copa																		
Sal	al gusto																		
Huevos	2																		

Fuente: Guías de Escuela Nueva del grado quinto de primaria. MEN (2010c) y producción propia.

En el caso de los *problemas de palabras no estructurados* Dindyal (2010) afirma que:

Este tipo de problemas son llamados por Galbraith y Stillman (2001) como problemas típicos de modelación. Estos son problemas de modelación en el que no aparece la matemática en el enunciado del problema, donde la formulación del problema, en términos matemáticos, debe ser suministrada por el modelador²¹. (p. 106. Traducción propia)

Para esta investigación, los enunciados verbales *no estructurados* son los problemas característicos de la modelación en los que se describe un contexto cotidiano que puede ser real, evocado o simulado; provienen de un fenómeno natural, social o artificial. Estos problemas son de composición abierta y no proporcionan datos, éstos deben ser suministrados por el modelador.

Un 11.4% de las 220 tareas de las cartillas de Escuela Nueva catalogadas como enunciados verbales son no estructuradas. En la **Tabla 16** se muestran algunos ejemplos.

Al analizar el uso de los contextos en las tareas de modelación de los libros de texto del grado quinto de Escuela Nueva se encontró que, algunos de los contextos que se presentan tienen cierta relación con situaciones propias de la cultura y del contexto rural. Los criaderos de animales, el cultivo y cosecha de productos, compra y venta de lotes y el reconocimiento de algunas culturas indígenas coadyuvan al reconocimiento del contexto extraescolar o sociocultural.

²¹ This type of problems is called as typical modelling problems by Galbraith and Stillman (2001). These are modelling problems in which no mathematics appears in the problem statement, where the formulation of the problem, in mathematical terms, must be supplied by the modeller.

Tabla 16. Ejemplos de problemas no estructurados

Localización	Problemas No estructurados
Segunda cartilla. Guía 11B - Pág. 63	<p>3. Recorten de revistas o periódicos fotografías de esculturas. Analicen cuáles son las figuras geométricas que se utilizaron en cada una de ellas y traten de construirlas.</p>
Tercera cartilla. Guía 17D - Pág. 79	<p>1. Conversen sobre hechos de la escuela o de la comunidad que les interese investigar. Pídanle ayuda a su profesor o profesora. Tengan en cuenta cosas como:</p> <ul style="list-style-type: none">  Precisar muy bien las preguntas que desean responder.  Cuál es la información que tienen que recoger.  Cómo van a recogerla.  Cómo van a organizar la información. Qué tablas y gráficas van elaborar.  Cómo van a analizar la información.  Cómo van a elaborar su informe.

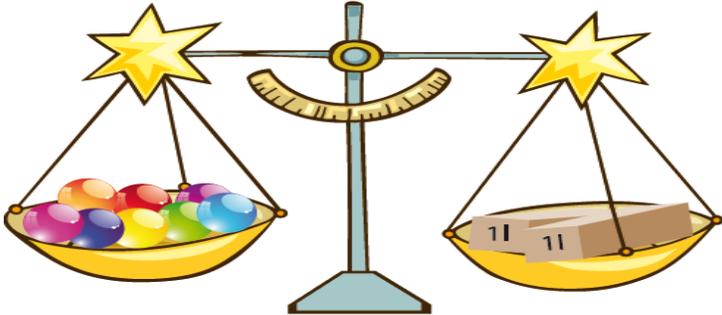
Fuente: Guías de Escuela Nueva del grado quinto de primaria. MEN (2010c) y producción propia.

5.2. Formas de modelación en las tareas de las cartillas de Escuela Nueva.

Las tareas de las cartillas de Escuela Nueva tienen relación con tres perspectivas: la educativa, la realística y la sociocrítica.

Con la perspectiva educativa, debido a que las actividades y tareas son más de tipo pedagógico y didáctico, se utilizan como un medio para suscitar interés por la matemática en los estudiantes y brindar bases para el desarrollo de un determinado contenido matemático, están centradas en aprendizajes utilitarios, en procesos de aprendizaje, en el desarrollo de la comprensión de conceptos, en el estímulo de las habilidades y técnicas de los estudiantes para usar la matemática en la resolución de problemas.

Tabla 17: Ejemplos de tareas según perspectivas de la modelación

Perspectiva de modelación	Tarea que lo representa
Educativa	<p data-bbox="695 344 1386 394">3. Imagina esta situación como una máquina y descubre qué fracción de 1ℓ pesa cada bola.</p>  <p data-bbox="1089 758 1495 793">Primera cartilla. Guía 3D, p. 44</p>
Realística	<p data-bbox="626 806 756 905">• trabaja en grupo •</p> <p data-bbox="789 814 1406 865">1. Resuelvan los problemas y estudien la forma como se hacen las divisiones.</p>  <p data-bbox="667 1171 1398 1234">Una firma distribuidora de telas recibió 3285.75 m de lino que debe despachar, por igual, a 3 clientes. ¿Cuántos metros recibirá cada uno?</p> <p data-bbox="1078 1241 1495 1276">Tercera cartilla. Guía 14C, p. 21</p>
Sociocrítica	 <p data-bbox="764 1654 1490 1759">1. En una jornada de solidaridad organizada por la Cruz Roja Colombiana, don Agustín hizo una donación de \$30845. Su hermano el señor Adolfo donó \$5350 más que don Agustín. ¿De cuánto fue la contribución del Señor Adolfo?</p> <p data-bbox="1073 1759 1495 1791">Tercera cartilla. Guía 14A, p. 10</p>

Fuente: Guías de Escuela Nueva del grado quinto de primaria. MEN (2010c) y producción propia.

Así mismo, las tareas tienen relación con la *perspectiva realística* puesto que, las tareas de las cartillas muestran una matemática pragmático-utilitarista, en lo cual lo importante es la resolución de problemas con situaciones del mundo real, sin una transferencia hacia lo cotidiano. Además, para esta perspectiva lo real no es solamente lo que tienen que ver con el mundo extramatemático y la experiencia sensorial, también hacen parte las situaciones imaginadas, evocadas o artificiales y como se evidencia, gran parte de las tareas analizadas son evocadas o imaginadas.

También, se encontró que, de las 364 tareas de las tres cartillas para el grado quinto de Escuela Nueva, con respecto a los elementos que caracterizan la modelación desde la *perspectiva sociocrítica* propuesta por Da Silva y Kato (2012), el 65,7% de las tareas se relacionan con uno o varios significantes de los elementos que caracterizan una actividad de modelación desde *la perspectiva sociocrítica*. La **Tabla 18** evidencia, en frecuencia de datos, los resultados obtenidos de las tareas en relación con las características de la modelación propuesta por las autoras Da Silva y Kato (2012).

Del 65,7% de las tareas circunscritas en la perspectiva sociocrítica de la modelación, el 58,2% están vinculadas con la primera característica “participación activa de los estudiantes en la construcción de un modelo”, el 3,6% están relacionadas con la segunda característica “participación activa de los estudiantes en la sociedad” y el 9,9% con la tercera característica “problemas no matemáticos de la realidad”.

Tabla 18. Resultados frecuencia de tareas en relación con los elementos que caracterizan una actividad de modelación matemática desde la perspectiva sociocrítica.

Características	Unidades de significado	Frecuencia
C1: Participación activa de los estudiantes en la construcción de un modelo	Trabajo en grupo	141
	Participación crítica y democrática de los estudiantes	62
	Escogencia de problemas por los estudiantes	9
C2: Participación activa de los estudiantes en la sociedad	Desarrollo de acciones comunitarias	0
	Extensión en un contexto social	0
	Actuación crítica en la sociedad	0
	Importancia de la matemática en la sociedad	13
C3: Problemas no matemáticos en la realidad	Utilizar problemas no matemáticos de la realidad	4
	Escogencia de problemas por parte de los estudiantes	9
	Interpretación de modelos matemáticos de acuerdo a la realidad	5
	Considera la cultura de los estudiantes	5
	Importancia de la matemática en la sociedad	13

Fuente: Adaptación de los elementos de las actividades de modelación desde la perspectiva sociocrítica de Da Silva y Kato (2012).

Se evidencia que el trabajo en equipo; con actividades didácticas que propician la reflexión y el aprendizaje colaborativo, el diálogo, la participación activa y la construcción social de conocimientos, es la principal característica de las cartillas de Escuela Nueva, el 38,7% de las tareas sugiere a los estudiantes trabajar en grupo.

La participación crítica y democrática de los estudiantes, aunque dirigida en la mayoría de las tareas, aparece un 17% y se manifiesta cuando se invita a los estudiantes a realizar justificaciones, argumentos, conversatorios o demostraciones sobre una determinada situación intramatemática o extramatemática y el 2,5% de las tareas invita a los estudiantes a que escojan sus problemas.

El 3,6% están inmersas en el significativo “importancia a la matemática en la sociedad” como el uso de la geometría y la medición para elaborar la mejor envoltura y

disminuir los gastos al empacar panela. El 1,1% de las tareas trabaja la matemática con contenidos vivos, prácticos y útiles [matemática viva como lo expresa D'Ambrosio, 1991], es decir con problemas no matemáticos de la realidad como el conocer y comparar los intereses que ofrecen los bancos en los préstamos. Un 1,4% de las tareas da la posibilidad a los estudiantes de interpretar modelos matemáticos y razonar sobre ellos como expresiones numéricas en fórmulas, diagramas, gráficas, expresiones geométricas y tablas. El 1,4% de las tareas toma en cuenta la cultura de los estudiantes de la zona rural a partir de contextos relacionados con la agricultura o con situaciones de la sabiduría indígena.

La perspectiva sociocrítica de la modelación está ligada al trabajo por proyectos (Barbosa 2001; Jacobini & Wodewotzki, 2006; Araújo, 2009) y consiste en organizar a los estudiantes en grupos, los cuales deben elegir temas de interés para ser investigados a través de la matemática. De este modo, los estudiantes realizan discusiones, argumentaciones, justificaciones, negociaciones y aprenden a escuchar y respetar las ideas de los compañeros (Araújo, 2009), estimulando la participación activa espontánea (Parra, 2015).

Aunque, en las cartillas de Escuela Nueva proponen actividades para que los estudiantes realicen conversatorios, discusiones, escuchen y compartan ideas, se encontró que gran parte de las tareas incentiva la participación no espontánea o dirigida (instrucciones) que, como manifiesta Parra (2015), con dificultad involucra a los estudiantes en experiencias con las cuales se identifiquen como sujetos capaces de producir matemáticas e interpretar y reconocer su rol en la sociedad.

Igualmente, la perspectiva sociocrítica de la modelación alude a la dimensión sociocultural de la matemática (Káiser & Sriraman, 2006; Blomhøj, 2009), puesto que, tiene que ver con el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo, así como el papel de la

matemática en la sociedad. Es por ello que, las tareas que se presentan en los textos, en este caso, en las cartillas de Escuela Nueva, deben contribuir al reconocimiento de la cívica, el análisis crítico de la cotidianidad y de la matemática como actividad humana cultural, social y política.

No obstante, se encontró que en las cartillas o guías de Escuela Nueva, a pesar de contener algunas tareas y actividades que nombran contextos relacionados con la cultura rural (productos agrícolas, banco Agrario, costumbres indígenas), requieren de más tareas que involucren directamente a los estudiantes con el contexto cotidiano, su cultura, costumbres, economía y en general con su forma de vivir y percibir el mundo. Tareas en las que tengan que salir del aula de clase para investigar cómo funciona su contexto, tareas reales, no sólo evocadas o artificiales (didácticas).

Es así que, en las cartillas de Escuela Nueva se evidencia un uso de la matemática más dirigida hacia tareas matemáticas escolares que a las sociales. Es decir que, la estructuración de las tareas está más dirigida hacia el desarrollo de los aprendizajes, formación y promoción de conceptos matemáticos que a la comprensión crítica del mundo y de las situaciones cotidianas.

5.3. La visión de cultura en las guías de Escuela Nueva: Una discusión.

La presente investigación buscó establecer la manera en que las tareas de modelación de los libros de texto de matemática del grado quinto de Escuela Nueva en Colombia incorporan situaciones propias de la cultura y del contexto rural. Uno de los aspectos que en este apartado interesa es lo relacionado con la cultura. Esencia propia de los seres humanos,

que tiene relación con las costumbres, las prácticas, las maneras de ser, los rituales, los tipos de vestimenta y las normas de comportamiento y por supuesto los contextos.

La cultura, según Hodge y Cobb (2016), se enmarca dentro de dos posturas: la orientación en la alineación cultural y la orientación en la participación en el aula de clase.

La primera se sitúa en un enfoque en el que la enseñanza está alineada con las experiencias extraescolares de los grupos y se delimita como una red de prácticas acotadas que surgen en la cotidianidad dentro de un grupo o comunidad, la cual puede transmitirse de una generación a otra.

La segunda se ubica en un enfoque de procesos de enseñanza y aprendizaje a nivel del aula, en el que las actividades de clase pueden estar justificadas en términos de oportunidades de aprendizaje de los estudiantes a partir de una participación equitativa y se demarca como un conjunto de prácticas híbridas particulares en las que las personas se constituyen conjuntamente mientras negocian en entornos específicos, tales como la clase de matemáticas.

Las tareas de las cartillas de Escuela Nueva están inmersas, en su gran mayoría, en la visión *la participación en el aula de clase* (ver **Tabla 19**), puesto que consideran la participación dentro del aula a través de la generalización y justificación de soluciones, evaluación de las demostraciones e inferencias de los procedimientos e invitan a los estudiantes a hacer conexiones entre las diversas representaciones de una idea matemática y argumentaciones en grupo.

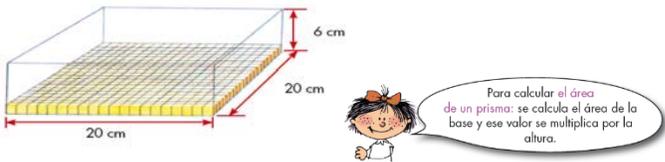
Al mismo tiempo, alguna tareas y actividades propuestas en las guías de Escuela Nueva se encuentran inmersas en *la alineación cultural* (ver **Tabla 19**) teniendo en cuenta

que, éstas (las tareas) intentan construir a partir de prácticas extraescolares aprendizajes matemáticos significativos.

Por esta razón, un criterio clave para el diseño de tareas es aprovechar los intereses y preocupaciones auténticas de una comunidad (Ladson-Billings, 1997). Es decir, sacar provecho de las prácticas extraescolares de los estudiantes para hacer una matemática significativa.

En la promoción de una perspectiva de los estudiantes como seres culturales, las tareas y actividades propuestas en las cartillas plantean una visión positiva de los estudiantes, puesto que los incita a utilizar los recursos, experiencias y aprendizajes desarrollados y adquiridos, tanto dentro como fuera de la escuela a medida que participan en las actividades de la clase.

Tabla 19. Tareas según la visión de cultura en las cartillas de Escuela Nueva

Visión de cultura	Tareas de las cartillas de Escuela Nueva
Participación en el aula de clase	<p>✓ Calculen el volumen del prisma si es como el de la figura.</p>  <p>✓ Discutan sobre una posible fórmula para calcular el volumen de cualquier prisma. Escriban la posible regla.</p> <p>✓ Digan si Mariana tiene razón sobre la fórmula de calcular el área de cualquier prisma. Justifiquen su respuesta.</p> <p style="text-align: right;">Segunda cartilla. Guía 13C, p. 88</p>
Alineación cultural	<p> 8. Pídanle a su profesor que les ayude a intercambiar problemas de matemáticas con otros niños de quinto de otra escuela. Pueden comunicarse por correo físico o de forma virtual. El intercambio puede consistir en que cada semana ustedes les mandan tres o cinco problemas que en el curso hayan inventado y a la vez reciben los que ellos les mandan. Los problemas no son copiados de libros sino inventados por el grupo.</p> <p style="text-align: right;">Segunda cartilla. Guía 7D, p. 22</p>

Fuente: Guías de Escuela Nueva del grado quinto de primaria. MEN (2010c) y producción propia

En este sentido, las tareas de los libros de texto estarían en concordancia con los planteamientos de los lineamientos curriculares y los EBC en lo relacionado a los saberes extraescolares en el aula y a la toma de conciencia en cuanto a la existencia de problemas socioculturales en las clases de matemáticas

“...la educación matemática debería conducir al estudiante a la apropiación de los elementos de su cultura y a la construcción de significados socialmente compartidos, desde luego sin dejar de lado los elementos de la cultura matemática universal” (MEN, 1998, p. 15).

...comenzar por la identificación del conocimiento matemático informal de los estudiantes en relación con las actividades prácticas de su entorno y admitir que el aprendizaje de las matemáticas no es una cuestión relacionada únicamente con aspectos cognitivos, sino que involucra factores de orden afectivo y social, vinculados con contextos de aprendizaje particulares (MEN, 2006, p.47).

En conclusión, la visión de cultura en las tareas de las cartillas de Escuela Nueva es una combinación entre el trabajo intraescolar y el extraescolar, con mayor influencia del primero.

La visión de cultura desde la perspectiva sociocrítica encontrada en las cartillas de Escuela Nueva se relaciona principalmente con la interacción entre los estudiantes a partir del trabajo en grupo y la argumentación y da pocas posibilidades para una participación social.

En cada una de las visiones de cultura, el rol del docente es muy importante, dado que las tareas de los libros de texto no proporcionan una amplia gama de interrogantes, ni proveen diversidad de oportunidades para una *participación espontánea* (Parra, 2015) y tampoco pueden responder o replicar una idea surgida dentro de los debates, conversatorios o argumentaciones en grupo.

5.4. Conclusiones y recomendaciones

La investigación tenía como propósito establecer las maneras en que las tareas de modelación de los libros de texto de matemática del grado quinto de Escuela Nueva en Colombia incorporan situaciones propias de la cultura y del contexto rural. En ese sentido, esta investigación encontró que algunas de las tareas de las cartillas de Escuela Nueva abarcan contextos que tienen cierta relación con situaciones propias de la cultura y del contexto rural (ejemplo de ello se encuentra en las **Tabla 7, Tabla 8, Tabla 9, Tabla 12 y Tabla 16,**) aunque en su gran mayoría son de tipo evocado. El reconocimiento de la cultura o del contexto extraescolar requiere del trabajo con situaciones no matemáticas de la realidad, por lo cual se evidencia que se hace necesario un mayor número de tareas que deben reconocer la importancia de los fenómenos sociales, culturales e institucionales como factores para la construcción del conocimiento matemático escolar y la comprensión crítica de la realidad.

También, se comprobó que las guías de Escuela Nueva promueven el trabajo individual y en grupo, con actividades didácticas que propician la reflexión y el aprendizaje colaborativo por medio de la interacción, el diálogo, la participación activa, aunque dirigida,

y la construcción colectiva de conocimientos. Éstas (las cartillas) son una herramienta importante en las escuelas rurales, especialmente en el aula unitaria o en el aula multigrado, éstas son pensadas para apoyar al estudiante en la construcción de algunos conceptos relacionados con un tema particular del área de conocimiento sin la ayuda directa del profesor.

Las cartillas de Escuela Nueva contienen tareas que incluyen problemas de palabras, los cuales son considerados como medio para enlazar las matemáticas con la cotidianidad y proporcionar a los estudiantes experiencias básicas sobre modelación.

Los problemas de palabras que más aparecen en las cartillas son de tipo estructurado y semiestructurado, importantes en el proceso de modelación por sus características de inducir a los estudiantes en la ejecución de modelos matemáticos a partir de datos presentados. Los enunciados verbales no estructurados o problemas propios de modelación inducen a los estudiantes a la construcción social y democrática del conocimiento, el desarrollo de la creatividad, la participación espontánea, el reconocimiento del contexto cotidiano y la creación de modelos matemáticos sin la presentación de datos específicos, porque son los estudiantes quienes deben proporcionarlos, pero aparecen poco en las cartillas.

Así mismo, se evidenció que las tareas de las guías de Escuela Nueva proponen actividades para que los estudiantes conversen, discutan, compartan ideas, trabajen en grupo y participen de manera dirigida, no espontánea, en la resolución de situaciones o construcción de modelos matemáticos.

Las tareas no incluyen actividades para que los estudiantes debatan sobre cuestiones de la comunidad local o global, para el desarrollo de acciones comunitarias, o confronten el

uso de la matemática en la sociedad a partir de aplicaciones o extensión en un contexto social o la realización de proyectos de intervención comunitaria para una actuación crítica en la sociedad.

Las cartillas que actualmente se utilizan en las escuelas rurales con la metodología Escuela Nueva, propuestas por el MEN (2010a, b, c) pueden contener nuevas tareas, contextos y situaciones que involucren a los estudiantes en escenarios no escolares y haya una mayor conexión y aplicación de la matemática con la realidad del educando.

Algunas tareas analizadas en los libros de texto de Escuela Nueva, como se evidencia en el punto **4.4.1**, presentan contextos y situaciones evocadas, artificiales y algunas reales y en el punto **4.4.2** actividades que involucran a los estudiantes en el trabajo en grupo y participación no espontánea, especialmente. Podría incluirse, en ellas, más situaciones o tareas con contextos reales y proyección sociocultural.

En esta investigación se propone que las cartillas, en una próxima reformulación, incluyan más de los elementos que caracterizan una actividad de modelación desde la perspectiva sociocrítica con aspectos como:

1. mayor cantidad de tareas no estructuradas,
2. mayor uso de los contextos propios de la zona rural y
3. trabajo por proyectos desde la modelación.

Para cumplir con el propósito de incluir la modelación desde la perspectiva sociocrítica en las tareas de las guías de Escuela Nueva, a continuación se presenta una propuesta de tareas:

1. Consulten cuáles son los oficios o profesiones (cafetero, piscicultor, avicultor, apicultor, ganadero, amas de casa, productor de panela...) más comunes en el contexto en el cual viven (vereda, caserío o corregimiento) e investiguen cómo es su oficio, cuál es la manera en que trabajan, qué contribución hacen a la comunidad. Discutan qué tanto las matemáticas dan respuesta a estos problemas y qué otro tipo de conocimientos, fuera de la matemática, ayudan a ello. Por ejemplo:

- a) Investiguen con un miembro de la comunidad que sea constructor, ¿cuál es la manera de planear la construcción de una casa?
- b) Si en su comunidad hay un piscicultor, averigüe cuánto tiempo aproximado se requiere para que un alevino tenga el peso adecuado para el consumo y comercialización (gasto y ganancia) y de qué depende su crecimiento.
- c) ¿Qué se requiere para tener un criadero de pollos? ¿Cuál es el gasto y ganancia que puede obtenerse?

2. Pregunten a la señora cocinera del restaurante escolar cómo hace la sopa, según el número de estudiantes de su escuela.
3. Consulten con su mamá, abuela, tía o hermana qué cantidad de ingredientes usan para cocinar un almuerzo para la familia.
4. Con ayuda de su profesor(a) o de sus familiares preparen pan en la escuela o en la casa. Antes planeen cómo hacerlo.
5. Siembren en la huerta escolar un producto necesario para el consumo diario (cebolla, tomate, cilantro, lechuga, zanahoria, etc.) y realicen un comparativo tiempo-crecimiento y tiempo-producción.

6. ¿Cómo pueden mejorar los espacios cercanos a la escuela o la comunidad y recuperar una zona estropeada por el deterioro del medio ambiente (río, laguna, reserva natural, parque, vía de acceso a la escuela, campo deportivo...)?

Como se demuestra, las tareas, que se proponen, son abiertas, no indican datos, ni procesos esquematizados para resolverlas. Lo que da la posibilidad a los estudiantes de trabajar por proyectos (Barbosa, 2001; Araújo, 2009), de demostrar su capacidad de indagación, de participación espontánea (Parra, 2015), de trabajo en grupo, participación crítica, democrática y activa en la sociedad y en la construcción de modelos (Da Silva & Kato, 2012); se evidencia una matemática viva (D'Ambrosio, 1991), contextos reales (Martínez, 2003) y fenómenos contextuales naturales y sociales (este proyecto). Además, las tareas presentan un tipo de problema no estructurado (Dindyal, 2010).

Aunque esta investigación se ha llevado a cabo en el contexto de los libros de texto para Escuela Nueva en Colombia, tiene implicaciones para los educadores e investigadores de esta nación y de otras partes del mundo. Claramente, los libros de texto tienen un impacto limitado en la ampliación de los horizontes de enseñanza con el propósito de la perspectiva sociocrítica de la modelación, especialmente si los docentes tienen poco conocimiento de la modelación en un contexto matemático y si los diseñadores de texto no incorporan situaciones de modelación en las tareas propuestas.

5.5. Futuras investigaciones y futuras acciones para el mejoramiento de las guías de Escuela Nueva

El desarrollo de este proyecto de investigación permite afirmar que:

1. la investigación dio lugar a un marco teórico que permitió establecer interrelaciones entre las tareas de las cartillas de Escuela Nueva y la modelación, principalmente, desde los problemas de palabras y la perspectiva sociocrítica. En este orden de ideas se identificaron elementos que posibilitaron la conceptualización para abordar el problema. Estos elementos incluyen:
 - los tipos de tareas, según su estructura y contexto, en las cartillas de Escuela Nueva,
 - las formas de modelación en las tareas de las cartillas,
 - las formas de participación en las que se involucran a los estudiantes,
 - el uso de los contextos extraescolares para la aplicación de la matemática.
2. La creación de tareas, en los textos de Escuela Nueva, con relación a la modelación desde la perspectiva sociocrítica exigirá el conocimiento teórico de dicha perspectiva y el reconocimiento de los contextos rurales.
3. Si los libros de texto de Escuela Nueva contienen mayor cantidad de tareas no estructuradas, de contextos reales y por proyectos pueden contribuir a la familiarización de los estudiantes con trabajos experimentales que promuevan la exploración, la participación crítica y democrática en la sociedad y la participación espontánea para avanzar a niveles de modelación más complejos. De igual manera, sucedería con los docentes de primaria.

Acorde a los anteriores planteamientos, esta investigación deja abiertos los siguientes interrogantes:

- ¿Cómo diseñar y promover tareas de modelación matemática, desde la perspectiva sociocrítica, en los libros de texto?
- ¿Cuál es el papel de las Escuelas de formación de docentes en primaria y de las Escuelas Normales en el reconocimiento y uso de las cartillas de matemáticas de Escuela Nueva?
- ¿Cuál es el uso que le dan los docentes de la zona rural a las cartillas de matemáticas de Escuela Nueva?
- ¿Cuál es la concepción de cultura que tienen los docentes de educación básica primaria?
- ¿De qué manera pueden complementarse las guías de Escuela Nueva de matemáticas para que cumplan su función entre lo global y lo local, entre lo estándar y lo situado?

6. Anexos

Los anexos de análisis y resultados se presentan a través de una matriz elaborada en Excel e irá en un CD adjunto a la tesis.

Las matrices son dos:

- Anexo 1: Tipos de tareas (problemas de palabras)
- Anexo 2: Tareas desde la perspectiva sociocrítica

7. Bibliografía

- Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en Educación Matemática y sus implicaciones docentes. *Revista Iberoamericana de educación*(43), 85-101.
- Araújo, J. (Julio de 2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 55-68.
- Araújo, J. (2012). Ser Crítico em Projetos de Modelagem em uma Perspectiva Crítica de Educação Matemática. *Bolema, Río Claro*, 26(43), 839-859.
- Bahmaei, F. (2011). Mathematical modelling in primary school, advantages and challenges. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(9), 3-13.
- Barbosa, J. C. (2001). *Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico*. Reunião anual da ANPED. Rio de Janeiro: ANPED.
- Barbosa, J. C. (2003). Modelagem Matemática na sala de aula. *Perspectiva, Erechim (RS)*, 27(98), 65-74.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino aprendizagem com modelagem matemática*. Sao pablo: Contexto.
- Beswick, K. (2011). Putting context in context: an examination of the evidence for the benefits of "contextualised" tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9, 367-390.
- Biembengut, M. S. (2007). Modelling and Application in Primary Education. En W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn, & M. Niss (Edits.), *ICMI Study 14: Modelling and Application in Mathematics Education* (Vol. 10, págs. 451-456). New York.
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2003). *Modelagem Matemática no ensino*. Sao Paulo: Contexto.
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (Agosto de 2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105-125. Obtenido de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516206>
- Bishop, A. (1988). Aspectos sociales y culturales de la educación matemática. *Enseñanza de las ciencias*, 6(2), 121-125.
- Bishop, A. (2005). La construcción social del significado: ¿Un desarrollo significativo para la educación matemática? En A. Bishop, *Aproximación sociocultural a la educación matemática* (P. Perry, Trad., págs. 17-26). Cali, Colombia.

- Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling-A theory for practice. (B. Clarke, D. Clarke, G. Emanuelsson, B. Johnansson, D. Lambdin, F. A. Lester, K. Walby, Edits., & M. Mina, Trad.) *International Perspectives on Learning. National Center for Mathematics Education*, 145-159.
- Blomhøj, M. (2009). Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling-categorising the TSG21 papers. (M. Blomhøj, & S. Carreira, Edits.) *IMFUFA tekst*(461), 1-17.
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects: State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. W., & Niss, M. (Edits.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education* (Vol. 10). New York: Springer.
- Bosch, M., García, F. J., Gascón, J., & Ruíz Higuera, L. (agosto de 2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. (G. Santillana, Ed.) *Educación matemática*, 18(2), 37-74.
- Büchter, A., & Leuders, T. (2005). *Mathematikaufgaben selbst entwickeln*. Berlin.
- Burkhardt, H. (1989). Mathematical modelling in the curriculum. En W. Blum, J. S. Berry, R. Biehler, I. Huntley, G. Kaiser-Meßmer, & L. Profke (Edits.). Chichester: Horwood.
- Cabassut, R. (2009). The double transposition in mathematisation at primary school. *Proceedings of 6th Cerme (Congress of European Society for Research in Mathematics Education)*, (págs. 2156-2165). Lyon France. Obtenido de <http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg11-12-cabassut.pdf>
- Cabassut, R., & Wagner, A. (2011). Modelling at Primary School Through a French-German Comparison of Curricula and Textbooks. En G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Edits.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (págs. 559-568). New York: Board IPTL. doi:10.1007/978-94-007-0910-2_54
- Cobo Merino, B., & Batanero, C. (2004). Significado de la media de los libros de texto en secundaria. *Enseñanza de las ciencias*, 22(1), 5-18.
- Colombia, Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. (MEN, Ed.) Bogotá.
- Colombia, Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas. En MEN (Ed.), *Estándares Básicos de Competencia* (págs. 46-95).

- Colombia, Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2010a). *Manual de Implementación de la Escuela Nueva Tomo I*. Bogotá, Colombia.
- Colombia, Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2010b). *Manual de Implementación de la Escuela Nueva Tomo II*. Bogotá.
- Colombia, Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2010c). *Guías de Escuela Nueva, Primera, segunda y tercera cartilla grado quinto*. Bogotá: MEN.
- Congreso de la República de Colombia. (8 de Febrero de 1994). Ley General de Educación [Ley 115]. Bogotá, Colombia. Recuperado el 16 de Agosto de 2015, de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- Da Silva, C., & Kato, L. A. (2012). Quais Elementos Caracterizam uma Atividade de Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica? *Bolema*, 26(43), 817-838.
- Da Silva, C., Kato, L. A., & Cabral, I. J. (2012). A perspectiva sociocrítica da modelagem matemática e a aprendizagem significativa crítica: Possíveis aproximações. *Investigações em Ensino de Ciências*, 17(1), 109-123.
- D'Ambrosio, U. (1986). *Da realidade à Ação: reflexões Sobre Educação e matemática*. Sao Paulo: UNICAMP.
- D'Ambrosio, U. (1991). Matemática, ensino e educação: uma proposta global. *Revista da SBEM*(3), 1-16.
- De Almeida, A. V., Gomes, E., & Cerqueira, A. R. (Julio de 2009). A Modelagem Matemática nas Séries Iniciais: o germém da criticidade. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 135-157.
- Decreto 0150. (Enero 31 de 1967). *Legalización de Escuela Unitarias*. *Diario oficial* 32152. Bogotá. Recuperado el 13 de Agosto de 2015, de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-104189_archivo_pdf.pdf
- Decreto 1490. (9 de Julio de 1990). *Adopta Metodología Escuela Nueva*. *Diario oficial Número 39461*. Bogotá, Colombia.
- Delaney, S., Charalambous, Charalambos, Y., Hsu, H.-Y., & Mesa, V. (2007). The Treatment of Addition and Subtraction of Fractions in Cypriot, Irish, and Taiwanese Textbooks. (J.-H. Woo, H.-C. Lew, K.-S. Park, & D.-Y. Seo, Edits.) *PME* 31, 2, 193-200.
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística-DANE. (2013). *Pobreza en Colombia*. Recuperado el 20 de diciembre de 2015, de http://www.dane.gov.co/files/investigaciones/condiciones_vida/pobreza/cp_pobrez_a_20122.pdf
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística-DANE. (s.f.). *Educación Formal*. Recuperado el 14 de Agosto de 2015, de

<http://www.dane.gov.co/index.php/esp/component/content/article/110-boletines/encuestas-politicas-y-culturales/4561-educacion>

- Departamento Administrativo Nacional de Estadística-DANE;. (2015). *Principales indicadores del mercado laboral*. Recuperado el 10 de Agosto de 2015, de https://www.dane.gov.co/files/investigaciones/boletines/ech/ech/bol_empleo_jun_15.pdf
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística-DANE;. (s.f.). *Censo general*. Recuperado el 7 de Agosto de 2015, de <http://www.dane.gov.co/index.php/esp/poblacion-y-registros-vitales/proyecciones-y-series-de-poblacion/series-de-poblacion>
- Diccionario Oxford. (2015). *Español*. Oxford University Press. Recuperado el 21 de Diciembre de 2015, de <http://www.oxforddictionaries.com/es/espanol/>
- Dindyal, J. (2010). Word Problems and Modelling in Primary School. En B. Kaur, & J. Dindyal (Edits.), *Mathematical Application and Modelling, Yearbook 2010, Association of Mathematics Educators, National Institute of Education Singapore* (págs. 94-110). Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Duarte D., J. (2003). Ambientes de aprendizaje: una aproximación conceptual. *Estudios Pedagógicos*(29), 97-113.
- English, L. D. (2002). *Development Of 10-Year-Olds' Mathematical Modelling*. University of East Anglia. Norwich: International PME Conference.
- English, L. D. (2013). Complex Modelling in the Primary and Middle School Years: Approach. En G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. P. Brown (Edits.). Springer. doi:10.1007/978-94-007-6540-5_42
- English, L. D., & Watters, J. J. (2005). Mathematical Modelling with 9-years-olds. En H. L. Chick, & J. L. Vincent (Ed.), 2, págs. 297-304. Melbourne: PME.
- Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM*, 45(5), 633-646. doi:10.1007/s11858-013-0539-x
- Font, V., & Ramos, A. B. (2005). Objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado y cambio institucional. El caso de la contextualización de funciones en una facultad de ciencias económicas y sociales. *Revista de Educación*(338), 309-345.
- Fundación Escuela Nueva. Volvamos a la gente;. (1987). *Fundación Escuela Nueva*. Recuperado el 14 de Agosto de 2015, de <http://www.escuelanueva.org/portal/es/productos-y-servicios/guias-de-aprendizaje.html>
- Galbraith, P., & Stillman, G. (2001). Assumptions and Context: Pursuing their Role in Modelling Activity. En J. F. Matos, W. Blum, S. K. Houston, & S. P. Carreira

- (Edits.), *Modelling and Mathematics Education-ICTMA 9: Applications in Science and Technology* (págs. 300-310). Inglaterra.
- Giraldo O., A., & Quesada S., A. (2008). *Un estudio de los números irracionales en los libros usados en el grado octavo en Florencia*. Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, D.C.
- Godino, J. D. (2003). *Teoría de las funciones semióticas: Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Universidad de Granada, Granada.
- González Astudillo, M. T., & Sierra Vásquez, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España en el siglo XX. *Enseñanza de las ciencias*, 22(3), 389-408.
- Greer, B., Verschafel, L., & Murkhopadyay, S. (2007). Modelling for life: Mathematics and children's experience. En T. I. Study, W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Edits.), *Modelling and Applications in Mathematics Education (ICMI 14)* (Vol. 10, págs. 89-98). New York: Springer.
- Guacaneme, E. A. (2002). Una mirada al tratamiento de la proporcionalidad en textos escolares de matemáticas. *EMA*, 7(1), 3-42.
- Hodge, L. L., & Cobb, P. (2016). Two views of culture and their implications for mathematics teaching and learning. *SAGE Journals*, 1-25. doi:DOI: 10.1177/0042085916641173
- Hong, D. S., & Choi, K. M. (2014). A comparison of Korean and American secondary school: the case of quadratic equations. *Educ Stud Math*, 85, 241-263. doi:10.1007/s10649-013-9512-4
- Icfes, Mejor Saber. (2010). *Resultados de Colombia TIMSS 2007*. Bogotá.
- Jacobini, O. R., & Wodewotzki, M. L. (2006). Uma Reflexão sobre a Modelagem Matemática no Contexto da Educação Matemática Crítica. *Bolema*, 19(25), 1-16.
- Jones, K., & Fujita, T. (2013). Interpretations of National Curricula: the case of geometry in textbooks from England and Japan. *ZDM Mathematics Education*, 45, 671-683. doi:10.1007/s11858-013-0515-5
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.
- Kaiser, G., Lederich, C., & Rau, V. (2010). Theoretical approaches and examples for modeling in mathematics education. (B. Kaur, & J. Dindyal, Edits.) *Mathematical applications and modelling*, 219-246.
- Krainer, K. (1993). Powerful Tasks: A Contribution to a High Level of Acting and Reflecting in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 24(1).

- Ladson-Billings, G. (1997). It doesn't add up: African American students' 48 mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(6), 697-708.
- Lora, E., & Herrera, A. M. (1994). Ingresos rurales y evolución macroeconómica En: En C. F. Jaramillo, & C. González, *Competitividad sin pobreza: estudios para el desarrollo del campo en Colombia*. Santa Fé de Bogotá: Fonade, tercer mundo Editores.
- Maaß, K. (2010). Classification Scheme for Modelling Tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(2), 285-311.
- Martínez S, M. (2003). *Concepciones sobre la enseñanza de la resta: Un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado. Tesis doctoral*. Universidad Autónoma de Barcelona, Bellaterra.
- Maz, A. (2005). *Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX. Tesis doctoral*. Granada: Universidad de Granada.
- Mendoza Morales, A. (2000). *Colombia: Estado regional. Ordenamiento territorial*. Bogotá: Guadalupe Ltda.
- Ministerio de la Cultura-República de Colombia. (2013). *Diagnóstico cultural de Colombia. Hacia la construcción del índice de desarrollo cultural*. Bogotá, Colombia.
- Mora, D. (Enero de 2012). Concepción y características de los libros de texto y otros materiales para el aprendizaje y la enseñanza. *Integra Educativa*, 5(1), 13-57.
- Mousolides, N., Sriraman, B., Pittalis, M., & Christou, C. (2007). Tracing Student Modelling Processes in Elementary and Secondary School. *CERME 5*, 2130-2139.
- Mousoulides, N., Pittalis, M., & Christou, C. (2006). Improving mathematical knowledge through modeling in elementary schools. En J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (Ed.), 4, págs. 201-208.
- Moya, C. (2008). Aproximación al concepto y tratamiento del texto escolar. *Cuadernos de Lingüística Hispánica*(11), 133-152. Obtenido de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3324358>
- Nie, B., Freedman, T., Hwang, S., Wang, N., Moyer, J. C., & Cai, J. (2013). An investigation of teachers' intentions and reflections about using Standards-based and traditional textbooks in the classroom. *ZDM Mathematics Education*, 45(5), 699-711. doi:10.1007/s11858-013-0493-7
- Orey, D. C., & Rosa, M. (2007). A dimensão crítica da modelagem matemática: ensinando para a eficiência sociocrítica. *Horizontes*, 25(2), 197-206.
- Ospina, P., & Mejía, W. (Octubre de 2010). El impacto de los libros de texto escolar en los resultados escolares. *El Educador*(9), 38-42. Obtenido de www.eeducador.com
- Parra, M. M. (2015). *Participación de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática. Reflexiones a partir de la perspectiva sociocrítica de la*

- modelación matemática*. Tesis de grado. Maestría en Educación, Universidad de Antioquia, Facultad de Educación. Departamento de Educación Avanzada, Medellín.
- Pepin, B., Gueudet, G., & Trouche, L. (2013). Investigating textbooks as crucial interfaces between culture, policy and teacher curricular practice: two contrasted case studies in France and Norway. *ZDM Mathematics Education*, 45, 685-698. doi:10.1007/s11858-013-0526-2
- Pérez C., E., & Pérez M., M. (2002). El sector rural en Colombia y su crisis actual. *Cuaderno de desarrollo rural*(48), 35-58. Obtenido de <http://revistas.javeriana.edu.co/index.php/desarrolloRural/issue/view/187>
- Perfetti, M. (2004). Estudio sobre la educación de la población rural en Colombia. En FAO-UNESCO/DGCS/ITALIA-CIDE-REDUC, *Educación para la población rural en Brasil, Chile, Colombia, Honduras, México, Paraguay y Perú* (págs. 164-216). Red Latinoamericana de Educación Rural. Obtenido de <http://www.red-ler.org/informes.htm>
- Ponte, J. P. (2004). *Problemas e investigaciones en la actividad matemática de los alumnos*. (J. Giménez, L. Santos, & J. P. Ponte, Edits.) Barcelona: Graó.
- Quartieri, M. T., & Knijnik, G. (2012). Modelagem matemática na escola básica: surgimento e consolidação. *Caderno Pedagógico*, 9(1), 9-26.
- Real Academia Española. (2014). *Diccionario de la lengua española* (23a ed.). Recuperado el 21 de Diciembre de 2015, de <http://www.rae.es/diccionario-de-la-lengua-espanola/la-23a-edicion-2014>
- Rocha, K. L., & Bisognin, E. (2009). Educação ambiental na prática de sala de aula: Contribuições da modelagem matemática. *MR-RS*, 2(10), 21-27.
- Ruíz-Higueras, L., García, F. J., & Lendínez, E. M. (2013). La actividad de modelización en el ámbito de las relaciones espaciales en la Educación Infantil. *EDMA 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(1), 95-118.
- Schiefelbein, E., Vera, R., Aranda, H., Vargas, Z., & Corco, V. (1993). *En busca de la Escuela del Siglo XXI. ¿Puede darnos la pista la Escuela Nueva de Colombia?* Chile: Unesco-Unicef.
- Sebastián, G. (2006). The Structures of German Mathematics Textbooks. *ZDM*, 38(6), 482-487.
- Serrano, J. E. (2007). *Educación y Neoliberalismo. El caso de la Educación Básica Rural en Colombia (1990-2002)*. Tesis de grado. Maestría en Desarrollo Rural, Pontificia Universidad Javeriana, Facultad de Estudios Ambientales y Rurales, Bogotá.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Una empresa docente. Universidad de los Andes.

- Son, J.-w. (2005). A comparison of how textbooks teach multiplication of fractions and division of fractions in Korea and in U.S. En H. Chick, & J. Vincent (Edits.), *Proceedings of the 29th Conference of the International* (Vol. 4, págs. 201-208). Melbourne:PME.
- Steinbring, H. (1999). Mathematical Interaction as an Autopoietic System Social and Epistemological Interrelations. En I. Schwank (Ed.), *Proceedings of the First Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (Vol. 1 y 2). Osnabrück, Germany: University of Osnabrück, Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Stillman, G. A., Brown, J. P., Faragher, R., Geiger, V., & Galbraith, P. (2013). The Role of Textbooks in Developing a Socio-critical Modelling in Secondary Classrooms. (G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. P. Brown, Edits.) *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice*, 361-371. doi:10.1007/978-94-007-6540-5_30
- Trigueros Gaisman, M. (Enero de 2009). El uso de la modelación matemática en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*, 9(46), 75-87.
- Valero, P. (2006). ¿De carne y hueso? La vida social y política de la competencia matemática. En Ministerio de Educación Nacional de Colombia (Ed.), *Memorias del Foro Educativo Nacional*.
- Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H., & Houang, R. T. (2002). *According to the Book - Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Dordrecht: Kluwer.
- Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H., & Houang, R. T. (2002). *According to the Book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. (Springer, Ed.) Dordrecht: Kluwer.
- Vásquez A., E. (2012). *Medición del impacto del libro de texto en el aula de clases (Tesis doctoral)*. University of Flensburg.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, The Netherlands: Swets&Zeitlinger Publishers.
- Villa Ochoa, J. A. (Diciembre de 2007). La modelación como un proceso en el aula de matemáticas: un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno-Lógicas*(19), 63-85.
- Villa Ochoa, J. A., & Ruiz Vahos, H. M. (Mayo-agosto de 2009). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*".(27).
- Villa, J. A., Bustamante, C. A., Berrío, M. d., Osorio, J. A., & Ocampo, D. A. (Julio de 2009). Sentido de Realidad y Modelación Matemática: el caso de Alberto. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 159-180.

- Villa-Ochoa, J. (2013). Modelación matemática escolar: algunas reflexiones frente a su relación con la cultura. En M. Viana (Ed.), *Relme 26: Reunião Latinoamericana de Educação Matemática* (págs. 210-219). EDUFOP.
- Villa-Ochoa, J. A., & Berrío, M. J. (2015). Mathematical Modelling and Culture: An Empirical Study. En G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembenguth (Edits.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (págs. 241-250). Switzerland: Springer. doi:10.1007/978-3-319-18272-8_19
- Villa-Ochoa, J. A., Rojas Suárez, C., & Cuartas Rico, C. M. (Febrero-Mayo de 2010). ¿Realidad en las matemáticas escolares?: Reflexiones acerca de la realidad en educación matemática. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*.(29), 49-65.