GEOMETRÍA, COMPAÑERA DE GRANDES MATEMÁTICOS

Óscar Gómez
Fundación Universitaria Konrad Lorenz
oegrojas@yahoo.com

Debido a un error de interpretación, una frase de Dieudonné ocasionó que se estigmatizara la enseñanza de la geometría en el nivel preuniversitario. La frase daba a entender que no valía la pena el estudio de la geometría euclidiana y, en consecuencia, el contenido de esta materia fue desapareciendo de los planes de estudio. Sin embargo, la historia de las matemáticas nos muestra que grandes matemáticos han dado su aprobación a la geometría de manera tácita e incuestionable: dedicándose ellos mismos a su estudio y haciendo valiosos aportes.

INTRODUCCIÓN

Entre los numerosos encuentros organizados alrededor de los años 1960 para planificar la reforma de la enseñanza de las matemáticas se cuenta el famoso seminario de Royaumont; este se llevó a cabo en noviembre de 1959, organizado por la Organización de Cooperación Económica Europea, y su consecuencia fue la introducción, en la enseñanza preuniversitaria, de lo que se dio en llamar *matemáticas modernas*. En este evento el famoso matemático francés, miembro del grupo Bourbaki, Jean Dieudonné profirió su lapidaria sentencia: "¡Abajo Euclides, basta de triángulos!", la cual, sacada de contexto y asumida como dogma, hizo que se fortaleciera una de las reformas adoptadas por el movimiento renovador: la erradicación de la geometría euclidiana de los planes de estudio. Esta reforma también contemplaba la introducción de la teoría de conjuntos y de estructuras algebraicas, entre otros.

La confusión surge de mezclar de forma inconsciente dos niveles de la matemática: el nivel de la enseñanza y el de la investigación profesional. La frase de Dieudonné se circunscribe a este último. En efecto, la geometría euclidiana no es moderna, no está en la dirección a la que apunta la investigación actual. Pero juega un papel capital a la hora de construir los hábitos mentales que necesita poseer cualquier matemático. Como son, por ejemplo, entender el concepto de demostración como un mecanismo de validación de resultados, sean estos evidentes a la intuición o totalmente contrarios a ella, como es el caso del Teorema de Pitágoras. Aprender,

Gómez, Ó. (2015). Geometría, compañera de grandes matemáticos. *Memorias del Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones*, 22, 43-49.

además, los diferentes tipos de demostración y ver, a la vez, que generalmente es necesaria una buena dosis de ingenio para alcanzar el éxito.

En la misma línea aparece otra característica de la geometría euclidiana: sirve como ejercicio mental de apoyo a la actividad principal del científico. En este documento se exponen algunos resultados de la geometría debidos a grandes matemáticos o científicos reconocidos en otras áreas.

ARQUÍMEDES

Considero muy apropiado recordar a este gran físico, ingeniero, inventor, astrónomo y matemático griego con una cita de Eric Temple Bell (1937, cap. 2):

> Arquímedes, la inteligencia más grande de la antigüedad, es moderno hasta el tuétano. Él y Newton podían haberse comprendido perfectamente, y es muy posible que Arquímedes, si hubiera podido vivir hasta seguir un curso de posgraduado en Matemática y Física, hubiera comprendido a Einstein, Bohr, Heisenberg y Dirac mejor de lo que estos se han comprendido entre sí. De todos los antiguos, Arquímedes es el único cuyo pensamiento gozó de la libertad que los matemáticos más grandes se permiten actualmente después de que 25 siglos han alisado su camino. Arquímedes es el único entre los griegos que tuvo suficiente altura y vigor para ver claro a través de los obstáculos colocados en la senda del progreso matemático por los aterrorizados geómetras que habían escuchado a los filósofos.

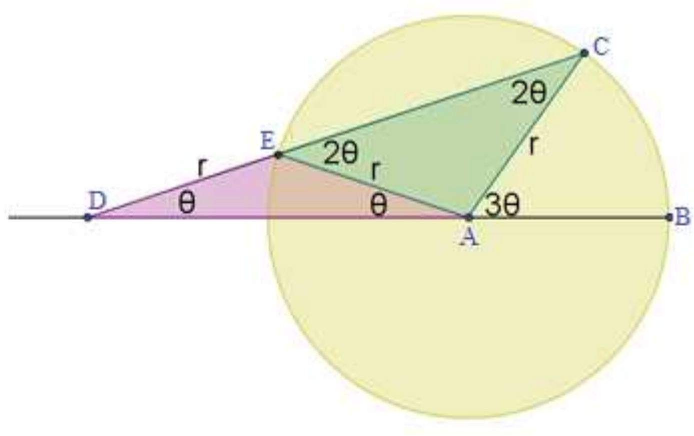

Figura 1. Solución de Arquímedes al problema de la trisección del ángulo

La última afirmación de la cita, sin duda, se refiere al hecho de que Arquímedes resolvió el famoso problema de la trisección del ángulo (Figura

1) empleando una regla a la cual se le podían hacer marcas, contraviniendo con ello la restricción impuesta por Platón de que la regla podía usarse exclusivamente para trazar el segmento entre dos puntos o para prolongar un segmento dado.

PIERRE DE FERMAT

Matemático aficionado, creó, junto con Descartes, la geometría analítica; con Pascal fue de los primeros en trabajar en el cálculo de probabilidades. Enunció su famoso "último teorema de Fermat" que ocupó a los matemáticos durante 300 años. Propuso el siguiente problema: dado un triángulo arbitrario, encontrar en él un punto tal que la suma de las distancias de este punto a los tres vértices sea mínima.

Cuando sobre los lados de un triángulo se dibujan triángulos equiláteros externos y se dibuja el circuncírculo de cada uno de ellos, el punto de intersección de los tres círculos es la solución del problema (Figura 2). Este se llama primer punto de Fermat.

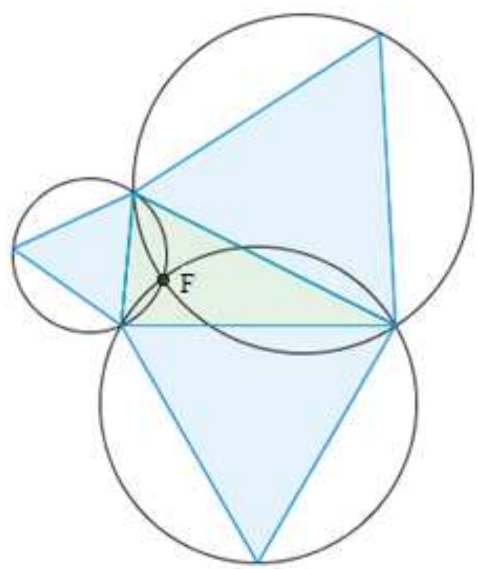

Figura 2. Punto de Fermat obtenido como la intersección de los circuncírculos de los triángulos equiláteros exteriores

EVANGELISTA TORRICELLI

Famoso físico italiano. Estudió el fenómeno de la presión atmosférica. Resolvió el problema propuesto por Fermat (Figura 3). Su solución es particularmente elegante.

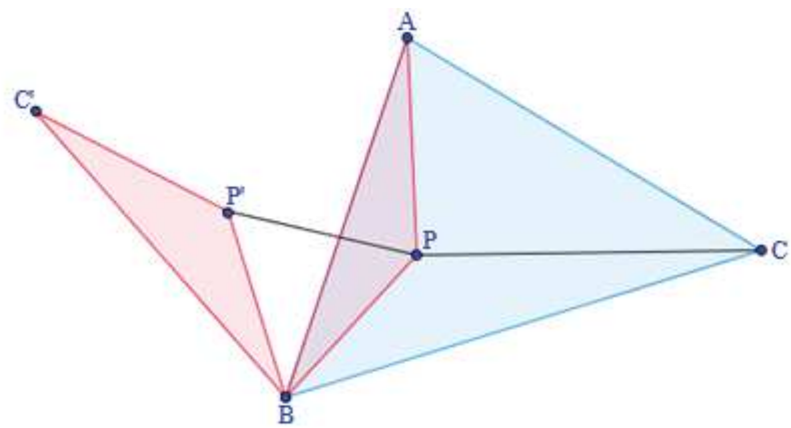

Figura 3. Solución de Torricelli al problema de Fermat

ISAAC NEWTON

Carl Sagan (1994/1982), en su libro *Cosmos* cuenta la siguiente anécdota:

> Al igual que Kepler [Newton], no fue inmune a las supersticiones de su época y tuvo muchos contactos con el misticismo. De hecho, gran parte del desarrollo intelectual de Newton se puede atribuir a esta tensión entre racionalismo y misticismo. En la feria de Stourbridge, en 1663, a los veinte años, adquirió un libro de astrología, sólo por la curiosidad de ver qué contenía. Lo leyó hasta llegar a una ilustración que no pudo entender, porque desconocía la trigonometría. Compró entonces un libro de trigonometría pero pronto vio que no podía seguir los argumentos geométricos. Encontró pues un ejemplar de los *Elementos de Geometría* de Euclides y empezó a leerlo. Dos años después inventaba el cálculo diferencial. (p. 68)

A pesar de haber obtenido sus resultados empleando el cálculo, creación suya, Newton los presentó en los *Principia* a la manera de Euclides.

LEONHARD EULER

Euler es el más prolífico matemático de todos los tiempos, su obra equivale a unos 75 libros de texto. Introdujo el número e como base de los logaritmos naturales, demostró la irracionalidad de e y de e^2. Descubrió la igualdad

$e^{i\pi} - 1 = 0$, que relaciona las cinco constantes más importantes de la matemática. Su memoria formidable le permitió continuar trabajando durante los últimos 17 años de su vida en los que quedó ciego. Sabía de memoria las fórmulas de la trigonometría y el análisis así como *La Eneida* de Virgilio, de la cual además podía decir cuál era la primera y la última línea de cada página del ejemplar que poseía. Hacía cálculos mentales con números de hasta 50 cifras decimales. En geometría es muy famoso su descubrimiento de la recta que lleva su nombre: en cualquier triángulo, no equilátero, esta recta contiene el ortocentro, el circuncentro, el baricentro y el centro de la circunferencia de los nueve puntos (Figura 4).

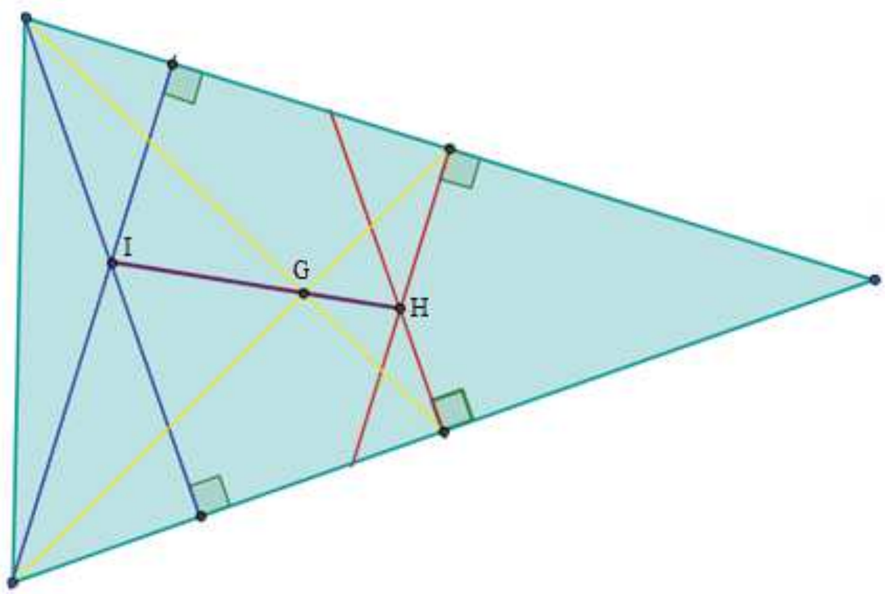

Figura 4. Recta de Euler (IGH)

KARL FRIEDRICH GAUSS

Junto con Arquímedes y Newton, Gauss es considerado uno de los tres grandes matemáticos de la historia, anteriores al siglo XX. De él dice Bell (1937, cap. 14):

> La verdadera esencia del Análisis es el uso correcto de los procesos infinitos. … Newton, Leibniz, Euler, Lagrange, Laplace, todos los grandes analistas de su tiempo, no tenían prácticamente un concepto claro de lo que se acepta ahora como una prueba que abarca los procesos infinitos. Fue Gauss el primero en ver claramente que una "demostración" que puede llevar a absurdos como el de que -1 = ∞ no prueba nada. Aún en algunos casos en que una fórmula da resultados

> consecuentes, no debe ocupar un lugar en la Matemática hasta que se determinan las condiciones precisas en que continúa siendo coherente.
>
> El rigor que Gauss impuso al análisis se proyectó sobre toda la Matemática, tanto en sus propias costumbres como en las de sus contemporáneos, Abel, Cauchy y sus sucesores, Weierstrass, Dedekind. La Matemática después de Gauss fue algo diferente de lo que había sido la de Newton, Euler y Lagrange.
>
> En el sentido constructivo, Gauss fue un revolucionario. Antes de que terminara su enseñanza secundaria, el mismo espíritu crítico que le impidió quedar satisfecho con el teorema del binomio le llevó a discutir las demostraciones de la Geometría elemental. A la edad de 12 años ya miraba con recelo los fundamentos de la Geometría euclidiana, y teniendo dieciséis, ya tuvo la primera intuición de una geometría diferente de la de Euclides.

Como sabemos, esta intuición lo llevó a ser uno de los fundadores de las geometrías no euclidianas.

JUNE LESTER

Matemática con un doctorado en el área de enseñanza de las matemáticas. Su área de estudio es el impacto de las nuevas tecnologías en la enseñanza. Descubrió uno de los últimos teoremas de la geometría euclidiana en 1996. Se conoce como Teorema de Lester. Afirma que, dado cualquier triángulo, los dos puntos de Fermat (el segundo punto de Fermat se encuentra considerando los triángulos equiláteros interiores), el centro del círculo de los nueve puntos y el circuncentro están todos sobre la misma circunferencia.

JOHN CONWAY

Matemático británico. Trabaja en las áreas de teoría de conjuntos, teoría de nudos, teoría de números, teoría de juegos y teoría de códigos. En 1970 creó el autómata celular conocido como *juego de la vida* (Figura 5). Teóricamente es interesante, ya que equivale a una máquina universal de Turing. Esto es, todo lo que es algorítmicamente computable también lo es mediante el juego de la vida. Su interés también reside en que ilustra cómo la aparición de patrones complejos pueden surgir a partir de reglas muy sencillas.

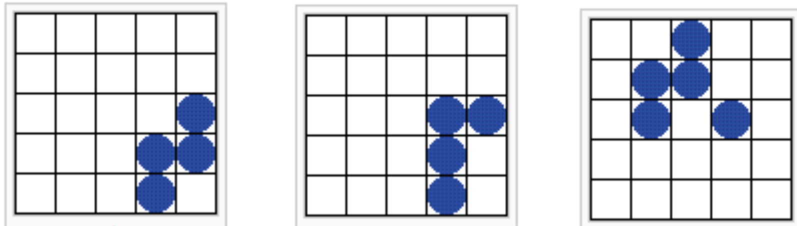

Figura 5. Animación del juego de la vida

Conway aportó a la geometría la que es considerada la más corta prueba del Teorema de Morley. Este teorema, también reciente, es exactamente 100 años más viejo que el de Lester. Afirma que dado cualquier triángulo, si se trazan las trisectrices de sus ángulos, los puntos de intersección de los pares de trisectrices más cercanos a cada uno de los lados determinan siempre un triángulo equilátero (Figura 6).

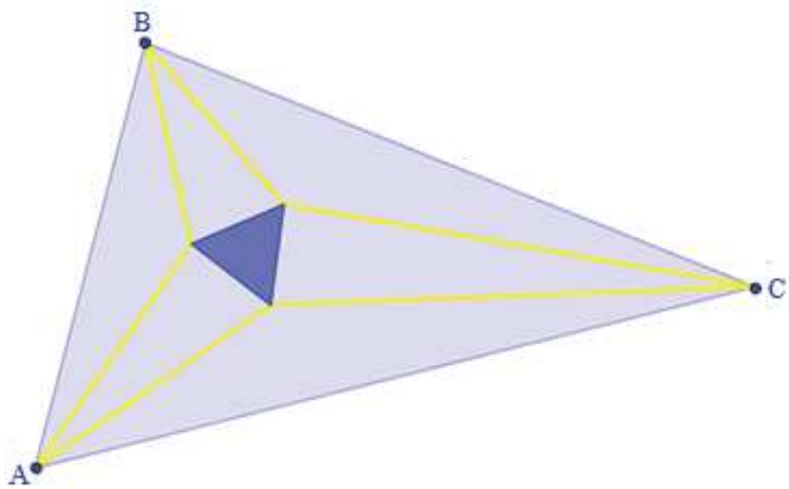

Figura 6. Ilustración del Teorema de Morley

REFERENCIAS

Bell, E. T. (1937). Los grandes matemáticos. Disponible en: http://www.librosmaravillosos.com/grandesmatematicos/

Sagan, C. (1994/1982). *Cosmos* (M. Muntaner Pascual y M. Moya Tasis, Trads.; 1ª reimpresión). Barcelona, España: Editorial Planeta. [Edición original, 1980].