ARGUMENTACIÓN DE ESTUDIANTES DEL CICLO IV, APOYADA EN UN SOFTWARE DE GEOMETRÍA DINÁMICA

John Bacares y Mauricio Cruz
Universidad Pedagógica Nacional
Jebp77@gmail.com, macs333@gmail.com

Se presentan avances de una propuesta en la que se pretende incentivar procesos argumentativos en los estudiantes de ciclo IV de dos colegios distritales de Bogotá. Para ello, los estudiantes resuelven problemas en los que hacen uso de un programa de geometría dinámica. En los análisis se caracterizan los argumentos producidos según el tipo de garantías que utilizan los estudiantes.

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

En el segundo semestre de 2013 se hizo un diagnóstico inicial sobre cómo se llevaban a cabo las clases de geometría en los colegios distritales Cristóbal Colón y Montebello. En una encuesta realizada a docentes se encontró que ellos esperan que sus estudiantes sepan utilizar conocimientos geométricos al resolver problemas y tengan claras las propiedades geométricas de algunas figuras. Ninguno mencionó algo sobre favorecer, por medio de la geometría, procesos argumentativos, ni tampoco sobre promover en sus clases la construcción colectiva de conocimiento.

Además, a través de encuestas aplicadas a estudiantes, docentes y encargados de las salas de informática encontramos un panorama desalentador. Vimos que aunque en los colegios había herramientas tecnológicas y se hacía un uso parcial de estas en las clases de ciencias, lenguaje e informática, en el área de matemáticas su uso era nulo, especialmente en geometría.

Este diagnóstico sirvió como punto de partida de nuestro trabajo de grado en la Maestría de Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional (Colombia), programa que cursamos con el apoyo de la Secretaría de Educación Distrital. Gracias al vínculo que establecimos con los profesores del grupo *Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría* (*Æ·G*), vimos pertinente implementar un proyecto que promueva cambios radicales en las clases de geometría. Buscamos fomentar un clima de argumentación y construcción social de conocimiento, con el apoyo de un programa de geometría dinámica,

Bacares, J. y Cruz, M. (2015). Argumentación de estudiantes del ciclo IV, apoyada en un software de geometría dinámica. *Memorias del Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones*, 22, 85-92.

recurso informático con el que cuenta cada institución. Con el apoyo del grupo, revisamos fundamentos conceptuales y concretamos nuestra pregunta de investigación de la siguiente manera: ¿Cómo propiciar la actividad argumentativa de los estudiantes del ciclo IV, mediante el uso de un programa de geometría dinámica?

MARCO TEÓRICO

El marco teórico fundamenta los análisis con los cuales estudiamos dos componentes centrales del cambio en la clase de geometría para favorecer prácticas argumentativas con el apoyo de un programa de geometría dinámica: la actividad que llevan a cabo los estudiantes y las prácticas argumentativas en la clase. El primer componente lo enfocamos en lo que el grupo Æ·G denomina "actividad demostrativa". Para el segundo, nos basamos en los planteamientos de Krummheuer (1995) sobre la argumentación. La articulación de ambos componentes se favorece por medio de un uso particular de la geometría dinámica, que se constituye en aspecto central del cambio.

Actividad demostrativa como promotora del cambio en la clase

Antes de presentar lo que entendemos por actividad demostrativa vemos necesario exhibir nuestra concepción de demostración en el contexto de la educación matemática y los nexos que entrevemos de esta con la argumentación. Coincidimos con de Villiers (1990) y Mariotti (2006), quienes señalan que la demostración es un medio de descubrimiento, comunicación y explicación, evitando caer en la idea de verla solo como un medio de validación. La comprensión y el conocimiento son objetivos de la enseñanza de la demostración pues la validación de resultados no es el único objetivo de esta, sino la construcción significativa de conocimiento mediante la justificación.

De acuerdo con lo anterior consideramos, en consonancia con el grupo Æ·G, que la demostración puede verse como un proceso (la actividad demostrativa) y como un producto de ese proceso (la demostración propiamente dicha) (Perry, Samper, Camargo y Molina 2013). En el proceso distinguimos acciones que llevan a la producción de una conjetura y la producción de argumentos para aceptarla, así como también las acciones de organización de las ideas que posteriormente tienen como meta una explicación o una justificación, fundamentadas en una argumentación que se vale de la exploración realizada o de un conjunto de hechos geométricos aceptados previamente. Denominamos *práctica argumentativa* a la argumentación que se lleva a cabo durante la actividad demostrativa.

En el producto, distinguimos la explicación y la justificación como resultados de prácticas sociales que cumplen funciones de tipo comunicativo y constituyen una parte interactiva entre el profesor y los estudiantes. Con el término "explicación" nos referimos al conjunto de ideas mediante las cuales se dan a entender afirmaciones, dudas u objeciones, durante la resolución de un problema. Con el término "justificación" consideramos un conjunto explícito de ideas que dan certeza o validez a una conjetura, sustentado este en apreciaciones empíricas, o a partir de hechos matemáticos aceptados por la comunidad del aula, los cuales conforman un sistema teórico local. Este se entiende como una organización de hechos geométricos, en la que algunos de los hechos se toman como ciertos y los otros se justifican con los primeros. Entre los hechos están las definiciones.

La argumentación como promotora del cambio en el ambiente de la clase

La principal característica del cambio de ambiente sugerido en la propuesta que se documenta aquí es la presentación de situaciones en las que los estudiantes argumentan. Estamos comprometidos con un aprendizaje colectivo, por eso nos interesa trabajar la argumentación desde el punto de vista social. Los individuos se esfuerzan por explicar la intención de sus acciones, de forma verbal, durante la exploración, y como consecuencia intentan tomar la mejor elección entre un conjunto de opciones para formular una conjetura que luego justifican. Las relaciones que surgen de la interacción entre los individuos generan procesos sociales, que ligados al desarrollo de ideas matemáticas dan como resultado una construcción social de conocimiento.

Nuestro trabajo se basa en la interpretación que hacemos de las formulaciones de Krummheuer (2007) sobre la argumentación, quien, a su vez, se basa en los planteamientos de Toulmin (1969, citado en Krummheuer, 1995). Toulmin define un argumento como una estructura ternaria, compuesta por: unos datos, una aserción y la relación que se establece entre datos y aserción mediante una garantía; esta garantía proviene de un conjunto de hechos que las personas tienen en su bagaje de conocimiento; los datos son aquello que se tiene dado, en nuestro caso elementos iniciales de una construcción geométrica. La aserción es lo que se descubre y se conjetura.

Según Krummheuer (1995), Toulmin plantea dos clases de argumentos: sustancial y analítico. En el argumento sustancial, el individuo garantiza sus afirmaciones mediante lo dado y la exploración empírica. En el argumento analítico se realizan afirmaciones con base en el conocimiento aceptado por la comunidad. En nuestro caso, son hechos geométricos que se han organizado en un sistema teórico local. Lo que enriquece la argumentación, son las discusiones generadas por los individuos en la solución de problemas.

METODOLOGÍA

Nuestro trabajo de grado corresponde a un experimento de enseñanza. La metodología de los experimentos de enseñanza se ha originado con la intención de comprender el desarrollo de los conceptos en los estudiantes, en áreas particulares de la matemática (Simon, 2000). El proceso de enseñanza-aprendizaje se concibe como el espacio en el cual los protagonistas son los estudiantes, mientras que el profesor cumple una función de facilitador de los procesos de aprendizaje. Son los estudiantes quienes construyen el conocimiento a partir de sus experiencias y la reflexión sobre ellas. El experimento integra una enseñanza en la que se pone en juego una hipótesis sobre el aprendizaje de conceptos o procesos por parte de un grupo de estudiantes, en este caso de las prácticas argumentativas en geometría, mientras el equipo investigador rastrea y registra ese aprendizaje.

La metodología de investigación de un experimento de enseñanza tiene tres fases: (i) la planeación: se diseña una intervención de enseñanza, con base en la meta del aprendizaje, y se toman decisiones sobre los registros que se van a llevar a cabo al implementar el plan; (ii) la experimentación: se implementa la enseñanza y, después de cada sesión, se reúne el equipo investigador con el fin de determinar posibles modificaciones, según el curso de los acontecimientos; y (iii) el análisis retrospectivo: el equipo investigador, basándose en los datos recolectados, hace un estudio del aprendizaje de los estudiantes.

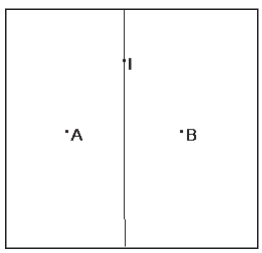
EJEMPLO DE ANÁLISIS

A continuación presentamos un ejemplo del tipo de análisis que estamos llevando a cabo.

Discusión sobre la equidistancia de los puntos A y B a la recta l

En el siguiente episodio de clase encontramos la interacción del profesor con el grupo de Gabriel y Kevin, cuando el profesor se acerca a ellos y les pide un reporte del proceso realizado como parte de la resolución de un problema. A partir de una configuración hecha previamente por el profesor –en la que usó la simetría axial para obtener el simétrico de un punto A con respecto a una recta l– los estudiantes tenían que *descubrir y explicar las características del comportamiento del punto B al mover la recta l*. En clases anteriores se había definido simetría axial y se había identificado la opción “simetría axial” de Cabri. En el episodio, Gabriel explica al profesor cómo se comporta el punto B cuando se mueve la recta l. El episodio comienza después de una exploración con la petición del profesor, ya mencionada.

1	Profesor:	¿Qué vieron con [respecto al punto] B? [Figura 1] (Intenta arrastrar el punto B)



2	Kevin:	B es un punto fijo.
3	Profesor:	¿Un punto fijo? ¿Seguro? ¿Y si mueve a A?
4	Gabriel:	Si hablamos solo de B … o sea, es como fragmentando un poco todo el ejercicio. Si intentamos mirarlo solo por partes, B es un punto fijo, solo por partes. Ya cuando manejamos (arrastra A) con respecto a A, se mueve equidistante. (Arrastra el punto A alejándolo y acercándolo a la recta)
5	Profesor:	¿Con respecto a quién?
6	Gabriel:	Con respecto al [punto] I [que pertenece a la recta; cree que el nombre de la recta l, determina un punto I en ella] [Figura 1].
7	Profesor:	¿A [el punto nombrado con] la I?, ¿solamente a I?
8	Gabriel:	A la mediatriz.
9	Kevin:	Sí. A la mediatriz.
10	Profesor:	¿Y cuál es la mediatriz?

11 Kevin: La recta.

12 Profesor: ¿Cuál recta?

13 Kevin: La que hay ahí. En el punto I.

14 Gabriel: Sí. La que pasa por el punto I.

15 Profesor: ¡Ah! La que pasa por el punto I. Bueno, ¿y habrá otros puntos diferentes a I, en los que pase lo mismo?

16 Gabriel: Sí. Con respecto a todo se vuelve equidistante y solo… o sea, [I] solo es como un ejemplo de cualquier punto de la mediatriz. Si movemos I, en realidad, estaría volviéndose cualquier punto de la recta.

17 Kevin: Tienen la misma dista…, es el punto medio entre A y B.

18 Profesor: ¿Y cómo pueden comprobar eso?

19 Gabriel: Pues… uno, pues por lógica, pues al fin [y al cabo] una recta de una línea está hecha de puntos.

20 Profesor: Sí.

21 Gabriel: Y pues si ponemos un punto sobre la recta [dibuja otro punto sobre la recta], por más que movamos a A, es equidistante con respecto al punto.

Respecto al uso del programa de geometría dinámica, los estudiantes tienen suficiente manejo del programa Cabri para identificar el comportamiento del punto B como un punto que no se mueve libremente. Por eso Kevin menciona que "B es un punto fijo" [2] y Gabriel aclara que el movimiento de B depende del movimiento de A. Para ello arrastra a A [4].

En este episodio, Gabriel usa Cabri para hacer ostensiva una idea abstracta. Ilustra que un punto de una recta que se usa para mostrar una propiedad de esta, representa a cualquier punto de la recta. Sus explicaciones en [15] y [20] están apoyadas en el uso del programa, pues arrastra el punto I sobre la recta, haciendo ver que es representativo de cualquier punto de ella.

Respecto a la actividad demostrativa los estudiantes detectan propiedades invariantes. Inicialmente, Gabriel reporta que los puntos A y B equidistan de un punto I, sin importar que A cambie de posición [4, 5]. En el momento en que el profesor intenta que generalicen la equidistancia de A y B hacia todos los puntos de la recta, Gabriel menciona que efectivamente equidista de todos [15, 20].

Adicionalmente, Gabriel realiza una justificación. Explica: “Con respecto a todo se vuelve equidistante y solo… o sea, [I] solo es como un ejemplo de cualquier punto de la mediatriz” [16]. Suponemos que el estudiante recuerda la definición de mediatriz, trabajada en un problema previo e intenta explicar que todos los puntos de la mediatriz equidistan de los puntos fijos A y B.

En cuanto a la argumentación en este episodio, esta se lleva a cabo durante el proceso de justificación. Identificamos tres argumentos sustanciales, dos de Gabriel y uno Kevin. A partir de mencionar que A y B equidistan de I, punto de la recta [4, 5], Gabriel concluye que A y B equidistan de la mediatriz [8]. Como no se refiere al hecho geométrico de la definición de mediatriz no consideramos el argumento como analítico. Posteriormente, elabora un nuevo argumento, más completo que el anterior en el que usa los mismos datos como lo dado [6], pero concluye que A y B equidistan de cualquier punto de la recta l (“Con respecto a todo, se vuelve equidistante” [16]). El esquema de la primera argumentación de Gabriel se presenta en la Figura 2.

Datos		Aserción
A y B equidistan de I, I en la recta l [4, 6]	⟵ Entonces	A y B equidistan de la mediatriz [8]

Figura 2. Primer argumento sustancial de Gabriel

Mientras tanto, Kevin elabora su propia explicación de validación, cuando dice, “[I] es el punto medio entre A y B” [17]. Parece que está evocando la manera como se construyó la mediatriz. Por eso, consideramos que es un argumento sustancial (Figura 3).

Datos		Aserción
A y B equidistan de I, I en la recta l [4, 6]	⟵ Entonces	[I] es el punto medio entre A y B [17]

Figura 3. Argumento sustancial de Kevin

COMENTARIO FINAL

Se esperaba que, al momento de la resolución de ese problema, los estudiantes construyeran argumentos analíticos; se puede evidenciar que no siempre se logró este objetivo. Sin embargo, es claro que el programa de geometría dinámica incentiva la producción de argumentos sustanciales, mostrando en la clase de geometría un avance en la generación de una cultura de la argumentación. Posiblemente, como esperamos reportar al término de la investigación, debido a una gestión más decidida del profesor relacionada con promover la argumentación lograrán formular mayor cantidad de argumentos analíticos.

Referencias

De Villiers, M. (1990). The role and function of proof in mathematics. *Pythagoras*, 24, 17-24.

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. En P. Cobb y H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 229-269). Hillsdale, EUA: Lawrence Erlbaum.

Mariotti, M. A. (2006). Proof and proving in mathematics education. En Á. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education. Past, present and future* (pp. 173-204). Rotterdam, Holanda: Sense Publishers.

Perry, P., Samper, C., Camargo, L. y Molina, Ó. (2013). Innovación en un aula de geometría de nivel universitario. En C. Samper y Ó. Molina, *Geometría Plana. Un espacio de aprendizaje* (pp. 11-34). Bogotá, Colombia: Fondo Editorial Universidad Pedagógica Nacional.

Simon, M. (2000). Research on the development of mathematics teacher: The teacher development experiment. En A. Kelly y R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 335-359). Mahwah, EUA: Lawrence Erlbaum Associates.