

ACTIVIDAD DEMOSTRATIVA DE ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO DEL COLEGIO PAULO VI - IED

Ana Rodríguez y Leonor Camargo

Universidad Pedagógica Nacional

eu.rodriguez@hotmail.com, lcamargo@pedagogica.edu.co

Se presentan avances de un trabajo de grado para optar al título de Maestría en Docencia de la Matemática, que tiene como propósito impulsar la actividad demostrativa de estudiantes de un colegio distrital, con el apoyo de un programa de geometría dinámica. El documento presenta un marco conceptual de referencia donde se definen el constructo actividad demostrativa y la argumentación. Se incluyen los elementos centrales del marco metodológico de la propuesta y un ejemplo ilustrativo del análisis realizado en el trabajo de investigación en el que se basa esta ponencia.

INTRODUCCIÓN

En este artículo presentamos avances de un estudio en curso que tiene como propósito impulsar la actividad demostrativa de estudiantes de grado octavo de educación básica secundaria del colegio Paulo VI - IED, ubicado en la localidad de Kennedy en Bogotá (Colombia). Este estudio se interesa por la enseñanza de la geometría con mediación del programa de geometría dinámica Cabri, cuyo uso contribuye a la transformación de los ambientes de clase y favorece procesos de argumentación y justificación. La investigación contempla el diseño, la experimentación y la evaluación de una intervención de enseñanza relacionada con el estudio de propiedades de la circunferencia, congruencia de segmentos, perpendicularidad, simetría y propiedades de triángulos.

MARCO DE REFERENCIA

La actividad demostrativa, como la concibe el grupo de investigación *Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría (A·G)* de la Universidad Pedagógica Nacional, es un constructo que articula los procesos de conjeturación y justificación por medio de los cuales se descubren hechos y validan propiedades en un ambiente que favorece la argumentación (Perry, Samper, Camargo, Echeverry y Molina, 2012). El proceso de conjeturación tiene como

Rodríguez, A. y Camargo, L. (2015). La actividad demostrativa de estudiantes de grado octavo del Colegio Paulo VI - IED. *Memorias del Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones*, 22, 187-194.

meta, según lo expuesto por Perry, Samper, Camargo y Molina (2013), la formulación de conjeturas, es decir, enunciados condicionales (tácitos o explícitos) de carácter general que se fundamentan “en la observación y análisis de indicios cuyo valor de verdad no lo tiene definido el sujeto, pero este tiene un alto grado de certeza sobre su veracidad” (p. 17), y que pueden ser validados con hechos que se han aceptado previamente. Involucra otros procesos y acciones como: visualizar, explorar, formular una conjetura y verificarla.

El segundo componente de la actividad demostrativa corresponde a las acciones de justificación, que permiten encadenar argumentos con el fin de explicar matemáticamente lo que se piensa puede ser la validación de una conjetura formulada. Según Perry et al. (2013) el proceso de justificación incluye: identificar elementos, ya sean teóricos o empíricos, que puedan sustentar la afirmación en relación con las propiedades identificadas en la figura, organizarlos y formular un argumento, y construir una justificación deductiva. Tanto en los procesos de conjeturación como de justificación, los estudiantes elaboran argumentos, razón por la cual la actividad demostrativa promueve la argumentación. En el presente trabajo partimos del supuesto de que un argumento es un enunciado, oral o escrito, con el que se valida una aseveración surgida a partir de una exploración. Diferenciamos dos tipos de argumentos, de acuerdo con Toulmin (citado por Krummheuer, 1995): argumento sustancial y argumento analítico. Generalmente, un argumento sustancial comienza con la aseveración y continúa con la mención de los datos, como apoyo a la aseveración. En un argumento analítico se mencionan los datos y la aseveración pero, a diferencia del sustancial, la aseveración se sostiene con un hecho geométrico previamente aceptado que constituye lo que Krummheuer (1995) denomina garantía.

METODOLOGÍA

La metodología de investigación corresponde a un enfoque cualitativo, descriptivo. El diseño es un experimento de enseñanza, de acuerdo con la perspectiva de McClain (2011). Se llevó a cabo con la participación de una docente investigadora que guía la clase y quien fue apoyada en el diseño de una secuencia de enseñanza, su aplicación y análisis por el equipo de investigación $\mathcal{A}\cdot\mathcal{G}$. El experimento de enseñanza se desarrolló en tres fases: diseño, experimentación y análisis retrospectivo.

ENUNCIADO

- P1 Dado un punto A , determine diez puntos que estén a la misma distancia de A .
- P2 Construya dos segmentos, \overline{AB} y \overline{AC} , congruentes que tengan un punto en común.
- P3 [Los estudiantes reciben un archivo en el que los puntos H, D, J giran alrededor de A , una circunferencia oculta de centro A . C y F son puntos libres, se mueven en cualquier dirección. G, E e I giran alrededor del punto B . Las circunferencias están ocultas.] Describa el comportamiento de cada punto, diciendo qué cambia y qué no cambia. Identifique las relaciones geométricas.
- P4 Construya un segmento \overline{AC} a partir de dos puntos A y B tal que B sea el punto medio del segmento.
- P5 Construya un segmento \overline{AB} . A partir de este, construya un rectángulo $ABCD$.
- P6 Dado un segmento \overline{AB} , úselo para encontrar puntos que equidisten de A y B .
- P7 Dada una recta l y los puntos A, B y P , descubra y explique las características del comportamiento de B al arrastrar a A . [Los estudiantes reciben un archivo en el que se ha hecho la siguiente construcción, que no se les explica: A es simétrico de B con respecto a l . P pertenece a l .]
- P8 Dada una recta l , un punto P que pertenece a l y un punto A libre, halle el punto C , simétrico de A con respecto a l , sin usar la opción “simetría axial de Cabri”.
- P9 Dado dos puntos A, B y una recta l que contenga a B pero no a A , construya el simétrico de A con respecto a l y llámelo C . Caracterice y justifique el lugar geométrico de C cuando se arrastra l .

Tabla 1. Secuencia de problemas

La trayectoria de enseñanza involucra una secuencia de nueve problemas que estimulan la actividad demostrativa (ver Tabla 1). Los datos se obtuvieron a partir del registro de la interacción en clase durante nueve sesiones de trabajo; se realizó la recolección de los mismos en video y mediante la elaboración de un diario de campo que sirvió como registro para la discusión posterior con el grupo de investigación $\mathcal{A} \cdot \mathcal{G}$. El análisis de la información se realizó con base en las tres categorías surgidas a partir del marco teórico propuesto y una mirada preliminar a los datos. Para cada categoría se establecieron indicadores que nos permitieron describir e interpretar lo que los estudiantes decían o hacían (ver Tabla 2).

	CATEGORÍA	INDICADORES	CÓDIGO
Procesos que apoyan la actividad demostrativa	Visualización	Identifica elementos y propiedades que componen la figura.	Visual
	Exploración con geometría dinámica	Realiza una construcción auxiliar con herramientas de Cabri como circunferencias, rectas perpendiculares, rectas paralelas, triángulos, entre otras.	GD-ConstAux
		Utiliza la opción “traza” para obtener la trayectoria que describe un objeto al moverse.	GD- Traza
		Utiliza la opción “arrastre” para mover objetos.	GD-Arrastre
		Utiliza la opción “animación” para obtener el desplazamiento de un objeto de forma automática.	GD-Anima
		Usa la geometría dinámica para obtener medidas de longitud y de ángulos.	GD-Medidas
Actividad demostrativa	Actividad demostrativa (Conjeturación)	Detecta propiedades de las figuras en el proceso de construcción o exploración de las mismas.	AD-DetProp
		Verifica propiedades de las figuras haciendo uso de la geometría dinámica.	AD-VerProp
		Formula conjeturas en lenguaje informal al comunicar el resultado de una exploración.	AD-ForConj
	Actividad demostrativa (Argumentación para validar conjeturas)	Elabora argumentos de tipo sustancial.	AR-Sust
		Elabora argumentos de tipo analítico.	AR-Analit

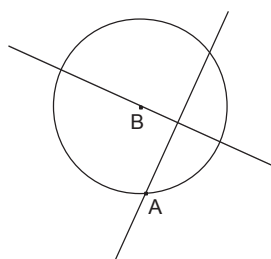
Tabla 2. Categorías de análisis

EJEMPLO ILUSTRATIVO DEL ANÁLISIS REALIZADO

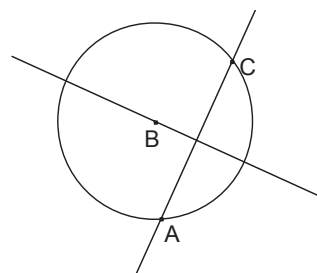
Para ilustrar el análisis (ver Cuadro 1), seleccionamos un extracto de un fragmento que corresponde a una discusión grupal en relación con la resolución del problema P. 8 de la secuencia, en donde los estudiantes, por medio de la

interacción en el aula con el grupo completo y con la profesora, generan argumentos de tipo sustancial y analítico. Previamente se había establecido la construcción de una circunferencia como herramienta auxiliar de verificación del movimiento del punto C .

- 9 Camila: [Realiza la construcción que indica Lina] [Figura 1] GD-ConstAux



- 30 Profesora: ¿Para qué utilizaron la recta perpendicular?
- 31 Jefferson: Para hallar el punto A , el punto C (corrige).
- 32 Profesora: ¿Para qué creen ustedes que utilizaron la recta perpendicular? AD- DetProp
AR-Sust
- 33 Lina: Con la recta [queríamos] formar un ángulo de 90 grados.
- 34 Coro: Para formar ángulos rectos de 90 grados.
- 35 Profesora: Ok, ¿Están de acuerdo con la construcción?
- 36 Coro: Sí.
- 37 Profesora: [...] ¿Dónde debe ir el punto C ?
- 38 Jessica: En la intersección de la circunferencia y la recta perpendicular. [Figura 2]



- 39 Profesora: Ubiquen el punto C .
- 40 Camila: [Completa la figura], [Figura 2] GD-ConstAux
- 41 Profesora: ¿Por qué creen que ahí debe ir el punto C ? AD-ForConjet

- 42 Lina: Porque equidista B de A y [de] C .
- 43 Profesora: ¿Y cómo saben que [B] equidista [de A y C]?
- 44 Jessica: Porque son radios de la circunferencia de centro B . AR- Analit

Cuadro 1. Ejemplo de análisis

En la interacción que se muestra en este fragmento, los estudiantes se valen del programa de geometría dinámica para identificar un procedimiento de construcción del punto C , simétrico del punto A . La actividad demostrativa corresponde a las acciones de exploración de la figura construida. Reportan a la profesora la construcción de una recta perpendicular a l que les permite ubicar el punto C , simétrico de A , en la intersección de la recta construida y la circunferencia de centro B . Los estudiantes conjeturan que B equidista de A y de C , y justifican por qué usan una circunferencia y una recta perpendicular para verificar las propiedades identificadas. El argumento que presenta inicialmente Lina (Figura 1) corresponde a un argumento sustancial porque los estudiantes justifican con base en lo que hicieron o en lo que pretendían, pero no en los hechos geométricos.

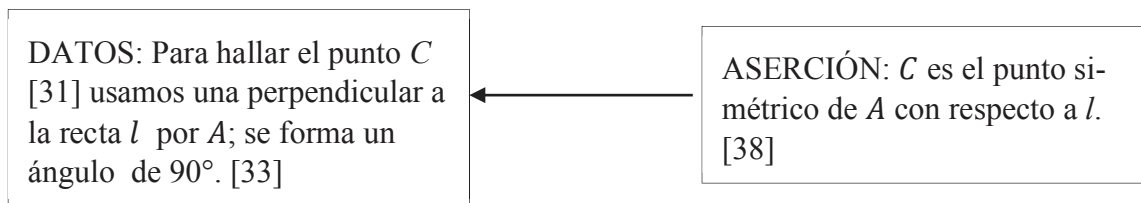


Figura 1. Argumento sustancial

En el siguiente argumento (Figura 2), en el que participan Lina y Jessica se combinan un argumento analítico y un argumento sustancial. El sustancial sucede cuando Lina explica que C es el simétrico de A porque “equidista B de A y [de] C ” refiriéndose a una de las propiedades de la simetría, pero no a la perpendicularidad del segmento \overline{AC} con respecto a l . El argumento analítico sucede cuando Jessica responde a la profesora por qué puede decir que B equidista de A y de C : “Porque son radios de la circunferencia de centro B ” [44], con lo que se refiere a la congruencia de los radios de una circunferencia, hecho geométrico estudiado previamente.

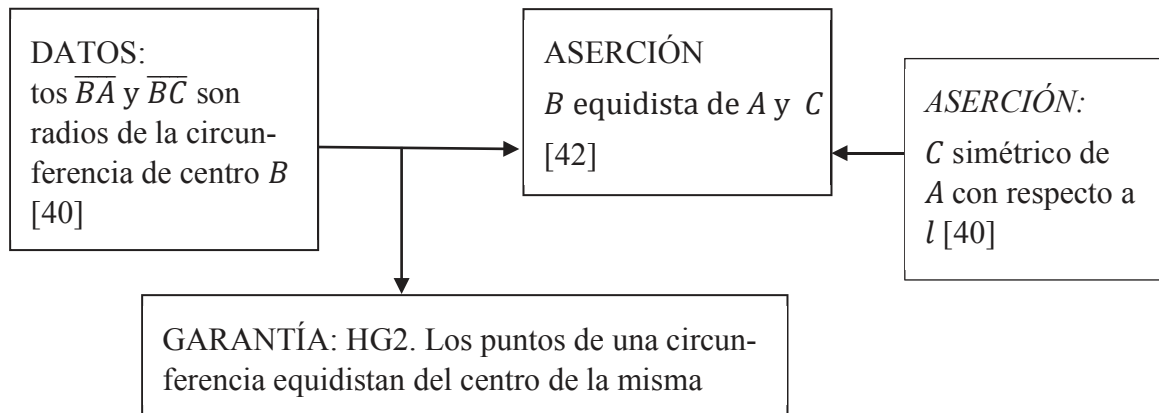


Figura 2. Argumento analítico

COMENTARIO FINAL

El impulso de la actividad demostrativa de estudiantes de educación básica es posible con la implementación de una intervención de enseñanza basada en una secuencia de problemas de construcción geométrica con el apoyo del programa Cabri de geometría dinámica. La actividad demostrativa en el aula favorece la producción de argumentos de tipo analítico en los estudiantes al posibilitar la proposición de conjeturas y la justificación de las mismas utilizando como garantía hechos geométricos previamente establecidos en el desarrollo de la aplicación de la secuencia de problemas.

Por medio de la aplicación de la secuencia de problemas diseñada se promovió un cambio en la forma tradicional de enseñar geometría en el colegio Paulo VI - IED. Se impulsó la utilización de la herramienta Cabri durante todo el proceso y se realizaron actividades de puesta en común que permitieron a los estudiantes comunicar las conjeturas y los argumentos producidos. La actividad demostrativa desarrollada en las clases permitió a los estudiantes familiarizarse con el lenguaje geométrico y generó la producción de argumentos de tipo sustancial inicialmente y analíticos a medida que se avanzaba en la secuencia de problemas.

REFERENCIAS

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. En P. Cobb y H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 229-269). Hillsdale, EUA: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

- McClain, K. (2002). A methodology of classroom teaching experiments. En S. Goodchild y L. English (Eds.), *Researching mathematics classrooms: A critical examination of methodology* (pp. 91-111). Westport, EUA: Praeger Publishers.
- Perry, P., Samper, C., Camargo, L., Echeverry, A. y Molina, Ó. (2012). Innovación en la enseñanza de la demostración en un curso de geometría para formación inicial de profesores. En L. Camargo (Comp.), *Investigaciones en educación geométrica* (pp. 127-148). Bogotá, Colombia: Fondo Editorial Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Perry, P., Samper, C., Camargo, L. y Molina, Ó. (2013). Innovación en un aula de geometría de nivel universitario. En C. Samper y Ó. Molina (Eds.), *Geometría plana: un espacio de aprendizaje* (pp. 11-34). Bogotá, Colombia: Fondo Editorial Universidad Pedagógica Nacional.