

## SUPERFICIES CUADRADAS QUE SE TRANSFORMAN EN NUDOS

**José Panqueva**

raulpanqueva@yahoo.com

Plegando una superficie cuadrada es posible obtener un nudo. La técnica consiste en dibujar sobre la superficie una malla de líneas entrelazadas y unir los bordes del cuadrado para formar un poliedro de tal forma que las líneas de la malla coincidan. Con los pliegues adecuados, el recorrido de la línea alrededor del poliedro forma un nudo alterno y es posible hacer el poliedro con una tira de papel plegándola, anudándola y uniéndola o traslapando sus extremos.

Algunos poliedros se pueden construir trenzando una o varias tiras de papel y uniéndolas sus extremos (Panqueva, 2011), en un proceso consistente en identificar los pliegues que debe tener la tira de papel y la forma en que se debe entrelazar para formar el poliedro.

La variedad de poliedros que se pueden hacer anudando una tira de papel es extensa y abarca, incluso, a los poliedros platónicos, que se pueden hacer con varias tiras de papel como lo describe Pedersen (1973). El proceso es usualmente complejo y para simplificarlo se buscan grupos de nudos o poliedros que tengan alguna característica común.

Tarnai, Kovács, Fowler y Guest (2012) describen algunos poliedros hechos con tiras de papel en los que el nudo es alterno, en cada cruce las tiras tienen un ángulo de 90 grados. Las tiras se cruzan de manera perpendicular y la superficie del poliedro queda de dos capas de papel. De aquí surge una clase específica de nudos en los que el diagrama alterno del nudo es una cuadrícula.

Alexander, Dyson y O'Rourke (2003) describen la forma en que se pueden obtener poliedros convexos plegando un cuadrado y uniéndolos los bordes. Hay cuatro formas de plegar un cuadrado y unir sus bordes de manera que el resultado sea una figura plana de dos capas. Corriendo los bordes del papel en cada una de estas formas se obtienen poliedros convexos y si al cuadrado se le dibuja una red con líneas alternas perpendiculares, al plegar el poliedro de manera que las líneas queden continuas, estas pueden formar un nudo, si el recorrido alrededor del poliedro lo hace una sola línea, o pueden ser un enlace,

si el recorrido requiere dos o más líneas. Si, además, el recorrido se hace con una tira de papel del ancho de la cuadrícula, se encuentra que el poliedro se puede hacer con una o varias tiras de papel entrelazándolas con un ángulo de 90 grados. Veamos dos ejemplos.

### CUADRADO DE TRES POR TRES

En la Figura 1 se describe una forma de plegar un cuadrado de tres por tres. Al plegar el cuadrado como se indica y unir los bordes se forma un octaedro irregular. Al añadir una cuadrícula de nueve líneas entrelazadas y señalar las uniones que se forman en el poliedro, se obtiene el diagrama de un nudo alterno de nueve cruces.

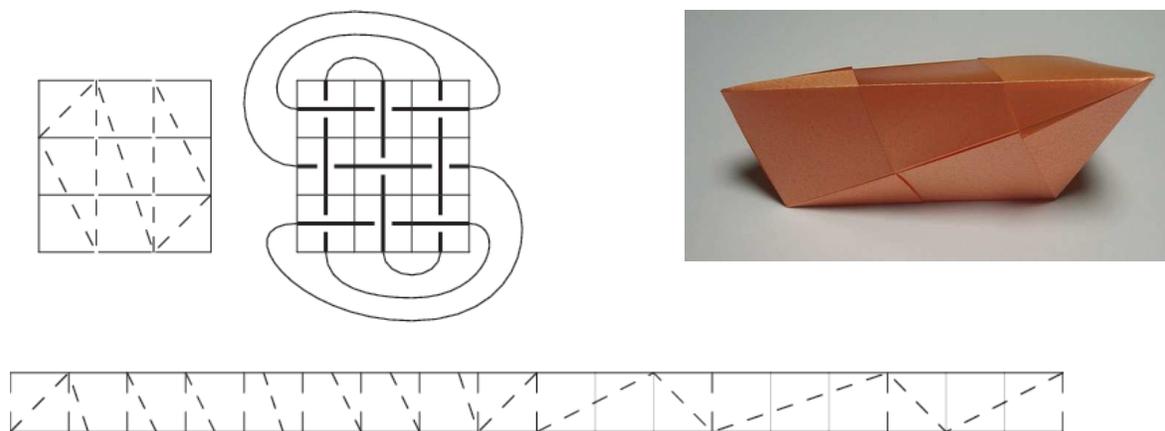


Figura 1. Superficie cuadrada de 3×3 e imagen del nudo con una tira de papel

Sobre la cuadrícula se recorre el nudo con una tira de papel del ancho de cada cuadro y se van marcando los pliegues hasta completar, en este caso, una tira de 18 cuadros. La tira con los pliegues se observa en la parte inferior de la Figura 1 y en la fotografía se observa el octaedro que se obtiene al hacer el nudo con la tira de papel que es algo mayor a los 18 cuadros, para poder traslapar sus extremos.

### CUADRADO DE CUATRO POR CUATRO

Una forma de plegar un cuadrado de cuatro por cuatro se observa en la Figura 2 y el procedimiento es similar al descrito en el ejemplo anterior. El tamaño de la tira de papel es de 32 cuadros y al anudar la tira se obtiene un hexaedro.

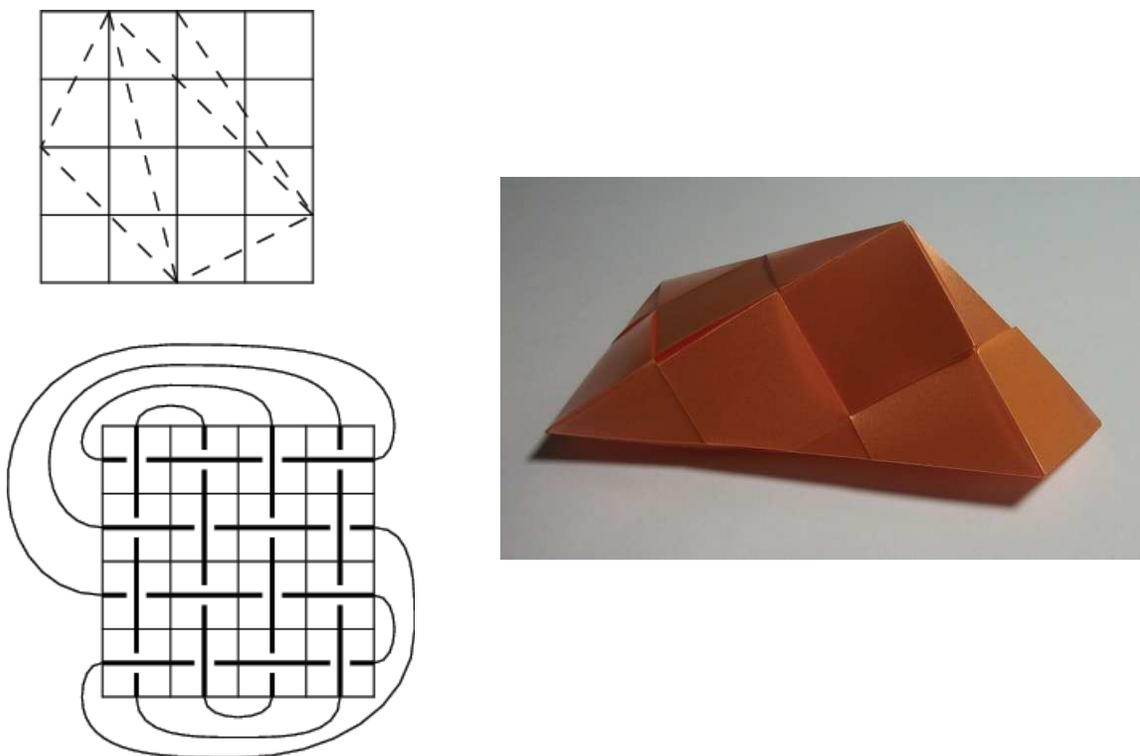


Figura 2. Superficie cuadrada de 4×4 e imagen del nudo con una tira de papel

## DESARROLLO DEL CURSILLO

Hacer poliedros a partir de un cuadrado y hacerlos con un nudo es un procedimiento sencillo de implementar, salvo al momento de hacer el nudo cuando el número de cruces sea grande y puede extenderse a cuadrículas rectangulares.

En el cursillo se estudiarán las diferentes formas en que se puede plegar un cuadrado y la ubicación de los pliegues para que el poliedro sea un nudo. En algunos modelos, los participantes podrán verificar que se trata de un nudo.

## REFERENCIAS

- Alexander, R. Dyson, H. y O'Rourke, J. (2003). The foldings of a square to convex polyhedra. En J. Akiyama y M. Kano (Eds.), *Discrete and computational geometry* (pp. 38-50). Berlín, Alemania: Springer-Verlag. Recuperado el 17 mayo de 2015, de: [cs.smith.edu/~orourke/Papers/sq.pdf](http://cs.smith.edu/~orourke/Papers/sq.pdf)
- Panqueva, J. (2011). Poliedros hechos con nudos ideales. En P. Perry (Ed.), *Memorias del 20° Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones* (pp. 445-448). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

- Pedersen, J. (1973). Plaited Platonic puzzles. *The Two-Year College Mathematics Journal*, 4(3), 23-37.
- Tarnai, T., Kovács, F., Fowler, P.W. Y Guest, S.D. (2012). Wrapping the cube and other polyhedra. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 468(2145), 2652-2666.