

ANÁLISIS DEL DESEMPEÑO EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN ESTUDIANTES QUE HACEN PARTE DE UN CLUB DE GEOMETRÍA

Isneiry Parada, Tulia Rivera y Juan Urbina

Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander

isk_1224@hotmail.com, trivera@uis.edu.co, juanurbina58@yahoo.es

Este artículo tiene por objeto mostrar resultados observados durante el trabajo en un Club de Geometría. La propuesta se fundamenta en el uso de software de geometría dinámica como mediador y una metodología de trabajo basada en resolución de problemas. El análisis de las soluciones a dos problemas de construcción geométrica evidencia tres diferentes estrategias; también se analizan los estados en el proceso de transición del razonamiento intuitivo a uno de carácter deductivo. Finalmente, se muestran evidencias del aporte del uso del software en los procesos comunicativos tanto orales como escritos.

INTRODUCCIÓN

En Bucaramanga (Colombia) tuvo lugar un movimiento importante alrededor del uso de nuevas tecnologías en el aula, específicamente en cuanto al uso de calculadoras graficadoras en instituciones educativas de nivel medio; por diversas circunstancias, estos recursos no tienen hoy día el mismo nivel de popularidad y hay pocas evidencias de la incorporación de estos o de nuevos recursos (e. g., software de geometría dinámica) en el currículo de matemáticas. Sin embargo, la Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander (UIS) ha mantenido el compromiso con este proyecto desde la formación de futuros profesores de matemáticas y como área de investigación del grupo EDUMAT.

De otro lado, en uno de los principales escenarios de práctica docente de los estudiantes de Licenciatura de la UIS, la Institución Educativa Las Américas, se viene trabajando en la preparación del Grupo de Olimpíadas, conformado por voluntarios con gusto por las matemáticas así como por estudiantes talentosos interesados en participar de competencias como las Olimpíadas Regionales de Matemáticas. En particular, el desempeño en esta competencia ha evidenciado deficiencias a la hora de responder preguntas denominadas “tipo ensayo”, que son preguntas abiertas donde se exige procedimiento; en el caso de geometría, el procedimiento consiste en una demostración deductiva.

Parada, I., Rivera, T. y Urbina, J. (2015). Análisis del desempeño en resolución de problemas en estudiantes que hacen parte de un Club de Geometría. *Memorias del Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones*, 22, 163-170.

MARCO CONCEPTUAL DE REFERENCIA

Respecto a la resolución de problemas en el ámbito de la geometría se utilizó como referencia la aproximación metodológica de Camargo y Samper (2014) que incluye como elementos básicos: una secuencia de problemas de construcción geométrica, el uso de un programa de geometría dinámica y un profesor motivador de acciones en pro de una generalización deductiva. De otra forma, la preparación de los participantes en las Olimpiadas de Matemáticas se hace usando el material dispuesto por las Instituciones Educativas Colombianas de Educación Superior que administran estas pruebas y que se limita a mostrar solucionarios o documentos que explican los métodos de demostración con ejemplos para las diferentes áreas.

De otro lado, nuestro trabajo acepta los tipos de demostración empírica y deductiva propuestos por Gutiérrez (2005); adicionalmente, el autor describe las opciones metodológicas para el análisis de datos a la hora de investigar y estudiar los procesos de aprendizaje de la demostración matemática basada en software de geometría dinámica y referencia los aportes hechos por Balacheff (1988), Harel y Sowder (1998) para clasificar las formas de resolver problemas de demostración realizadas por los estudiantes; el texto nos sitúa en un amplio contexto en cuanto a que se considera como demostración cualquier intento por justificar o argumentar (Godino y Recio, 2001).

Adicionalmente se tuvo en cuenta la etapa del desarrollo cognitivo, según Piaget, en la que se encuentran los estudiantes, objeto de nuestra propuesta; al respecto, los integrantes del Club están haciendo el tránsito de las operaciones concretas a las operaciones formales (11 a 13 años). En este sentido, los niños son capaces de realizar en forma eficiente tareas que implican seriación, clasificación, conservación (reconocer que un objeto permanece igual a pesar de cambios superficiales en su forma o aspecto físico), cuentan con las condiciones para realizar abstracción reflexiva, condición que les permite razonar lógicamente respecto al número y el volumen sin que los confunda la apariencia física; hacia los 12 años se cree posible que empiece a desarrollar un sistema coherente de lógica formal (Meece, 2000).

METODOLOGÍA

El grupo está formalmente constituido como Club Interinstitucional de Geometría, con sede en la Institución Educativa Las Américas. Lo integran 28

alumnos, de entre 12 y 15 años, provenientes de 4 instituciones educativas de Bucaramanga (Las Américas, Bicentenario de la Independencia de la República de Colombia, Comunitario MINCA y Santa Isabel de Hungría). Actualmente, el Club está dividido en dos grupos; en el nivel I se ubican alumnos de los grados 6° y 7°, y en el nivel II, alumnos de los grados 8° y 9°.

El Club se reúne una vez a la semana. El lugar de encuentro cuenta con recursos tecnológicos como equipos de cómputo y proyector. En cada sesión se presentan problemas para resolver con o sin el uso del software Cabri II Plus; los problemas se abordan en forma individual y luego grupal. Cada actividad involucra un objeto geométrico particular o una construcción, no se hace un trabajo previo de revisión de conceptos o propiedades, se orienta el trabajo de forma tal que la solución que el grupo presenta es aquella que va acompañada de un razonamiento que los integrantes consideraron acertado.

Una breve descripción de las actividades iniciales del Club es la siguiente:

Actividades Nivel I: Fase de iniciación

Exploración del software Cabri II Plus: manejo del programa, dibujo de figuras geométricas comunes, edición (manejo del color, medición, nombres y etiquetas), ejercicios con circunferencias.

Dibujo de triángulos isósceles y equiláteros, arrastre, deducción de relaciones y propiedades correspondientes a sus ángulos, lados, áreas y relaciones entre triángulos.

Resolución de problemas: problemas estáticos y de construcción en los que debe usar lo aprendido en las actividades anteriores.

Actividades Nivel II: Fase de entrenamiento

Problemas de demostración que requieren un razonamiento deductivo básico en cuanto a que se basa en el uso apropiado de la información dada en el enunciado.

Problema estático, por ejemplo, mostrar las características que deben tener dos triángulos para ser considerados congruentes.

De esta manera, las actividades que se realizan en el Club no solo se enfocan en el descubrimiento de propiedades o relaciones, sino que también se van planteando problemas geométricos tanto estáticos como de construcción en los que el estudiante debe hacer uso de un razonamiento deductivo para justificar, basado en los conocimientos que ha adquirido en actividades anteriores.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Estrategias de construcción

Estrategia empírica: La totalidad de los estudiantes en las actividades iniciales de Nivel I usan herramientas de medición y la percepción como estrategia de solución, considerando así no una representación sino un dibujo.

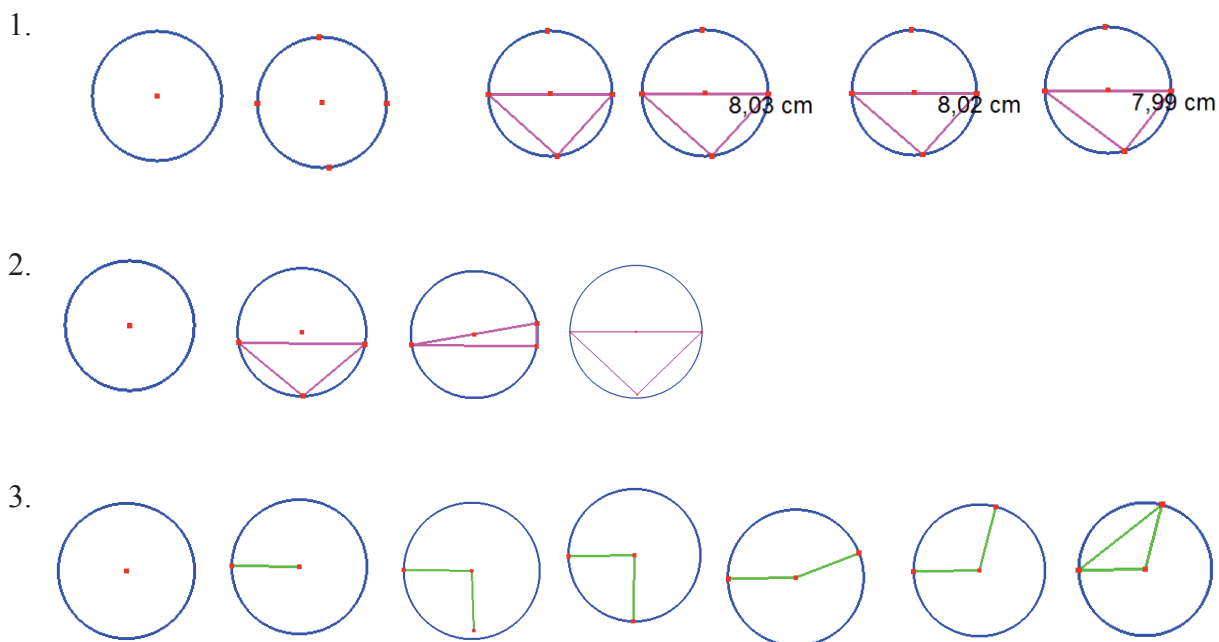


Figura 1. Estrategias de un estudiante del Nivel I, para construir un triángulo isósceles

La Figura 1 muestra la producción de un estudiante del Nivel I donde quedan registradas las estrategias utilizadas para resolver el problema de construir un triángulo isósceles usando Cabri. Como se ve, en las diferentes secuencias se involucra uso de la circunferencia; sin embargo, el primer intento obedece a una estrategia empírica pues consiste en dibujar un triángulo cualquiera sobre una circunferencia y medir hasta ajustar los lados del triángulo para conseguir que sea isósceles. La segunda y tercera estrategia evidencian que se supera la estrategia empírica y se avanza hasta llegar a una construcción que obedece a elementos teóricos.

Estrategia experimental: En ocasiones, los estudiantes suelen usar objetos geométricos que responden de manera perceptiva y no teóricamente a sus necesidades estratégicas. En esta fase, los estudiantes tienen claridad en cuanto al orden de uso o relación de dependencia entre las propiedades de los objetos, considerándose esta como una construcción débil ya que a diferencia

de la anterior no se basa directamente en procesos de medición y perceptivos, sino que muestra rasgos de un razonamiento un tanto deductivo.

La Figura 2 muestra las estrategias de solución al problema de construir un cuadrado a partir de triángulos congruentes. En todas ellas es evidente el uso de objetos geométricos (circunferencias, segmentos, rectas y rectas paralelas) que, al parecer, según como los ubiquen sirven para llegar a una construcción, siendo el arrastre proceso fundamental para la validación de las propias construcciones. De acuerdo con los procedimientos mostrados, los estudiantes cuentan con ideas no tan lejanas de cómo hacer la construcción de un cuadrado a partir de triángulos congruentes.

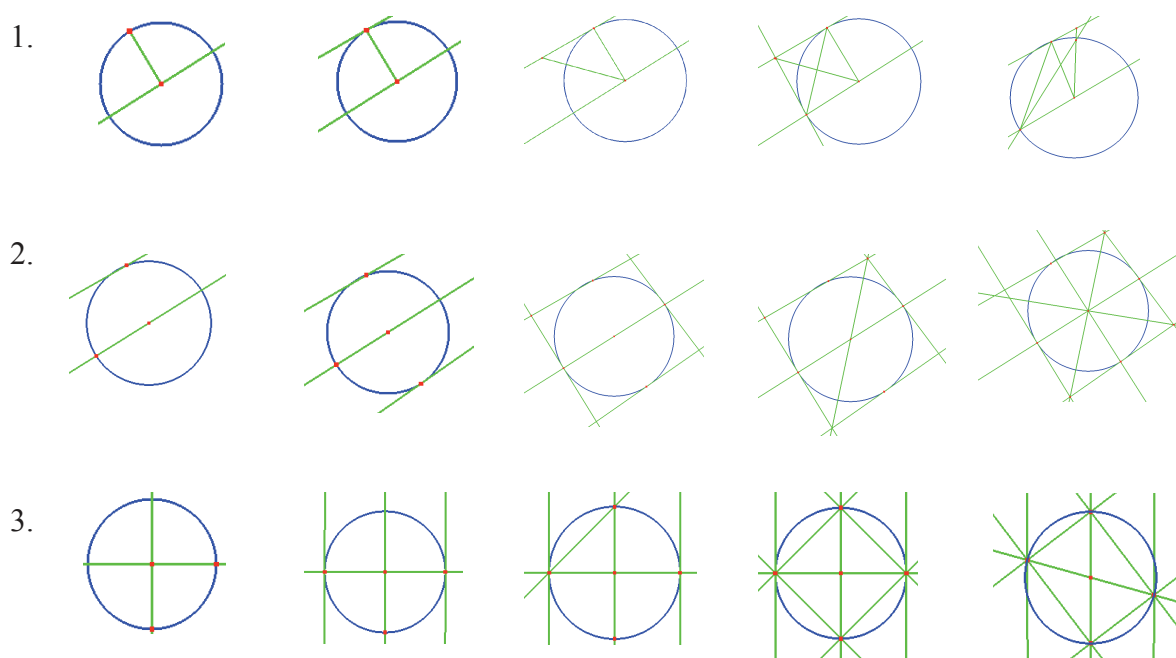


Figura 2. Estrategias de un estudiante del Nivel II, para construir un cuadrado a partir de triángulos congruentes

Estrategia deductiva: En el Nivel II cerca de 90% de los estudiantes usaron un razonamiento deductivo para resolver el problema de construir un cuadrado mediante triángulos congruentes, la solución se construyó a partir de los conocimientos adquiridos en actividades anteriores para llegar rápidamente a construcciones como la que se muestra en la Figura 3, allí inferimos que para ellos resultará fácil pasar a la fase de comunicar en forma oral o escrita el procedimiento seguido.

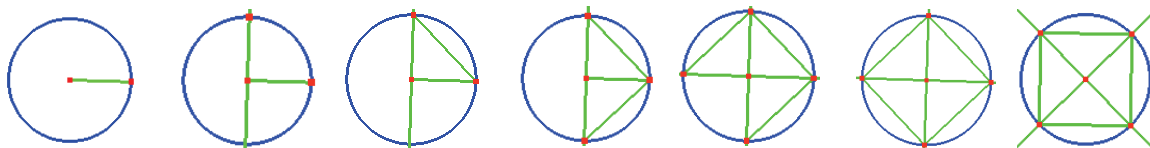
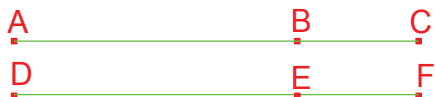


Figura 3. Diferentes estrategias de un estudiante del Nivel II para construir un cuadrado mediante triángulos congruentes

Procesos argumentativos

Experimento mental: Solo 10% de los estudiantes usa un ejemplo que contextualice el problema para organizar mejor sus ideas. Inferimos lo anterior del siguiente razonamiento en el que, al parecer, el estudiante asocia los segmentos con trozos de cinta o algo similar, para hacer consistente su justificación:

Profesor: Pruebe que $AB = DE$, dado que $AC = DF$ y $BC = EF$.



Estudiante: El segmento AC y DF son iguales o sea los 2 segmentos son iguales. Y la distancia que hay de BC y EF es la misma y como se dijo que los dos segmentos son iguales si imaginamos que la distancia o el segmento BC y EF no existen como los dos segmentos miden lo mismo son iguales, también se podría decir que la resta de AC y BC es la misma que la resta de DE y EF .

Pruebe que $\triangle IHG \cong \triangle FGH$ dado que:

$\angle FGH$ y $\angle IHG$ son ángulos rectos y
 $\angle 1 \cong \angle 2$

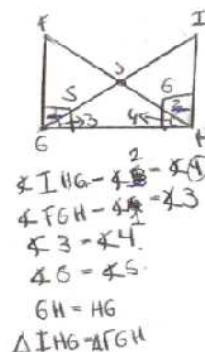
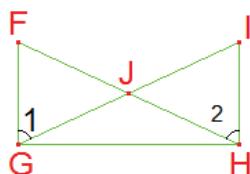


Figura 4. Demostración analítica o teórica de un estudiante de Nivel II sobre congruencia triangular

Analítica o teórica: Al finalizar nuestro trabajo en el Club, las soluciones planteadas por los integrantes del Nivel II se basan únicamente en razonamientos deductivos y operaciones mentales, abandonando el uso de ejemplos para sus argumentaciones, incluso no es necesario el uso del software Cabri para llegar a descubrir propiedades o pistas que les puedan ayudar (ver en página anterior la Figura 4).

Uso del lenguaje, escritura y comunicación

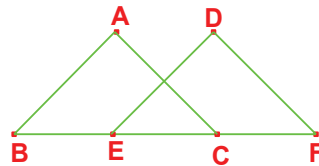
Las evidencias muestran el alto nivel de apropiación por parte de los estudiantes del lenguaje técnico, notación y terminología, para expresar y escribir sus razonamientos, a continuación se transcribe parte de un vídeo donde un estudiante presenta la solución al problema indicado:

Profesor: Pruebe que los segmentos BC y EF son congruentes, dado que:

$$\angle A \cong \angle D$$

$$\overline{AB} \parallel \overline{DE}$$

$$\overline{AC} \cong \overline{DF}$$



Estudiante: Esta es una paralela, entonces esta recta es infinita y esta también; y esto podría ser una secante, entonces este y este son ángulos correspondientes y serían iguales, entonces por ángulo lado ángulo se tiene.

CONCLUSIONES

Los estudiantes del Nivel I, típicamente adoptan varias estrategias de solución a un problema de construcción, enmarcadas por el tipo experimental y empírico; el software les permite combinar diferentes elementos, pero es el arrastre tipo test el que finalmente sirve de criterio para indicar si la solución es consistente. Hay avance en el proceso de comunicación oral pero aún hay limitación a la hora de presentar una justificación en forma escrita.

Los estudiantes del Nivel II son capaces de afrontar problemas que demandan una argumentación deductiva sin utilizar ejemplos o experimentación; al contar con un entrenamiento más amplio y un razonamiento lógico más avanzado (acorde a su edad) resultan ser más eficientes a la hora de escribir

una demostración deductiva, su actitud es más analítica que dependiente del uso del software.

En general, los integrantes del Club han mostrado, en un período corto, avances importantes en el desarrollo del razonamiento matemático, la capacidad argumentativa, el pensamiento lógico, la actitud crítica y la capacidad de comunicación, elementos indispensables para un desempeño exitoso tanto a nivel competitivo como de su futuro profesional.

REFERENCIAS

- Camargo, L. y Samper, C. (2014). *Aproximación temprana al razonamiento geométrico en Educación Básica*. En G. Arenas y S. Roa (Eds.), *Memoria VIII Simposio Nororiental de Matemáticas* (pp. 249-268). Bucaramanga, Colombia: Publicaciones UIS.
- Godino, J. y Recio, A. (2001). Significados institucionales de la demostración: implicaciones para la educación matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 19(3), 405-414.
- Gutiérrez, Á. (2005). Aspectos metodológicos de la investigación sobre aprendizaje de la demostración mediante exploraciones con software de geometría dinámica. En A. Maz, B. Gómez y M. Torralbo (Eds.), *IX Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática* (pp. 27-44). Córdoba, España: SEIEM.
- Meece, J. (2000). *Desarrollo del niño y del adolescente. Compendio para educadores*. Mexico D.F., México: Secretaría de Educación Pública.