

INVESTIGACIONES SOBRE PENSAMIENTO NUMÉRICO Y ALGEBRAICO

Research on numerical and algebraic thinking

Lupiáñez, J. L.

Universidad de Granada

Uno de los objetivos que se propuso en la creación de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, fue el de que se asumiera la responsabilidad de promover la creación y estabilización de grupos de investigadores en Educación Matemática, que abordaran problemas de indagación específicos y que generaran una producción científica de calidad. La constitución del grupo “Pensamiento Numérico y Algebraico” obedeció a esa finalidad.

Aunque el núcleo de las investigaciones desarrolladas en el seno de este grupo lo constituyen los estudios sobre las estructuras numéricas y las relaciones algebraicas, como fundamentos básicos de las matemáticas y del lenguaje matemático, lo cierto es que las investigaciones sobre pensamiento numérico y algebraico abarcan una amplia variedad de estudios y cuestiones. Algunas de las líneas de indagación prioritarias de este grupo son los fundamentos de los conjuntos y estructuras numéricas, los sistemas de representación, los procesos y dificultades de aprendizaje y comprensión de esas estructuras y los modos con que los escolares interpretan y emplean conocimientos y procedimientos propios de ellas para resolver problemas en una variedad de situaciones (Lupiáñez y Rico, 2009; Verschaffel, Greer y Torbeyns, 2006). También se exploran cuestiones relacionadas con el significado y el manejo del lenguaje algebraico y su relación con otras formas de expresión, el aprendizaje y las dificultades en el trabajo con relaciones y expresiones algebraicas, incógnitas o variables, el pensamiento matemático avanzado o el álgebra temprana. La invención y la resolución de problemas (Fillooy, Puig y Rojano, 2008) y el uso de materiales estructurados y de tecnologías para la enseñanza de las matemáticas (Kieran, 2006), han sido especialmente visibles en un gran número de investigaciones.

Por otro lado, aunque pueden encontrarse prioridades concretas a cada uno de esos dos pensamientos, numérico y algebraico, los problemas derivados de la enseñanza y del aprendizaje en estos dos campos son similares y las bases teóricas y metodológicas para su estudio tienen componentes comunes. Así, es posible identificar investigaciones centradas en escolares de todos los niveles educativos, en la formación inicial de profesores o en el desarrollo profesional de docentes en ejercicio. También se han llevado a cabo estudios de tipo histórico, focalizados en determinados autores, obras o épocas, y se han analizado gran variedad de textos escolares y de documentos curriculares.

Toda esta variedad de estudios se puede constatar en la dilatada producción de los miembros de este grupo. Una revisión de las conferencias y comunicaciones presentadas en los distintos simposios de la Sociedad, de las tesis doctorales defendidas y de las aportaciones en las reuniones intermedias del grupo, dan buena cuenta de este hecho¹ (Lupiáñez, Puig y González-Calero, en prensa).

En este seminario de investigación se presentan y ejemplifican varias de las cuestiones y problemas que aborda el grupo “Pensamiento Numérico y Algebraico”, por parte de especialistas con una dilatada experiencia. Están organizadas según se centren en la faceta numérica o algebraica.

En la conferencia que presenta José Luis González Marí, de la Universidad de Málaga, se propone una caracterización de los métodos y tendencias de investigación en el campo del pensamiento numérico. Para ello, el autor comienza con una caracterización de esta área de indagación y

Lupiáñez, J. L. (2015). Investigaciones sobre pensamiento numérico y algebraico. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 17-19). Alicante: SEIEM.

describe varios grupos y autores que desarrollan su actividad investigadora en ella. A continuación, propone y justifica una serie de descriptores que le permiten clasificar y organizar una gran cantidad de estudios realizados, modelos desarrollados y aplicados y prioridades de investigación ya consolidadas. Aunque el autor sostiene la no exhaustividad y la no completitud de su propuesta, ciertamente su trabajo pone de manifiesto la pluralidad de intereses, problemas y resultados de la investigación sobre pensamiento numérico.

La réplica a este trabajo la desarrolla Francisco Gil, de la Universidad de Almería, y precisamente se inicia con el reconocimiento de la dificultad de establecer una categorización de este tipo de investigaciones. Pudiéndose entender como alternativa al trabajo de González Marí, por la especificidad del contenido, o como complemento por la identificación de otras prioridades, Gil ha revisado dos trabajos de referencia que le permiten organizar los focos de atención de estudios sobre conjuntos numéricos y aritmética. Estas nuevas revisiones le permiten ejemplificar cambios en esas prioridades a lo largo del tiempo, que entre otros efectos, ha traído consigo la consolidación de nuevas áreas de investigación.

La segunda conferencia la brinda el profesor David Arnau, de la Universidad de Valencia. En este caso, su aportación se centra en pensamiento algebraico y considera la utilización de un sistema tutorial inteligente que simula actuaciones del profesor y que permite promover el desarrollo de la competencia matemática de los escolares mediante la resolución de tareas algebraicas. Una revisión de antecedentes le permite identificar dos usos clave de sistemas interactivos para el aprendizaje, los centrados en las relaciones entre diferentes sistemas de representación y los que proponen el empleo de sistema de inteligencia artificial. En este segundo caso, su vínculo con la resolución de problemas es desarrollado con detalle; en ese contexto presenta una investigación que tiene como objetivo “describir la base teórica sobre la que se han diseñado los componentes de un sistema tutorial inteligente para la enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas verbales aritmético-algebraicos”. Una descripción y justificación de ese sistema unido a una propuesta de enseñanza basada en su empleo, permiten a Arnau reflexionar sobre su relevancia, su impacto en el aprendizaje y en la enseñanza y delimitar varias líneas de actuación futuras.

La réplica a esta intervención la lleva a cabo Antonio Moreno, de la Universidad de Granada, quien sintetiza las ideas clave del trabajo de Arnau para después describir puntos fuertes y débiles a sus planteamientos y supuestos sobre sistemas tutoriales y sobre el papel del profesor. La réplica finaliza con una serie de puntos para la discusión y el debate en torno a tres facetas clave: el papel del profesor en un modelo de enseñanza en el que se empleen estos sistemas tutoriales, sobre el modelo cognitivo que se asume y que expresa un modo de entender y promover el aprendizaje escolar y sobre el modelo de competencia que postula las expectativas formativas a conseguir con el empleo de este tipo de sistemas.

Me gustaría cerrar esta presentación con mi más sincero agradecimiento a la Junta Directiva de la SEIEM y al Comité Científico de este Simposio por invitarme a organizar el seminario y, sobre todo, a los cuatro compañeros que lo han hecho posible con su trabajo. Espero que las conferencias y sus respectivas réplicas susciten el interés y el debate de todos los asistentes.

Referencias

- Fillooy, E., Puig, L. y Rojano, T. (2008). *Educational Algebra*. Nueva York: Springer.
- Kieran, C. (2006). Research on the learning and teaching of Algebra. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 11-49). Róterdam, Holanda: Sense Publishers.
- Lupiañez, J. L. y Rico, L. (2009). Research in Mathematics Education: Numerical Thinking. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(1), 239-242.

- Lupiáñez, J. L., Puig, L. y González-Calero, J. A. (en prensa). Pensamiento numérico y algebraico e historia de las matemáticas y educación matemática. *Ensayos*, 30(1), 2015.
- Verschaffel, L., Greer, B. y Torbeyns, J. (2006). Numerical Thinking. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 51-82). Róterdam, Holanda: Sense Publishers.

ⁱ En los boletines de la Sociedad se pueden consultar las tesis defendidas y las comunicaciones presentadas en las reuniones del grupo. En su página web también se pueden descargar buena parte de esas contribuciones: <http://www.seiem.es/gruposdetrabajo/pna.htm>.