MODELOS EPISTEMOLÓGICOS DE REFERENCIA EN EL ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA EN LIBROS DE TEXTO: EL CASO DEL NÚMERO EN LA ESCUELA INFANTIL

Epistemological reference models in the analysis of the mathematical activity in textbooks: The case of numbers in Early Childhood Education

García, F. J.[a] y Sierra, T. Á.[b]

[a]Universidad de Jaén, [b]Universidad Complutense de Madrid

Resumen

El análisis de los procesos de transposición didáctica es un importante dominio de investigación en didáctica de las matemáticas. En este artículo planteamos la necesidad del investigador de elaborar sus propios modelos epistemológicos de referencia cuando aborda el análisis de procesos transpositivos. En particular, nos centramos en la enseñanza y el aprendizaje del "número" en la Educación Infantil. Proponemos un modelo epistemológico alternativo del número en dicha institución, que utilizamos para el análisis de manuales escolares, identificando algunos problemas y fenómenos didácticos.

Palabras clave: *Transposición didáctica, modelos epistemológicos de referencia, número y numeración, Educación Infantil*

Abstract

The analysis of the didactic transposition processes is an important research domain in the didactics of mathematics. In this paper we reflect on the researcher's need of creating their own epistemological reference models when tackling didactic transposition analyses. Specifically, we focus on the teaching and learning of "numbers" in Early Childhood Education. Within it, we propose an alternative epistemological model, which it is applied to analyse school textbooks, resulting in the identification of some didactic problems and phenomena.

Keywords: *Didactic transposition, epistemological reference model, number and numbering, Early Childhood Education*

INTRODUCCIÓN

La Teoría de la Transposición Didáctica puso en evidencia la necesaria transformación y adaptación de los saberes en su tránsito entre diferentes instituciones, y supuso una visión diferente de la Didáctica de las Matemáticas, dando lugar a un nuevo paradigma de investigación y a la emergencia y desarrollo de nuevos marcos teóricos (Bosch y Gascón, 2007).

Sin embargo, el análisis de los procesos transpositivos no ha estado siempre acompañado de la necesaria coherencia con el marco teórico de referencia ni del rigor metodológico necesario. Es por ello que consideramos necesario revisar las últimas aportaciones en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1999) con el fin de clarificar el papel crucial que deben desempeñar los *modelos epistemológicos de referencia* en todo análisis de procesos transpositivos.

Para ejemplificar nuestra propuesta, y como parte de nuestra investigación, nos centraremos en el aprendizaje y la enseñanza de los primeros conocimientos numéricos en la institución Educación Infantil. Se trata de un dominio interesante para analizar procesos transpositivos, ya que la aparente simplicidad de dichos conocimientos, parece hacer innecesario su cuestionamiento más profundo.

García, F. J. y Sierra, T. Á. (2015). Modelos epistemológicos de referencia en el análisis de la actividad matemática en libros de texto: El caso del número en la escuela infantil. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 299-307). Alicante: SEIEM.

LOS MODELOS EPISTEMOLÓGICOS DE REFERENCIA EN LA INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

La consideración de los procesos transpositivos supuso una importante ampliación del campo de estudio de la Didáctica, haciendo posible la formulación de fenómenos didácticos que tienen un componente epistemológico y/o institucional esencial (Bosch y Gascón, 2007).

La transposición didáctica puso en evidencia la necesidad de llevar ahondar en lo epistemológico, como base para entender los factores que posibilitan, condicionan, e incluso a veces impiden, la construcción de ciertos saberes en una institución determinada, así como las formas que se proponen para la construcción de dichos saberes (*saber a enseñar*), y las construcciones efectivas que se llevan a cabo (*saber enseñado* y *saber aprendido*).

Todo análisis de un proceso de transposición didáctica implica un cuestionamiento serio y profundo de la epistemología de los saberes puestos en juego.

> La emancipación epistemológica constituye un aspecto particular, un primer paso esencial, de la emancipación institucional que podría definirse, en general, como la liberación de la sujeción a la ideología dominante en las instituciones que forman parte de su objeto de estudio, esto es, la emancipación no sólo del provincianismo epistemológico, sino también de todo provincianismo didáctico, pedagógico y cultural (Gascón, 2014, p. 100).

Este punto de vista *externo* a las instituciones escolares objeto de análisis, que el didáctica debe de construir como parte de su investigación, es el que denominamos *modelo epistemológico de referencia* (MER), entendido como modelo teórico básico para el investigador a la hora de analizar la transición y evolución de los saberes entre diferentes instituciones (Figura 1).

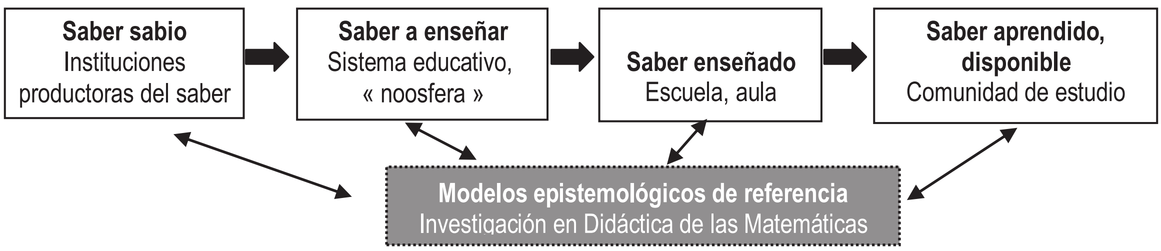

Figura 1. Papel de los modelos epistemológicos de referencia en los procesos transpositivos (Bosch y Gascón, 2007, p. 394)

Los MER desempeñan una función fenomenotécnica en la ciencia didáctica, permitiendo: (1) fijar la amplitud del ámbito matemático en torno al que se formulará el problema de investigación, (2) identificar fenómenos didácticos que hasta el momento habían permanecido más o menos invisibles, y (3) elaborar explicaciones tentativas y tipos de soluciones (teóricas o prácticas) que se consideren apropiadas (Gascón, 2014).

Los MER no sólo surgen como propuestas alternativas a los modelos epistemológicos dominantes de cierto ámbito del saber enseñado en una institución determinada, sino que también ayudan a construir modelos didácticos alternativos, en la medida en que los modelos epistemológicos dominantes no sólo determinan como se interpreta el conocimiento matemático, sino también en gran medida cómo se organiza su estudio en la institución considerada (Gascón, 2014).

Todo MER tiene un carácter relativo y provisional (Chevallard y Bosch, 2014). Éstos deben ser considerados como hipótesis a contrastar empíricamente, en la medida en que cumplan con su función fenomenotécnica, debiendo ser revisados, e incluso modificados si es necesario.

PROPUESTA DE UN MODELO EPISTEMOLÓGICO DE REFERENCIA DEL NÚMERO EN LA EDUCACIÓN INFANTIL

En la matemática sabia, la noción de número natural como cardinal, no fue formalizada hasta el siglo XIX (Deiser, 2010). La construcción praxeológica del número natural propuesta por Cantor, Frege y Russell se fundamenta teóricamente en la teoría de conjuntos. A partir de ella, se define el número como la propiedad común a los conjuntos finitos que son coordinables entre sí.

Este modelo epistemológico ha actuado como referencia tanto para la organización del estudio del número natural en la Educación Infantil (Ruiz-Higueras, 2005), como para su estudio en la formación del profesorado.

Desde esta perspectiva, el número es ese “algo”, esa “propiedad respecto a la cantidad”, que comparten los conjuntos finitos. El conteo es la técnica privilegiada para acceder a dicha propiedad, que se representa por escrito mediante símbolos como, por ejemplo, los numerales indoarábigos y se comunica oralmente a través de un conjunto cultural de palabras-número.

Sin embargo, otros autores hablan de “medida” al referirse a los números naturales en la institución escolar. Es el caso, por ejemplo, de Ruiz-Higueras (2005) quien considera que una de las funciones esenciales del número y de la numeración es la de “medida de una colección”. Margolinas y Wozniak (2012) se refieren al número como magnitud, y lo conectan con la noción de medida:

> Le premier chapitre est consacré au nombre comme représentant de la quantité abordée comme une grandeur. Il introduit le dénombrement comme processus qui associe à la quantité sa mesure c’est-à-dire le « nombre cardinal » (Margolinas y Wozniak, 2012, p. 10).

Chamorro y Belmonte (1988), en su libro sobre la magnitudes y su medida, se centran en la construcción de las magnitudes continuas. No obstante, incluyen un apartado al final que titulan “el número natural como magnitud”, especificando que:

> El lector se habrá percatado sin duda de la similitud, lo que a nivel intuitivo justifica el poder hablar de los números naturales como magnitud. El número natural es la respuesta a la pregunta ¿cuántos?, que uno se hace ante una colección finita. Contar (…) es en realidad medir esa colección, es decir, encontrar lo que llamamos su cardinal (Chamorro y Belmonte, 1988, p. 121).

Se abre así una vía de entrada a lo que consideramos un posible MER alternativo del número natural, en el que el componente teórico no esté determinado por la *teoría de conjuntos*, sino por la *teoría de las magnitudes y su medida*, y que en principio formulamos como una hipótesis de partida. Para ello, esbozaremos primero un posible MER para las magnitudes y su medida, que usaremos para construir nuestra propuesta alternativa.

Dentro del modelo epistemológico general propuesto por la TAD, las matemáticas se interpretan como una actividad humana en torno a campos de problemas, modelizada mediante la noción de praxeología (Chevallard, 1999). Los MER se describen como procesos de construcción de praxeologías de complejidad creciente, que parten de cuestiones problemáticas con suficiente poder generador (Sierra, 2006).

Un modelo epistemológico de referencia para las magnitudes y su medida

En el caso de las magnitudes lineales, Brousseau (2002) considera que es en el mundo de los objetos donde comienza su construcción. En éste se establece un protocolo experimental para su comparación, combinación, recorte y transformación, que permite definir, por un lado, una aplicación m entre el conjunto de objetos y un conjunto de números, por otro lado, una aplicación g entre el conjunto de objetos y un nuevo conjunto, que son las cantidades de magnitud, y una biyección μ entre el conjunto de estas cantidades de magnitud y el conjunto numérico, de manera que $m=\mu\circ g$. La aplicación g no depende más que del protocolo experimental, mientras que las aplicaciones m y μ dependen del objeto elegido como patrón, que es tomado como unidad de medida (Figura 2).

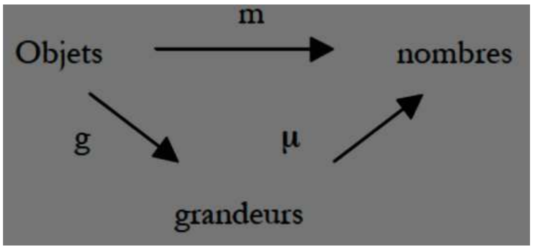

Figura 2. Esquema para la construcción de una magnitud (Brousseau, 2002, p. 335)

En el marco de la TAD, esta idea fue reformulada dado lugar a la construcción de un modelo epistemológico de referencia (Sierra, 2006) para la construcción de las magnitudes y su medida en un proceso de ampliación praxeológica. Se trata de un proceso amplio que aquí sólo podemos esbozar. El MER de las magnitudes surge de tareas de comparación de objetos concretos respecto de una determinada cualidad, mediante técnicas basadas en su manipulación efectiva. Se empieza así a construir la noción de cantidad de magnitud, en la medida en que los objetos pueden coincidir respecto de una determinada cualidad, dando lugar a una *organización matemática inicial*. Las limitaciones de estas técnicas dan lugar a una doble ampliación praxeológica (organización matemática *intermedia* y *final*), que a través de la introducción de un conjunto finito de cantidades de magnitud que actúen como una "sistema de generadores", desembocaba en la construcción de la aplicación medida tomando como unidad cualquier cantidad de magnitud.

Un modelo epistemológico de referencia para la número natural y la numeración

Como en el sub-apartado anterior, y por limitaciones de espacio, sólo podremos describir los rasgos más importantes de nuestra propuesta.

Un primer paso en la construcción del número como medida de magnitudes discretas está en determinar la naturaleza de los "objetos soporte" de dichas magnitudes. En este caso, este conjunto estará formado por conjuntos finitos, que sirven de soporte a la *cualidad* de la *cantidad* o de la *numerosidad*). En lo que sigue, usaremos la notación C_i para referirnos a cualquier conjunto finito genérico, esto es, sin importar la naturaleza de sus elementos.

La praxeología u organización matemática de partida (que denotaremos por OM_1) estará constituida por los "objetos soporte" de la magnitud y por una actividad matemática caracterizada por la acción concreta sobre los mismos.

De acuerdo con el MER para las magnitudes, la génesis de la praxeología u organización matemática *inicial* (OM_1) se sitúa en tareas de comparación directa de objetos soporte, respecto a la cualidad que define la magnitud. Será este el primer tipo de tareas:

> π_1 : dados dos conjuntos discretos C_1 y C_2 , determinar cuál de ellos es menor, mayor, o si son iguales, atendiendo a la *cualidad cantidad*.

Esta tarea, en principio sencilla, puede llegar a ser muy compleja, según las características físicas de las colecciones involucradas, su ubicación espacial, la posibilidad de acceder a ellas y manipularlas, etc. Si además estamos pensando en un MER que permita describir la actividad matemática en la Educación Infantil, parece coherente limitar el tipo de tareas introduciendo ciertas limitaciones, en la línea de los trabajos seminales elaborados en el marco de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) (véase Sierra y Rodríguez, 2012) .Asumimos como primera condición que los conjuntos C_1 y C_2 están espacialmente cercanos, visibles simultáneamente, y que son manipulables, o accesibles mediante gestos.

La técnica inicial τ_1 que permite resolver con éxito este tipo de problemas, ligada al carácter concreto y cercano de los conjuntos, consiste en establecer una biyección, bien señalando simultáneamente los elementos de ambos conjuntos, bien desplazándolos formando parejas. Otras técnicas de éxito (Ruiz-Higueras, 2005) serían: τ_2 , el establecimiento biyecciones por subconjuntos (de pares, de tripletas) o τ_3 , por estimación visual, si bien esta última es poco fiable.

Bajo estas mismas condiciones, estas técnicas también permiten resolver con éxito un segundo tipo de tareas:

> π_2 : Dado un conjunto discreto C_1 , construir otro conjunto C_2 que coincida con C_1 respecto a la *cualidad cantidad*, estando C_1 presente y siendo manipulable, o al menos accesible mediante gestos.

En la construcción del número en la Escuela Infantil, la técnica de la biyección (τ_1) jugará un papel fundamental, ya que permite la entrada a la magnitud discreta, contribuyendo a tomar conciencia de las diferentes cantidades de magnitud. En esta organización matemática *inicial,* la aplicación medida no está aún construida. Las condiciones impuestas sobre los tipos de tareas no la hacen necesaria. Será precisamente a través de la modificación de estas condiciones que las técnicas anteriores se irán mostrando ineficaces, provocando así una ampliación praxeológica sucesiva.

En efecto, consideremos una variante de los problemas anteriores, formulados en los mismos términos, pero suponiendo ahora que los conjuntos involucrados están alejados y no son visibles ni accesibles simultáneamente. Los notaremos por π_1' y π_2'.

Ahora la técnica τ_1 de la biyección, tal cual, fracasa. Necesita ser adaptada, mediante la consideración de una colección intermedia y la aplicación de la propiedad de transitividad. Llamaremos τ_4 a esta versión evolucionada de la técnica anterior, que admite diferentes realizaciones concretas:

- τ_4^1: construcción de una colección intermedia de "objetos", (dedos de la mano, fichas…).
- τ_4^2: construcción de una colección intermedia de símbolos (analógicos o icónicos).
- τ_4^3: construcción de una colección intermedia de palabras (por ejemplo, los nombres de los niños, si tienen que coger un vaso y sólo uno para cada niño de su mesa).
- τ_4^4: uso de la serie numérica.

Cuando el niño usa las técnicas τ_4^i, es la primera vez que empieza a representar la *cualidad cantidad* del conjunto soporte a través de símbolos o de palabras. Es en este momento cuando empieza a emerger una *numeración.* En particular, la técnica τ_4^2 supone la primera codificación por escrito de la *cualidad cantidad* de un conjunto (*numeraciones icónico-analógicas* e *icónico-simbólicas*).

Se configura así una organización matemática intermedia OM_2. En ella, cualquier recitado de palabras, incluso de la serie numérica en orden no estable, permite resolver con éxito las tareas, siempre que el recitado sea el mismo. Sin embargo, cuando el tamaño de las colecciones aumenta, el control de recitado de palabras arbitrarias se hace más costoso, dando lugar a numerosos errores.

El uso de la serie numérica verbal hace que la técnica τ_4^4 sea muy fiable. No entraremos aquí a discutir cómo los niños aprenden y dominan el recitado de la serie numérica, ya que éste es un ámbito que ha sido ampliamente estudiado (véase, por ejemplo, Clements y Sarama, 2007).

La evolución de OM_2 surgirá, de nuevo, ante una ampliación del campo de problemas, que dé lugar a un necesaria modificación de las técnicas. De acuerdo con los trabajos citados en el marco de la TSD, optamos por introducir la comunicación como germen de esta evolución:

π_3 dado un conjunto discreto C_1, pedir por escrito (π_3^1), o pedir oralmente (π_3^2), los objetos necesarios para construir otro conjunto C_2 que coincida con C_1 respecto a la *cualidad cantidad*, estando C_1 alejado y no visible ni accesible en el momento de construir C_2.

En principio, sigue siendo válida la técnica τ_4^2, para π_3^1, así como la técnica τ_4^4 (e incluso la τ_4^3), para el tipo de problema π_3^2. Incluso es usual encontrar, en los problemas de comunicación escrita, híbridos entre ambas técnicas: cuando el niño recita la serie de palabras-número (técnica τ_4^4) pero, ante la necesidad de producir un mensaje escrito, usa como signos los de los numerales (por ejemplo, para pedir cinco objetos, escribe: *1 2 3 4 5*). Llamaremos a esta técnica τ_4^5.

La evolución de las técnicas τ_4^2 y τ_4^4 se producirá ante la convención social de que la última palabra-número recitada es suficiente para aprehender y comunicar la *cualidad cantidad* de un conjunto. En efecto, se trata de una convención social, basada en el común acuerdo de que todas las palabras-número anteriores se suponen sabidas por ambas partes. Se trataría de la información mínima a suministrar para que la otra persona pueda reconstruir con éxito la técnica τ_4^4.

Esta convención social es bien conocida en la literatura especializada como el *principio cardinal*, lo que nos permite enunciar la técnica τ_5 del conteo: recitado de la serie de palabras-número, en orden estable, estableciendo una biyección entre éstas y el conjunto de elementos del conjunto considerado. La última palabra-número recitada (τ_5^1), o el numeral de la última palabra recitada (τ_5^2), representa la *cualidad cantidad* del conjunto finito considerado.

La técnica τ_5 constituye la construcción de la aplicación medida, al establecer una correspondencia entre cualquier objeto soporte (conjunto finito) y un conjunto de palabras {*uno, dos, tres,…*} o de símbolos {1, 2, 3, …}, de manera que la *cualidad cantidad* de dicho conjunto queda unívocamente representada mediante éstos. Se construye así una organización matemática OM_3, que integra a las anteriores, y en la que la magnitud discreta y la aplicación medida han quedado construidas. En ocasiones, es posible medir una colección de forma súbita, dependiendo de su tamaño y disposición espacial. Llamaremos τ_5^0 a esta técnica, conocida como subitización (Clements y Sarama, 2007).

Es posible continuar con el proceso de ampliación praxeológica, cuestionando la necesidad de disponer de un repertorio finito de símbolos y palabras, lo que proyecta la actividad matemática hacia los sistemas de numeración (Sierra, 2006).

LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA EN TORNO AL NÚMERO EN TEXTOS DE EDUCACIÓN INFANTIL

En el curso de nuestra investigación, diversos manuales escolares de la etapa de Educación Infantil han sido analizados: proyecto "trébole" (Edelvives), "chiribitas" y "el viaje de Suso" (ambos de Santillana). Por limitaciones de espacio, esbozaremos los fenómenos más importantes identificados.

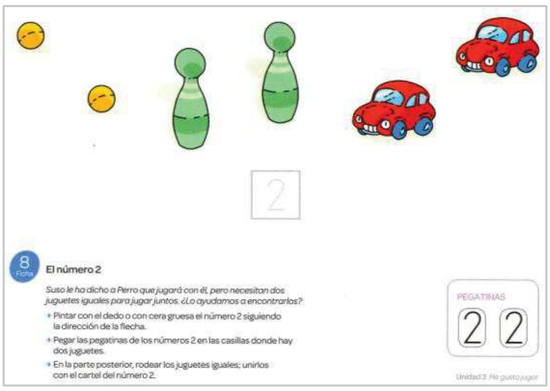

Figura 3. Introducción ostensiva del número, como "propiedad" de los conjuntos, en libros de texto ("el viaje de Suso", Santillana)

En primer lugar, el modelo epistemológico del "número natural" como propiedad común de los conjuntos finitos es dominante. Esto se observa de manera nítida cuando se introduce ostensivamente cada "número", acompañado de su expresión escrita (numeral) (Figura 3).

La presentación simultánea de los conjuntos y las designaciones escritas de la cantidad permite afirmar que no existe verdadera construcción de las cantidades de magnitud discreta, ni una evolución de los campos de problemas que lleven a la necesidad de construir la aplicación medida y las designaciones orales y escritas para expresar la cantidad, sino una introducción directa del resultado de medir las colecciones, junto con designación cultural de dicha medida.

En segundo lugar, aunque es posible encontrar problemas de comparación y de construcción de colecciones equipotentes, estos se restringen a los tipos π_1 y π_2 , al tratarse de fichas impresas (Figura 4).

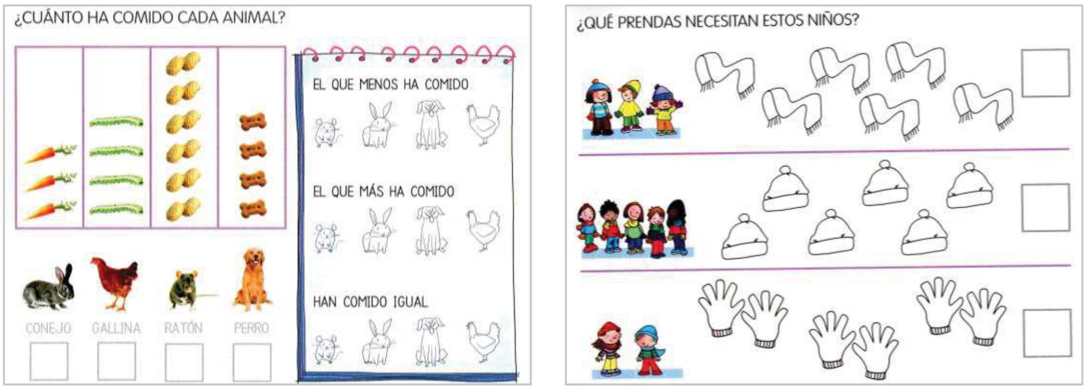

Figura 4. Problemas de comparación (π_1) y producción de colecciones (π_2) ("el viaje de Suso", Santillana)

No es posible afirmar con rotundidad si se persigue o no la construcción de OM_1, y en particular de la biyección (τ_1). No obstante, en muchos casos se señala expresamente que hay que contar, esto es, se impone la técnica del conteo como la técnica institucional única posible.

Los problemas del tipo π_3 están completamente ausentes en los libros analizados. Estos problemas son cruciales ya que son los que realmente dan sentido a la necesidad de medir una colección y de representar dicha medida mediante algún tipo de código (oral o escrito). Ante la ausencia del situaciones de comunicación, los niños se ven sometidos a una actividad "gratuita" de medida (cardinación), en las que medir conjuntos y expresar dicha medida es un fin en sí mismo, y no un medio para resolver situaciones problemáticas (Figura 5).

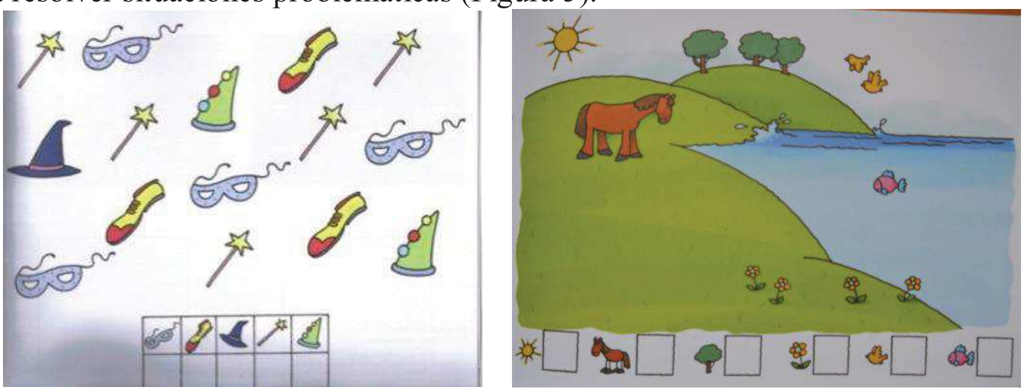

Figura 5. Fichas para la medida de colecciones ("chiribitas", Santillana y "trébole", Edelvives)

De esta forma, es posible interpretar que en ausencia de una construcción progresiva de técnicas, mediante la ampliación del campo de problemas, el conteo (τ_5) se introduce de forma ostensiva como técnica dominante y se impone su rutinización, pues permite, de manera acrítica, resolver con éxito todos los tipos de tarea propuestos.

Postulamos que, de la misma manera que Chamorro (1997) identificó un fenómeno de evitación de las magnitudes en la Educación Primaria y de su construcción, que se evidenciaba con una introducción directa y temprana de las unidades legales de medida y de los instrumentos de medida asociados, también en la transposición didáctica del número natural en los libros de texto de la Educación Infantil existe un fenómeno de evitación de la magnitud discreta, evidenciado por una introducción temprana, directa y acrítica de la aplicación medida, y de los códigos y palabras culturales que representan el resultado de dicha medida.

CONCLUSIONES

En este artículo hemos abordado dos objetivos conectados: (1) reflexionar sobre la necesidad que tiene el investigador de tomar un punto de vista “externo” cuando analiza procesos de transposición didáctica, que se concreta en la construcción explícita de modelos epistemológicos de referencia (MER) del ámbito matemático abordado; (2) analizar cómo se transponen los primeros conocimientos numéricos en libros de texto de la Educación Infantil, para lo que ha sido necesario la construcción previa de un MER respecto al número y la numeración.

Hemos formulado un MER alternativo que sitúa el número en el ámbito de las magnitudes, lo que implica la necesidad de construir tanto las cantidades de magnitud como la aplicación medida.

Finalmente, hemos analizado varios libros de texto. El uso del MER construido, nos ha permitido identificar cómo se realiza una introducción temprana, directa y acrítica de la aplicación medida (el conteo) que (1) impide a los niños de Educación Infantil la construcción de la magnitud discreta y (2) les oculta una de las razones de ser del número, al prescindir de las situaciones de comunicación (tipo π_3) y convertir las tareas de medida de conjuntos en un fin en sí mismo.

Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco del proyecto EDU2012-39312-C03-02 “La modelización matemática en la formación del profesorado de Infantil y Primaria en matemáticas y ciencias naturales” del Plan Nacional de I+D+I, financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad.

Referencias

Bosch, M. y Gascón, J. (2007). 25 años de Transposición Didáctica. En L. Ruiz-Higueras, A. Estepa y F. J. García (Eds.), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico* (pp. 385-406). Jaén: Universidad de Jaén.

Brousseau, G. (2002). Les grandeurs dans la scolarite obligatoire. En J. L. Dorier y otros (Eds.), *Actes de la XIème École d'été de didactique des mathématiques* (pp. 331-348). Grenoble: La Pensée Sauvage.

Chamorro, M. C. (1997). *Estudio de las situaciones de enseñanza de la medida en la escuela elemental*. Tesis Doctoral. Universidad Nacional de Educación a Distancia.

Chamorro, M. C. y Belmonte, J. M. (1988). *El problema de la medida*. Madrid: Síntesis.

Chevallard, Y. y Bosch, M. (2014). Didactic transposition in mathematics education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 170-174). Dordrecht, Holanda: Springer.

Chevallard, Y. (1999). L’analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19*(2), 221-266.

Clements, D. H. y Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 461-555). Charlotte, NC: IAP.

Deiser, O. (2010). On the development of the notion of a cardinal number. *History and Philosophy of Logic, 31,* 123-143.

Gascón, J. (2014). Los modelos epistemológicos de referencia como instrumentos de emancipación de la didáctica y la historia de las matemáticas. *Educación Matemática, Número* E, 99-123.

Margolinas, C. y Wozniak F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle, une approche didactique*. Bruselas: De Boeck.

Ruiz-Higueras, L. (2005). La construcción de los primeros conocimientos numéricos. En M. C. Chamorro (Ed.), *Didáctica de las matemáticas* (pp. 181-220). Madrid: Pearson.

Sierra, T. Á. (2006). *Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas. Los sistemas de numeración y la medida de magnitudes*. Tesis Doctoral. Universidad Complutense de Madrid.

Sierra, T. A. y Rodríguez, E. (2012). Una propuesta para la enseñanza del número en la Educación Infantil. *Números, 80,* 25-52.