

INTERPRETACIÓN DE LA DISPERSIÓN DE DATOS EN CONTEXTO DE RIESGO POR PROFESORAS EN FORMACIÓN

Interpreting spread of data in risk context by preservice teachers

Orta, J. A.^a, Sánchez, E.^b y Altamirano, J. A.^a

^aEscuela Nacional para Maestras de Jardines de Niños, México, ^bDepartamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México

Resumen

Esta investigación tiene como objetivo explorar el razonamiento de profesoras en formación, acerca de la dispersión de los datos (variabilidad o variación) cuando la analizan en problemas que involucran riesgo. En esta comunicación se informa sobre las respuestas a dos problemas de un cuestionario administrado a 64 profesoras en formación. Los problemas son de comparación de conjuntos de datos y están ubicados en situaciones de riesgo: apuestas en juegos y duración de vida en tratamientos médicos. El cuestionario fue aplicado antes de que las futuras profesoras iniciaran un curso de procesamiento de información estadística. Los resultados muestran la dificultad de las profesoras en formación para interpretar la dispersión en contextos de riesgo. Es necesario reflexionar durante la instrucción de las futuras profesoras sobre los significados de medidas de centro y dispersión y contribuir a una mejora en su educación.

Palabras clave: *Dispersión, variabilidad, riesgo, profesoras en formación*

Abstract

The aim of this investigation is to explore the preservice teachers' reasoning about variation (variability or spread) when they analyze data in situations under uncertainty. In particular, in this communication the responses to two problems of a questionnaire administered to 63 preservice teachers are reported. The problems are of comparing groups of data in situations of risk: stakes in games and the life expected after medical treatments. The questionnaire was applied before the preservice teachers began a course of statistical information processing. The results show the difficulty found by students to interpret variation in risk context. It is necessary to reflect during the instruction of future teachers about the meanings of measures of dispersion Center and contribute to an improvement in their education.

Keywords: *Dispersion, variability, risk, preservice teachers*

INTRODUCCIÓN

La variación¹ es la causa subyacente de la existencia de la estadística, está presente en todos lados y por lo tanto en los datos (Watson, 2006). Moore (1990) enfatiza su omnipresencia y la importancia de medirla y modelarla. Wild y Pfannkuch (1999) incluyen la percepción de la variación como parte de los tipos fundamentales del razonamiento estadístico. Garfield y Ben-Zvi (2008) observan que “la comprensión de las ideas de dispersión y variabilidad en los datos es una componente clave en la comprensión del concepto de distribución y es esencial para hacer inferencias estadísticas” (p. 203). Burrill y Biehler (2011) proponen una lista de siete ideas estadísticas fundamentales en las cuales la variación es la segunda después de los datos. Muchos investigadores exploran escenarios que permitan a los alumnos mostrar su comprensión acerca de la variación, diferentes contextos y problemas han sido propuestos para conocer el razonamiento de los alumnos en diferentes niveles escolares para percibir, describir o medir la variación en los datos. Por ejemplo, variabilidad en el

Orta, J. A., Sánchez, E. y Altamirano, J. A. (2015). Interpretación de la dispersión de datos en contexto de riesgo por profesoras en formación. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 441-450). Alicante: SEIEM.

muestreo (Watson y Moritz, 2000), azar (Watson y Kelly, 2004), mediciones repetidas, variación natural en el crecimiento de plantas (Lehrer y Schauble, 2007; Petrosino, Lehrer y Schauble, 2003), y clima (Reading, 2004). Las situaciones de riesgo proveen otro escenario para investigar el razonamiento de los estudiantes sobre variabilidad (Sánchez y Orta, 2013). Esta comunicación tiene como objetivo explorar la manera en que profesoras en formación de educación preescolar interpretan la dispersión de los datos en situaciones de riesgo y continuar el trabajo de Orta y Sánchez (2013), en el cuál los participantes fueron alumnos de 9º grado (14-15 años).

Los profesores como parte de su ejercicio diario, necesitan comprender información de tipo estadístico como gráficas, promedios y otros conceptos (Estrada, 2007). Hacer uso eficiente de esta información es útil cuando preparan sus clases o si forman parte de un equipo de investigación. El contexto de las profesoras mexicanas en educación preescolar (atención a niños de 3-6 años) se está transformado, y las futuras profesoras deben utilizar y crear información; a la par desarrollar un pensamiento lógico que les permita acompañar procesos de diferente índole (por ejemplo, académicos o de gestión). Durante su formación, las profesoras de preescolar cursan la asignatura *procesamiento de información estadística* cuyo propósito es:

“promover que el futuro docente comprenda y aplique los conceptos y procedimientos básicos de probabilidad y estadística descriptiva e inferencial que le permitan recolectar, organizar, presentar y analizar datos para abordar la resolución de problemas en el contexto educativo; así mismo, se pretende que los futuros docentes apliquen estos conceptos y procedimientos en la realización de proyectos de investigación y en la elaboración de su documento recepcional” (SEP, 2012, p.6).

La propuesta curricular actual de profesoras de preescolar no tiene como fin que estas propongan estrategias didácticas al estar en servicio. Para esta investigación estudiaremos el razonamiento de las futuras profesoras vistas como aprendices de contenido estadístico para su desarrollo profesional que se enfoca en aspectos diferentes a sus futuras actividades de enseñanza en el aula. Nuestro interés se centra en la exploración de la forma en que las profesoras en formación interpretan la dispersión en un contexto de riesgo, que es una propuesta que puede contribuir a la investigación sobre el razonamiento de la variación, además de que los resultados también pueden contribuir a mejorar la instrucción del curso mencionado. En lo sucesivo nos referiremos a las futuras profesoras como *estudiantes*, la palabra alumnos se refiere a aprendices en general.

MARCO DE REFERENCIA

Una parte importante en una investigación en didáctica de las matemáticas son los problemas. Al resolverlos estos deben promover en los alumnos la capacidad de pensar y razonar y así proveer al investigador de resultados relevantes que aporten información al área de estudio. Los problemas deben también llamar la atención de los alumnos para que puedan comprometerse con su solución y aumentar las probabilidades de la comprensión del concepto que se quiere estudiar. En la estadística el razonamiento debe articular ideas como media o dispersión, expresadas con números, con situaciones reales basadas en datos, es decir, el razonamiento estadístico está íntimamente relacionado con el contexto, y los números en contexto implican información (Moore, 1990). Los problemas sobre toma de decisiones bajo incertidumbre son comunes en estadística, este tipo de problemas han sido utilizados para promover y analizar características importantes del razonamiento estadístico de las personas. Por otro lado, las situaciones que requieren de la comparación de conjuntos de datos son utilizadas frecuentemente para involucrar a los alumnos en el razonamiento con datos (Garfield y Ben-Zvi, 2008). En esta exploración se presentan dos situaciones de toma de decisiones y comparación de conjuntos de datos en los cuales, la dispersión es importante, y ésta puede ser asociada con la noción de riesgo.

La interpretación de la dispersión depende de la situación de la cual provengan los datos. Las situaciones de riesgo pueden proveer un escenario para elaborar problemas en los que surja la variación. Cuando la incertidumbre presente en un suceso implica una amenaza se llama riesgo.

Estas situaciones aparecen cuando hay resultados no deseados que, como consecuencia, provocan pérdidas o daños. Un problema paradigmático en un escenario de riesgo consiste en elegir entre dos juegos de apuestas de los cuales se muestran pérdidas y ganancias (Kahneman y Tversky, 2000). Considere el siguiente problema:

Las ganancias observadas de n repeticiones de un juego A y m del juego B son:

Juego A: $x_1, x_2 \dots; x_n$

Juego B: $y_1, y_2 \dots; y_m$

¿En cuál de los dos juegos participarías?

Una solución puede ser: 1) comparar \bar{x} y \bar{y} ; 2) si $\bar{x} \neq \bar{y}$, elegir el juego cuya media es mayor; 3) si $\bar{x} = \bar{y}$, se tienen dos opciones: 3a) elegir cualquier juego; 3b) analizar la dispersión de los datos en cada juego y elegir uno de acuerdo con las preferencias hacia el riesgo. Estas preferencias pueden ser definidas como generalizaciones de las actitudes hacia el riesgo:

“En general, la preferencia por un resultado seguro y el rechazo de un juego cuyo resultado tiene un valor esperado igual o mayor a dicha ganancia es llamada aversión al riesgo. Y el rechazo de una ganancia segura y la aceptación de un juego cuyo resultado tiene un valor esperado menor o igual a esa ganancia es llamada propensión al riesgo” (Kahneman y Tversky, 2000, p. 2)ⁱⁱ.

En un juego la dispersión de las ganancias (incluidas las pérdidas) puede ser considerada una medida de riesgo: entre mayor dispersión más riesgo. Una persona adversa al riesgo preferirá un conjunto de datos menos disperso en lugar de otro cuyos datos tengan mayor dispersión; mientras que una persona es propensa al riesgo cuando prefiere la opción cuyos datos son más dispersos.

La comunidad de educadores estadísticos ha distinguido tres ideas superpuestas para organizar y analizar los objetivos, actividades y resultados del aprendizaje de la estadística: competencia, razonamiento y pensamiento estadísticos (Garfield y Ben-Zvi, 2008). Esta exploración se ubica en el área de razonamiento estadístico. La propuesta de investigación sobre razonamiento estadístico es comprender como razonan las personas con ideas estadísticas (Garfield y Ben-Zvi, 2008) y así proponer características para crear escenarios de aprendizaje. Cuando los alumnos tratan de justificar sus respuestas, muestran los elementos a los que le dan importancia, en particular los datos que eligen, las operaciones que realizan, sus creencias y sus conocimientos. Aunque en ocasiones las respuestas de los alumnos no son tan explícitas para revelar claramente su razonamiento, de cualquier manera muestran indicios para identificar algunos de sus rasgos. En este estudio identificamos algunas características del razonamiento de estudiantes ante las situaciones descritas.

METODOLOGÍA

En el estudio participaron 64 estudiantes de una escuela normal pública de la Ciudad de México que cursan la Licenciatura en Educación Preescolar. Para explorar las ideas de las estudiantes se utilizó un cuestionario con dos problemas sobre comparaciones de conjuntos de datos (ver anexo). El proceso de validación del cuestionario se realizó mediante un ajuste resultante de dos ciclos de *aplicación-análisis de las respuestas-modificación de los problemas* (Orta y Sánchez, 2013 y 2014). Los ajustes en cada ciclo se hicieron para obtener o mejorar los datos y así dar respuestas más precisas a las preguntas de investigación.

El cuestionario fue resuelto por las estudiantes al iniciar el curso de procesamiento de información estadística, por lo que no contaban con conocimientos estadísticos (al menos vistos recientemente). El trabajo con los problemas del cuestionario sirvió para introducir a las estudiantes a un tipo de razonamiento y los resultados permitieron elaborar un diagnóstico acerca de sus conocimientos. Los problemas tenían un inciso donde se planteó una situación de toma de decisiones. En el problema 1, se dan las ganancias y pérdidas de dos juegos y se pide elegir el juego en el que más convendría jugar. En el problema 2 se dan tiempos de recuperación en forma gráfica de dos grupos de pacientes

tras someterse a uno de dos tratamientos y se pide decidir cuál es el mejor tratamiento. En el problema 1 las medias aritméticas de los conjuntos de datos son iguales mientras que en el segundo son distintos. En ambos debe atenderse a la dispersión asociada al riesgo para justificar la elección.

RESULTADOS

A continuación se comentan los resultados obtenidos en cada uno de los problemas resueltos por las estudiantes, se inicia este apartado presentando las respuestas al problema 1 y posteriormente se muestran las correspondientes con el problema 2. Para analizar las respuestas en primer lugar se observó la decisión que tomaron, es decir, el conjunto de datos que eligieron; en segundo lugar, se categorizaron las respuestas con base en las estrategias de comparación que describieron en sus justificaciones siguiendo las sugerencias de Birks y Mills (2011).

Problema 1

La solución normativa del problema 1 consistiría en el procedimiento descrito en el marco de referencia, que estriba en comparar las medias y verificar que son iguales; a partir de esto hay dos opciones, una que se puede elegir cualquier juego teniendo en cuenta que la ganancia promedio es la misma para ambos, o considerar la dispersión (a través del rango sería suficiente). En este caso, la opción elegida dependería de las actitudes del riesgo del que resuelve el problema: Elegirían el juego 1 quienes son adversos al riesgo, mientras que optarían por juego 2 los propensos al riesgo.

Las frecuencias con las que se eligió alguna de las opciones se presenta en la Tabla 1. Ninguna de las argumentaciones para dichas elecciones siguió el esquema de razonamiento que se describió en el párrafo anterior; aunque algunas se aproximan o prefiguran partes de dicho esquema.

Un procedimiento común a todas las estrategias consistió en sumar las ganancias de cada juego (los valores positivos) y sumar sus pérdidas (valores negativos pero sin considerar el signo), obteniéndose 4 valores G_1, G_2, P_1, P_2 .

Tabla 1. Conteo, según elección, de las respuestas a la pregunta 1a

Elección	Pregunta 1a)
Juego 1	36
Juego 2	21
Cualquiera	5
No responde	1
Total	63

La manera en que combinaron estos valores (G_1, G_2, P_1, P_2) produjo tres estrategias:

Comparación de pérdidas o ganancias. 27 (de 63) estudiantes no logran coordinar los cuatro valores y se basan, ya sea en la pareja de ganancias (eligen el juego 2, porque $G_2 > G_1$) o en la pareja de pérdidas (eligen el juego 1 porque $P_1 < P_2$, es decir: $-P_1 > -P_2$). En algunas de estas respuestas se percibió el riesgo.

Juego 1:
 15 (-21) (-4) 50 (-2) 11 13 (-25) 16 (-4) *8105*

Juego 2:
 120 -120 60 -24 -21 133 -81 96 -132 18 *5422*

a) Si tienes la posibilidad de participar en un solo juego
 ¿Cuál juego elegirías? 2
 ¿Por qué? Invierto más y aparentemente perdí más pero en equivalencia al 1 gano más

Figura 1. Ejemplo de la categoría, comparación de pérdidas o ganancias

La Figura 1 muestra un ejemplo donde una estudiante eligió el juego 2, y la justificación de su elección fue con base en la comparación de las ganancias, observando que las ganancias eran mayores en el juego 2.

La justificación en el ejemplo de la Figura 1 fue: “Invirtió más y aparentemente perdió más pero en equivalencia al 1 gana más”. En este ejemplo además del uso de la ganancia máxima para decidir entre un juego y otro ($427 > 105$), se observa la propensión al riesgo ya que al final de la justificación se comenta “gano más”.

Comparación de la diferencia entre ganancias y pérdidas. En 5 (de 63) casos se vio que la ganancia global en ambos juegos es la misma. Esto mediante la comparación de las diferencias entre ganancias y pérdidas: $G_2 - P_2 = G_1 - P_1 = 49$. Este procedimiento prefigura el uso de la media.

Por ejemplo, una estudiante argumenta: “Al sumar las ganancias y pérdidas de cada juego pude notar que a pesar de que en el juego 2 las ganancias son mayores, existe una inversión inicial en ambos de \$49, es decir que en cualquiera que juegue mi diferencia entre ganancias y pérdidas será la misma”. En estos casos, no se mencionan la dispersión de los datos ni consideraciones de riesgo.

Comparación de la razón entre ganancias y pérdidas. En 25 (de 63) casos se compararon las razones entre pérdidas y ganancias, notando que es mayor la del juego 1: $\frac{G_1}{P_1} > \frac{G_2}{P_2}$, por tanto, optando por este juego. Dado que las medias son iguales la anterior desigualdad se reduce a $P_2 > P_1$, en el fondo, esta estrategia consiste en elegir el juego 1 porque se pierde menos. Por ejemplo,

	Juego 1:	15	-21	-4	50	-2	11	13	-25	16	-4	- 56 perdido
												+ 105 ganado
	Juego 2:	120	-120	60	-24	-21	133	-81	96	-132	18	- 378 perdido
												+ 427 ganado

$\begin{array}{r} 120 \\ 132 \\ 24 \\ 81 \\ 96 \\ 18 \\ \hline 427 \end{array}$

a) Si tienes la posibilidad de participar en un solo juego
 ¿Cuál juego elegirías? Juego 1
 ¿Por qué? Porque por los datos refleja que en este juego hay más probabilidades de salir ganador ya que el número de ganadores casi duplica el de perdedores y aunque fue menos cantidad lo ganado que el juego 2, en el 1 es más seguro ganar aunque sea poco en el juego 2 no jugaría porque aunque se ganan cantidades más grandes de igual forma se pierde mucho.

Figura 2. Ejemplo de la categoría, comparación de la razón entre las ganancias y las pérdidas

La justificación del ejemplo de la Figura 2 fue la siguiente: “Porque por los datos refleja que en este juego hay más probabilidades de salir ganador ya que el número de ganadores casi duplica el de perdedores y aunque fue menos cantidad lo ganado que el juego 2, en el 1 es más seguro ganar aunque sea poco en el juego 2 No jugaría porque aunque se ganan cantidades más grandes de igual forma se pierde mucho”. En este ejemplo se observa, por un lado el uso de la razón entre las ganancias y las pérdidas y, por otro la aversión al riesgo ya que en parte del argumento se comenta que “es más seguro ganar aunque sea poco”.

Problema 2

La solución normativa del problema dos puede reducirse al cálculo de las medias de los tiempos de vida de cada tratamiento, notando que los datos del tratamiento 1 tienen mayor media (6.7) que los del tratamiento 2 (6). Notando lo anterior, también puede elegirse el tratamiento 2, teniendo en cuenta la dispersión mediante el rango e interpretándolo como riesgo. Se consideraría que el riesgo con el tratamiento 1 (rango = 8) es mayor que el riesgo con el tratamiento 2 (rango = 4) y que la

disminución en el riesgo podría compensar la diferencia entre las medias. En este último caso la elección estaría motivada por una aversión al riesgo.

Las frecuencias con las que se eligió cada opción se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Conteo, según elección, de las respuestas a las preguntas 2a

Elección	Pregunta 2a)
Tratamiento 1	43
Tratamiento 2	21
Total	64

En los argumentos que justifican las elecciones se pueden identificar 6 estrategias, las cuales a continuación describimos ordenándolas de menos a más estructuradas.

Comparación sin justificación o circular. En 20 casos, en los que 9 eligieron el tratamiento 1 y 11 el tratamiento 2, sólo justificaron su elección diciendo que en ese “se vive más”, o que era el mejor tratamiento, sin ofrecer argumentos que muestren cómo se utilizaron los datos. Seguramente vieron en la gráfica algún rasgo que aparentemente indicaría que se vive más, pero no lo supieron expresar.

Comparación de cardinalidad. Nueve estudiantes que eligieron el tratamiento 1, basaron su elección en la cardinalidad del conjunto de datos ($27 > 21$), en sus argumentos comentaban que más personas habían vivido con esa opción. El siguiente es un ejemplo:

a) ¿Qué tipo de tratamiento preferirías (1 o 2)? 1
 ¿Por qué? por que hay más probabilidad de que funcione ese tratamiento ya que fueron 27 las personas beneficiadas

Figura 3. Ejemplo de la estrategia, comparación de la cardinalidad

En las estrategias anteriores no se alude al riesgo, ni es clara la interpretación de la dispersión.

Comparación de valores extremos. En 16 casos la elección se realizó con base en uno de los valores extremos. Cuando el tratamiento elegido fue el 1, en 7 respuestas se argumentó que con ese tratamiento se podrían vivir hasta 10 años; en 2 casos se justificó dicha elección indicando que vivirían por lo menos un año. En 7 casos se eligió el tratamiento 2, justificando que se vivirían por lo menos 4 años. Un ejemplo de este tipo de respuestas donde se eligió el tratamiento 1 fue: “El tiempo vivido en años por persona es mayor; se puede llegar a vivir 9 o incluso 10 años, lo que en el otro tratamiento no”. En las respuestas donde el tratamiento elegido es el 1, es probable que la elección sea motivada por una propensión al riesgo, ya que se menciona que se puede vivir hasta 10 años; mientras que las respuestas donde el tratamiento elegido fue el 2, es probable que sean motivadas por una aversión al riesgo, pues comentan que al menos pueden vivir 4 años.

Comparación de centros. En 9 respuestas se compararon los valores modales observados en cada gráfica. En 6 de ellas eligieron el tratamiento 1, posiblemente comparando las modas de los conjuntos de datos ($8 > 6$), por ejemplo, una justificación es: “hay más probabilidades de vivir más años (8 aprox)”. En 3 casos eligieron el tratamiento 2 probablemente con base en la proporción de personas que vivieron seis años, por ejemplo: “aquí me garantizan 7 personas que van a vivir 6 años seguros, sin embargo en el "1" 6 personas viven 8 años, es seguro pero yo voy más por el número de personas que tomaron el tratamiento”. En esta estrategia aunque se consideran los centros de los conjuntos de datos, se ignora la variación de los datos.

Comparación del centro y extremo. En 6 respuestas se combinaron centro y un valor extremo para justificar la elección. En 4 se eligió el tratamiento 1, en uno de estos casos se expresa que se podían

vivir hasta 10 años y en promedio 8 (en realidad es la moda). En 2 casos se eligió el tratamiento 2, probablemente, consideraron que por lo menos vivirían 4 años y en promedio 6. Un ejemplo de esta clase de respuestas se muestra en seguida en la Figura 4.

a) ¿Qué tipo de tratamiento preferirías (1 o 2)? 1
 ¿Por qué? porque en el tratamiento 1 la mayoría de personas lograron vivir 8 años y en el tratamiento 2 la mayoría solo logró vivir 6 años y no hay ni una persona que haya vivido 10 años al contrario del primer tratamiento que una persona ha logrado vivir 10 años. Por lo tanto si ya una persona logró los 10 años la persona que necesita el consejo puede también vivir 10 años.

Figura 4. Ejemplo de la categoría comparación del centro y extremo

La justificación en la Figura 4 fue: “porque en el tratamiento 1 la mayoría de personas lograron vivir 8 años y en el tratamiento 2 la mayoría solo logró vivir 6 años y no hay ni una persona que haya vivido 10 años al contrario del primer tratamiento que una persona ha logrado vivir 10 años. Por lo tanto si ya una persona logró los 10 años la persona que necesita el consejo puede también vivir 10 años”. En la respuesta es claro que la estudiante observó centros (valor modal) y extremos para tomar una decisión, quizás también la preferencia por el riesgo sea la propensión, porque con ese tratamiento “...una persona ha logrado vivir 10 años”.

Comparación con el rango. Sólo en cuatro respuestas donde el tratamiento elegido fue el 1, se hizo alusión al rango. En estos casos se pondera el riesgo, aunque de manera confusa, por ejemplo:

a) ¿Qué tipo de tratamiento preferirías (1 o 2)? 1
 ¿Por qué? prefiero probar el tratamiento donde hay una mayor probabilidad de obtener un resultado más próximo o al menos que si te asegure o muestre que vivirás mínimo dos años más o máximo 10 años.

Figura 5. Ejemplo de la categoría comparación con el rango

La justificación fue: “prefiero probar el tratamiento donde hay una mayor probabilidad de obtener un resultado más próximo o al menos que si te asegure o muestre que vivirás mínimo dos años más o máximo 10 años”.

CONCLUSIONES

En el problema 1, la estrategia de sumar las ganancias y luego las pérdidas tiene la virtud de que se toman en cuenta todos los datos. En exploraciones anteriores (Orta y Sánchez, 2013) con alumnos de educación secundaria, y en esta misma exploración pero con el problema de los tratamientos, se presentan varias respuestas en las que se comparan elementos aislados de cada conjunto (los máximos, los mínimos o las modas). Aunque no siempre se combinan de manera adecuada los 4 valores resultantes, es un avance que se proponga una estrategia que incluya todos los datos.

La estrategia de comparación de las ganancias totales prefigura la más sofisticada, comparar las medias. Gal, Rothschild y Wagner (1989) y Watzon y Moritz (1999) mostraron que el uso de la media en la comparación de datos no es una estrategia espontánea ni fácil de arraigar en los alumnos. Así que la estrategia que desarrollan espontáneamente las estudiantes las pone en una buena posición para comprender la comparación de datos a través de comparar sus medias.

La insistencia en la enseñanza de la importancia de la proporcionalidad suele hacer pensar a las estudiantes que es una herramienta para resolver todo problema. En este caso, la estrategia de comparar las razones probablemente provenga de esa creencia. No es una estrategia del todo inadecuada, pues en el caso presente lleva a elegir el jugo en el que la pérdida es menor. Pero la estrategia no es válida en general.

Contrariamente a lo observado con los alumnos de educación secundaria (Orta & Sánchez, 2013), en el caso de las estudiantes, salvo contadas excepciones, no desarrollaron estrategias basadas en la consideración de los rangos y/o influenciadas por la percepción del riesgo.

La percepción de las estudiantes sobre los problemas es que son diferentes, pues ninguna adaptó la estrategia seguida en el problema 1 para aplicarla al 2; el contexto y el formato de presentación ejercen mayor influencia en la conducta de resolución que la estructura (oculta) del problema.

Mientras que en el problema 1 en general hubo tratamiento de los datos, en el problema 2, en 20 casos se eligió un tratamiento sin ofrecer ninguna justificación que incluyera un tratamiento de los datos, probablemente debido a la dificultad de extraer los datos numéricos de la gráfica.

En este problema se presenta la estrategia basada en la comparación de uno de los valores extremos de cada conjunto de datos (mínimo, máximo), que también se explica por la aparente ausencia de la lista de datos para aplicar procedimientos aritméticos como en el problema 1.

En cambio, en este problema las estudiantes fueron más sensibles a consideraciones de riesgo; pues en las estrategias que consideran un extremo o un centro y un extremo ponderan el riesgo en la forma de elegir el tratamiento 1 porque se puede vivir 10 años (propensión al riesgo), o se elige al tratamiento 2 porque al menos se viven 4 años (aversión al riesgo).

Aunque de manera incipiente los problemas asociados al riesgo con los que hemos explorado el razonamiento de alumnos, conducen a percibir la variación dándole un significado asociado al riesgo. En la experiencia presente se encuentran estrategias que conducen a utilizar la media y el rango de manera significativa. Con base en estas ideas se pueden estructurar actividades que ofrezcan probabilidades de ofrecer un significado más a los procedimientos basados en la utilización de la media y la dispersión.

Referencias

- Birks, M. y Mills, J. (2011). *Grounded Theory*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Burrill, G. y Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI/IASE Study* (pp. 57-69). Nueva York: Springer.
- Estepa, A. (2013). Los fenómenos de cambio. *I Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*. Organizado por el grupo de investigación Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Gal, I., Rothschild, K. y Wagner, D. A. (1989). *Which group is better? The development of statistical reasoning in elementary school children*. Ponencia presentado en el Meeting of the Society for Research in Child Development, Kansas City, MO.
- Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. Nueva York: Springer.
- Kahneman, D. y Tversky, A. (2000). *Choices, values, and frames*. Cambridge, MA: Russell Sage Foundation.
- Lehrer, R. y Schauble, L. (2007). Contrasting emerging conceptions of distribution in contexts of error and natural variation. En M. Lovett y P. Shah (Eds.), *Thinking with data* (pp.149-176). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Moore, D. (1990). Uncertainty. En L. A. Steen (Ed.), *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy* (pp. 95-137). Washington DC: National Academy Press.
- Orta, J. A. y Sánchez, E. A. (2013). Interpretación de la dispersión de datos en contexto de riesgo por estudiantes de secundaria. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 421-430). Bilbao: SEIEM.
- Orta, J. A. y Sánchez, E. A. (2014). Interpreting variation of data in risk-context by middle school students. En K. Makar, B. de Sousa y R. Gould (Eds.), *Proceedings of the 9th International Conference on Teaching Statistics*. Flagstaff, AZ.
- Petrosino, A. J., Lehrer, R. y Schauble, L. (2003). Structuring error and experimental variation as distribution in the fourth grade. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2&3), 131-156.
- Reading C. (2004). Student description of variation while working with weather data. *Statistics Education Research Journal*, 3(2), 84-105.
- Sánchez, E. y Orta, A. (2013). Problemas de mediciones repetidas y de riesgo para desarrollar el razonamiento de estudiantes de secundaria en los temas de media y dispersión. *Números*, 83, 65-77.
- SEP (2012). *Procesamiento de Información Estadística*. México DF: Secretaría de Educación Pública.
- Watson, J. M. y Moritz, J. B. (1999). The beginning of statistical inference: Comparing two data sets. *Educational Studies in Mathematics*, 37, 145-168.
- Watson, J. M. y Moritz, J. B. (2000). Developing concepts of sampling. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31, 44-70.
- Watson, J. M. y Kelly, B. A. (2004). Statistical variation in a chance setting: A two-year study. *Educational Studies in Mathematics*, 57, 121-144.
- Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Wild, D. J. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.

ANEXO

Cuestionario

Problema 1. En una feria, se invita a los asistentes a participar en uno de dos juegos. Juan puede participar en un juego, pero no en ambos. Para saber por cuál decidirse observa, anota y ordena los resultados de dos muestras de 10 personas que han participado en cada juego. Las pérdidas (-) o premios (+) en efectivo que han obtenido las 20 personas se muestran en las siguientes listas:

Juego 1:

15 -21 -4 50 -2 11 13 -25 16 -4

Juego 2:

120 -120 60 -24 -21 133 -81 96 -132 18

Si tienes la posibilidad de participar en un solo juego, ¿Cuál juego elegirías? ¿Por qué?

Problema 2. Considera que debes aconsejar a una persona que padece una enfermedad grave, incurable y mortal, pero que es tratable con medicamentos que pueden extender la vida por varios años. Es posible elegir entre dos tratamientos. Las personas tienen diferentes reacciones a las medicinas, para algunas tienen el resultado previsto, mientras que para otras pueden ser más o menos benéficas. A continuación se muestran los años que han vivido varios pacientes tratados con cada una de las opciones mencionadas; cada dato de los que se muestran corresponde al tiempo que ha sobrevivido un paciente con el respectivo tratamiento. Después se muestran las gráficas correspondientes a los tratamientos.

Tratamientos

Gráfica del tratamiento 1



Gráfica del tratamiento 2



¿Qué tipo de tratamiento preferirías (1 o 2)? ¿Por qué?

ⁱ Debe aclararse que los términos variación, variabilidad y dispersión se consideran como sinónimos, apoyándonos en el análisis de Estepa (2013), aunque tales términos conllevan ligeras diferencias, en el contexto presente, su uso se refiere al núcleo que comparten.

ⁱⁱ Traducción libre de los autores.