

CARACTERIZACIÓN DE LA “MIRADA PROFESIONAL” DE LOS ESTUDIANTES PARA MAESTRO SOBRE LA COMPRENSIÓN DE LA GENERALIZACIÓN DE PATRONES

Characterization of pre-services’ teacher professional noticing about the understanding of generalization patterns

Zapatera, A.^a y Callejo, M. L.^b

^aUniversidad CEU Cardenal Herrera, ^bUniversidad de Alicante

Resumen

El objetivo de esta comunicación es caracterizar la mirada profesional de los estudiantes para maestro (EPM) cuando describen e interpretan respuestas de alumnos de Primaria a problemas de identificación de patrones. El estudio conjunto de los grados de evidencia de la identificación de los elementos matemáticos relevantes en el proceso de generalización de patrones y de la interpretación de la comprensión de los estudiantes, nos permitió identificar cinco perfiles de EPM con una gradación entre ellos. Esto nos ha llevado a caracterizar cinco perfiles de EPM que muestran que el conocimiento de matemáticas es necesario pero no suficiente para el desarrollo de una “mirada profesional”.

Palabras clave: *Mirada profesional, generalización de patrones, estudiantes para maestro*

Abstract

The aim of this communication is to characterize pre-service teachers’ (PST) professional noticing when they describe and interpret primary students’ answers to generalization tasks. The study of the degrees of evidence of the identification of the mathematical relevant elements in the process of generalization and the interpretation of the students’ understanding, allowed us to identify five PSTs’ profiles with a gradation among them. In turn this has led us to characterize five profiles of PST which indicate the necessity of knowledge of mathematics for the development of professional noticing, though such knowledge is not sufficient.

Keywords: *Professional noticing, generalization patterns, pre-service teachers*

INTRODUCCIÓN

Una de las tareas del profesor es interpretar las respuestas de los estudiantes a las tareas matemáticas, con el fin de tomar decisiones relativas al proceso de enseñanza-aprendizaje (Llinares, 2009). Para ello debe hacer uso de sus conocimientos sobre la enseñanza de la matemática en general y de tópicos específicos en particular (Ball, Thames y Phelps, 2008; Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013; Ponte y Chapman, 2006), identificando lo que es relevante en las producciones de los estudiantes y relacionando aspectos específicos con un marco más general (van Es y Sherin, 2002). Esta competencia no es innata y se puede desarrollar (Fortuny y Rodríguez, 2012), por ello es necesario caracterizarla e identificar cuáles son los etapas que indican un progreso de los profesores en relación con la enseñanza de tópicos concretos.

Pocas son las investigaciones que han estudiado la caracterización de la mirada profesional. Fernández, Valls y Llinares (2011) han caracterizado la competencia docente “mirar profesionalmente” el pensamiento matemático de los alumnos en el tópico de los problemas

proporcionales. Estos autores han señalado cuatro niveles y han indicado los saltos cognitivos para pasar de un nivel a otro.

Sánchez-Matamoros, Fernández, Llinares y Valls (2013) han generado descriptores de diferentes grados de desarrollo de la competencia docente “mirar profesionalmente” el pensamiento matemático de los alumnos sobre la derivada. Los descriptores se crearon a partir del análisis de las destrezas de identificación e interpretación, estableciendo seis perfiles de estudiantes para profesores de secundaria en función de: los elementos matemáticos relevantes identificados y los niveles de comprensión de los alumnos de secundaria que habían sido capaces de interpretar.

En esta comunicación se caracteriza la mirada profesional de estudiantes para maestro cuando describen e interpretan respuestas de alumnos de Primaria a problemas de generalización de patrones.

MARCO TEÓRICO

Esta comunicación se sitúa en la intersección de dos líneas de investigación: la caracterización de una mirada profesional del profesor y la generalización de patrones lineales.

La mirada profesional se ha conceptualizado de varios modos (Jacobs, Lamb y Philipp, 2010; van Es y Sherin, 2002). Jacobs, Lamb y Philipp (2010) han caracterizado la mirada profesional mediante tres destrezas relacionadas: 1) identificar las estrategias usadas por los estudiantes, 2) interpretar la comprensión de los estudiantes y 3) decidir las acciones a desarrollar con los alumnos.

Las investigaciones sobre cómo alumnos de Primaria resuelven problemas de generalización de patrones lineales han puesto de relieve el papel relevante que juegan en el proceso de generalización de patrones los siguientes elementos matemáticos:

- *Coordinación entre estructura espacial y numérica*: Para extender una secuencia de figuras, el estudiante debe captar una regularidad ligada a la coordinación de las estructuras espacial y numérica. La estructura espacial emerge de la distribución de elementos de cada figura y la numérica del número de elementos en cada figura (Radford, 2011; Rivera, 2010).
- *Relación funcional*: Para identificar un término lejano (o no especificado) es preciso establecer la relación entre la posición de una figura y la cantidad de elementos que la forman (Radford, 2011).
- *Proceso inverso*: Para identificar la posición de una figura conocido el número de elementos que la forman se debe establecer una relación funcional inversa de la anterior. Muchos estudiantes son capaces de establecer la relación entre la posición de una figura y su número de elementos, pero les cuesta revertir el pensamiento (dado el número de elementos de una figura identificar su posición) (Warren, 2005; Merino, Cañadas y Molina, 2013).



Figura 1. Estadios de la comprensión de la generalización de patrones

Estos elementos matemáticos, tomados de investigaciones previas, permiten determinar tres estadios de la comprensión de los alumnos de Primaria sobre la generalización de patrones (Zapatera y Callejo, 2013) (Figura 1).

MÉTODO

Los participantes fueron 40 estudiantes para maestro (EPM) que estaban en el segundo semestre de su programa de formación del Grado en Maestro en Educación Primaria, cursando una materia centrada en el desarrollo del sentido numérico en alumnos de Primaria. Todos los EPM, habían resuelto previamente problemas de generalización y habían identificado los elementos matemáticos, pero no habían tenido aún información sobre la generalización de patrones en alumnos de Primaria.

Los instrumentos de recogida de datos fueron dos cuestionarios creados a partir de investigaciones previas sobre generalización de patrones en alumnos de Primaria (Carraher, Martínez y Schliemann, 2008; Radford, 2010). En el primer cuestionario (Figura 2) se pedía a los EPM resolver tres problemas de generalización lineal en los que debían: (a) continuar la sucesión para términos cercanos; (b) calcular el número de elementos que componen una figura de un término lejano; (c) identificar la regla general y (d) identificar una figura dado el número de elementos. En el segundo cuestionario se les pedía responder a dos preguntas profesionales a partir del análisis de las respuestas de tres alumnos de Primaria a los tres problemas que previamente habían resuelto.

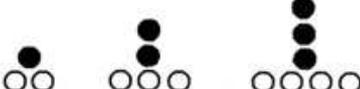
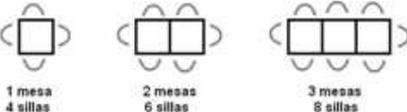
<p>Problema 1 Observa las siguientes figuras:</p>  <p>Figura 1 Figura 2 Figura 3</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Continúa la sucesión y dibuja la figura 4 y la figura 5. 2. Sin necesidad de dibujar la figura 25, ¿podrías saber cuántos cuadrados tiene? Explica cómo has encontrado el resultado. 3. ¿Cómo calcularías el número total de cuadrados para una figura cualquiera? 	<p>Problema 2 Observa las siguientes figuras:</p>  <p>Figura 1 Figura 2 Figura 3</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Continúa la sucesión y dibuja la figura 4 y la figura 5. 2. Sin necesidad de dibujar la figura 30, ¿podrías saber cuántas bolas tiene en total? Explica cómo has encontrado el resultado. 3. ¿Cómo calcularías el número total de bolas para una figura cualquiera?
<p>Problema 3 Observa las siguientes figuras que representan mesas y sillas:</p>  <p>1 mesa 4 sillas 2 mesas 6 sillas 3 mesas 8 sillas</p> <p>Como puedes ver alrededor de una mesa hemos colocado 4 sillas, alrededor de 2 mesas hemos colocado 6 sillas y alrededor de 3 mesas hemos colocado 8 sillas</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Podrías dibujar 4 mesas y sus correspondientes sillas? 2. ¿Cuántas sillas podemos colocar de esta forma alrededor de 5 mesas? ¿Y alrededor de 6 mesas? 3. En una fiesta se han colocado juntas 18 mesas y sus correspondientes sillas. ¿Cuántos invitados pueden sentarse? Explica cómo has encontrado el resultado. 4. Si en un cumpleaños se ha invitado a 42 niños, ¿cuántas mesas necesitaremos juntar en fila? Explica cómo has encontrado el resultado. 5. Explica con tus palabras una regla que relacione el número de mesas y el número de sillas. 	

Figura 2. Problemas del Cuestionario 1

Para elaborar el Cuestionario 2 se seleccionaron las respuestas de tres alumnos de Educación Primaria (A, B y C) a cada uno de los problemas del Cuestionario 1, atendiendo a diferentes grados de comprensión del proceso de generalización, según la trayectoria de aprendizaje de la Figura 1:

- El alumno de Primaria A muestra una falta de coordinación de la estructura espacial y la numérica.
- El alumno de Primaria B coordina la estructura espacial y numérica y es capaz de establecer una relación funcional para identificar términos lejanos.

- El alumno de Primaria C coordina la estructura espacial y numérica y es capaz de establecer una relación funcional para identificar términos lejanos y de identificar la relación funcional inversa.

La Figura 3 muestra las respuestas del alumno A a los tres problemas.

Respuestas del alumno A			
	Apartado 1	Apartado 2	Apartado 3
Problema 1		$\begin{array}{r} 25 \\ \times 2 \\ \hline 50 \end{array}$ cuadrado	Faz una multiplicació porque si en la primera figura es suma dos más si no sumas tot el rato, faig una multiplicació Multiplicant per 2 si es 100 mes $\begin{array}{r} 100 \\ \times 2 \\ \hline 200 \end{array}$
Problema 2		$\begin{array}{r} 30 \\ + 30 \\ \hline 60 \end{array}$ boles formant 30 negres i 30 blanques	$\begin{array}{r} 1800 \\ + 1800 \\ \hline 3600 \end{array}$
Problema 3		$\begin{array}{r} 5 \\ \times 4 \\ \hline 20 \end{array}$ cadires $\begin{array}{r} 6 \\ \times 4 \\ \hline 24 \end{array}$ cadires	$\begin{array}{r} 18 \\ \times 4 \\ \hline 72 \end{array}$ persones poden seure Si en una taula hi ha 4 cadires, pug 18x4 per a saber quantes hi han en 18 taulas
	Apartado 4 $\begin{array}{r} 42 \\ \div 3 \\ \hline 14 \end{array}$ Hi ha 14 taulas	Apartado 5 Perque si son 42 cadires; en cada taula hi ha 4 viquets, en 42 hi ha 15 taulas	

Las respuestas están en valenciano.
 Problema 1. Apartado 1: Tiene 50 cuadrados
 Apartado 2: Hago una multiplicación porque si a la primera columna se le suma otra más, para no sumar todo el rato se hace una multiplicación
 Apartado 3: Multiplicando por 2 si es 100
 Problema 2. Apartado 2: Lo forman 30 negras y 30 blancas
 Problema 3. Apartado 3: Si en una mesa hay 4 sillas pues 18x4 para saber cuantas hay en 18 mesas
 Apartado 4: Porque si son 42 sillas y en cada mesa hay 4 niños, en 42 hay 15 mesa

Figura 3. Respuestas del alumno de Primaria A a los tres problemas

Los EPM debían analizar las respuestas de los tres alumnos de Primaria a cada uno de los tres problemas y contestar a las siguientes preguntas:

- *Qué aspectos destacarías de las respuestas del estudiante X en relación a cada uno de los problemas, indicando a qué problema te refieres.*
- *A partir de los aspectos que has destacado, identifica algunas características del proceso de generalización del estudiante X en los tres problemas.*

El procedimiento de análisis de datos se desarrolló en tres fases sucesivas (Figura 4). En la primera fase a cada uno de los EPM se les asignó un nivel en cuanto a la identificación de los elementos matemáticos: ninguno, bajo, medio o alto, en función de que no identificaran ningún elemento o que identificaran uno, dos o los tres elementos en el conjunto de las respuestas de los alumnos de Primaria. Asimismo se les adjudicó un nivel en cuanto a la interpretación de la comprensión de los alumnos de Primaria, según interpretaran la comprensión de ningún alumno, sólo de uno (bajo), de dos (medio) o de los tres (alto).

En la segunda fase del análisis se hizo un estudio conjunto de la identificación y la comprensión que llevó a agrupar los EPM en perfiles. Por último en la tercera fase, el análisis de la resolución de los problemas permitió hacer un refinamiento de los perfiles relacionando los perfiles de los EPM con

el conocimiento matemático de éstos al resolver problemas de generalización de patrones. Este refinamiento nos permitió añadir más características a los perfiles.

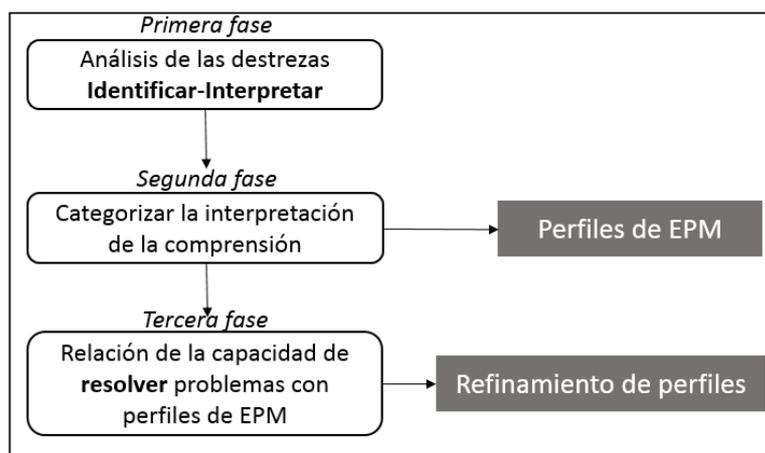


Figura 4. Fases en el análisis de datos

A partir de los perfiles identificados se generó una trayectoria de aprendizaje de la “mirada profesional” de los EPM sobre la comprensión de los estudiantes de Primaria del proceso de generalización.

RESULTADOS

El estudio conjunto de los grados de evidencia de la identificación de los elementos y de la interpretación de la comprensión (primera fase de análisis), puso de manifiesto que a los EPM les resultó más fácil identificar los elementos usados por los alumnos de Primaria, que interpretar la comprensión del proceso de generalización de patrones de estos alumnos (Tabla 1).

Tabla 1. Resultados conjuntos de la descripción y la interpretación

		Interpretación				Total
		Ninguno	Bajo	Medio	Alto	
Identificación	Bajo	6	2	0	0	8
	Medio	6	7	4	0	17
	Alto	3	4	6	2	15
Total		15	13	10	2	40

Todos los EPM detectaron al menos un elemento matemático propio del proceso de generalización y lo usaron para describir la estrategia de resolución de los estudiantes. Este elemento fue la “coordinación entre las estructuras espacial y numérica”. Sin embargo 15 EPM de un total de 40 no lo usaron para caracterizar la comprensión del proceso de generalización de ninguno de los alumnos de Primaria, ni siquiera del alumno que no coordina la estructura espacial y la numérica (alumno A). Estos 15 EPM caracterizaron la comprensión de los estudiantes de Primaria indicando la corrección o no de las respuestas y que habían tenido dificultades. Otros 15 EPM identificaron los tres elementos matemáticos característicos del proceso de generalización (identificación alta, Tabla 1) y los usaron para describir la estrategia de resolución de alguno de los alumnos, pero sólo dos de ellos los emplearon para caracterizar el proceso de generalización de los tres alumnos de Primaria.

En cuanto a los 13 EPM del nivel bajo de interpretación, todos menos uno identificaron la comprensión del alumno A. Y los 10 del nivel medio identificaron la comprensión de los alumnos A y B (6 EPM), A y C (3 EPM) y B y C (1 EPM).

Surgen cinco perfiles de EPM que agrupan a 38 EPM (Tabla 2) de modo que todos ellos menos los del perfil 0 interpretaron la comprensión del alumno de Primaria que no coordina la estructura espacial con la numérica (alumno A). Los dos EPM que no se han clasificado en estos perfiles no interpretaron la comprensión de este alumno A que representa el estadio inicial de la trayectoria de aprendizaje (Figura 1); uno de estos EPM identificó sólo al alumno B y el otro a los alumnos B y C. Por otra parte hay una gradación entre estos perfiles y las primeras características son las siguientes:

Perfil 0: Reconocen al menos un elemento matemático y no muestran evidencias de interpretar la comprensión del proceso de generalización de los alumnos de Primaria.

Perfil 1: Reconocen al menos un elemento matemático y muestran evidencias de la comprensión de la generalización cercana.

Perfil 2a: Reconocen al menos dos elementos matemáticos y muestran evidencias de la comprensión de la generalización cercana y generalización lejana

Perfil 2b: Reconocen al menos dos elementos matemáticos y muestran evidencias de la comprensión de la generalización cercana y generalización lejana con proceso inverso

Perfil 3: Reconocen los tres elementos matemáticos y muestran evidencias de la generalización cercana, generalización lejana y generalización lejana con proceso inverso

Tabla 2. Número de EPM en cada uno de los perfiles identificados

	Perfil 0	Perfil 1	Perfil 2a	Perfil 2b	Perfil 3	Total
Total	15	12	6	3	2	38

En cuanto a la resolución de los problemas, los resultados muestran, por una parte, que la capacidad de los EPM para interpretar la comprensión de los estudiantes de Primaria está vinculada a su capacidad para resolver los problemas, pues resolvieron correctamente las cuestiones de generalización lejana, regla general y proceso inverso en los tres problemas algunos EPM de los dos perfiles más bajos y prácticamente todos los EPM de los tres perfiles más altos (Tabla 3). Y por otra parte que la capacidad para resolver problemas es necesaria pero no suficiente para describir e interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes, pues hubo 9 EPM que resolvieron correctamente los tres problemas y, en cambio, no fueron capaces de interpretar la comprensión del proceso de generalización de ninguno de los alumnos de Primaria (Perfil 0, Tabla 3), lo que muestra que el conocimiento de matemáticas es necesario pero no suficiente para caracterizar la “mirada profesional”. Este resultado nos ha permitido refinar los perfiles iniciales.

Tabla 3. Respuestas correctas de los EPM de cada uno de los perfiles a los tres problemas

Cuestión/ Elemento	Generalización Cercana				Generalización Lejana			Regla General			Proceso Inverso
	Con dibujo		Sin dibujo		P1	P2	P3	P1	P2	P3	P3
Problema	P1	P2	P3	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P3
Perfil 0 (n=15)	15	15	15	15	15	14	14	12	12	9	11
Perfil 1 (n=12)	12	12	12	12	12	12	11	10	11	8	9
Perfil 2a (n=6)	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	5
Perfil 2b (n=3)	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Perfil 3 (n=2)	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Total (n=38)	38	38	38	38	38	37	36	33	34	28	30

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos han permitido identificar cinco perfiles de EPM con relación a cómo describen e interpretan las respuestas de alumnos de Primaria a problemas de generalización de patrones y a su capacidad para resolver problemas. A partir de estos resultados podemos caracterizar la “mirada profesional” de los EPM sobre la comprensión del proceso de generalización de patrones de alumnos de Primaria.

Los EPM del perfil 1, a diferencia de los del perfil 0, son capaces de utilizar el elemento matemático “coordinación de las estructuras espacial y la numérica” para describir la comprensión del alumno de Primaria que realiza una generalización cercana, teniendo en cuenta el número de elementos que componen la figura pero no su distribución espacial (alumno A). Algunos de los EPM de estos perfiles presentan dificultades para resolver problemas de generalización de patrones, en particular, en las cuestiones relativas a la obtención y expresión de la regla general y a la utilización del proceso inverso.

Los 27 EPM categorizados en los perfiles inferiores (perfil 0 y perfil 1), 17 EPM, que representa un 63% de este grupo, resolvieron correctamente todos los apartados de los problemas pero no interpretaron la comprensión de ningún alumno de Primaria o solo de uno de ellos. Esto señala que el conocimiento del contenido matemático es necesario pero no es suficiente para desarrollar la mirada profesional. Se confirma la idea de Fernández, Valls y Llinares (2011), de Sánchez-Matamoros et al. (2013) y de Callejo, Fernández, Sánchez-Matamoros y Valls (2014): Aunque algunos EPM tengan un conocimiento matemático apropiado para resolver las tareas a analizar, tienen dificultades para describir las estrategias de los estudiantes utilizando elementos matemáticos adecuados o para interpretar las características de la comprensión matemática de los estudiantes.

Los EPM de los perfiles 2a y 2b, a diferencia de los del perfil 1, no tienen dificultades a la hora de resolver los problemas de generalización. Utilizan, además del elemento matemático “coordinación de la estructura espacial y numérica”, otro de los elementos matemáticos relevantes para interpretar la comprensión de los alumnos de Primaria. Los EPM del perfil 2a son capaces de utilizar el elemento “proceso inverso” para caracterizar al alumno que, además de coordinar las estructuras espacial y numérica, sabe establecer una relación funcional para identificar términos lejanos, pero no es capaz de invertir dicha relación (alumno B). Los EPM del perfil 2b son capaces de utilizar el elemento matemático “relación funcional” para caracterizar la comprensión del proceso de generalización del alumno que sabe identificar la relación entre número de la figura y número de elementos que la componen y viceversa (alumno C). Los EPM del perfil 3 son capaces de utilizar los tres elementos matemáticos para caracterizar la comprensión de los tres alumnos de Primaria.

Nuestros resultados aportan pues información sobre cómo caracterizar la mirada profesional del profesor de matemáticas en el tópico específico del proceso de generalización de patrones. Estos perfiles se explican a través de descriptores que son indicadores que ayudan a describir y comprender esta competencia docente y por tanto el aprendizaje de los EPM (Fernández, Valls y Llinares, 2011). En nuestro estudio los descriptores se crearon a partir del análisis conjunto de las destrezas de identificación e interpretación y de la capacidad para resolver los problemas.

Reconocimientos

Esta investigación ha recibido el apoyo del Proyecto I+D+i EDU2011-27288 y EDU2014-54526-R del Ministerio de Ciencia e Innovación, España.

Referencias

Ball, D. L., Thames, M. H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59, 389-407.

- Callejo, M. L., Fernández, C., Sánchez-Matamoros, G. y Valls, J. (2014). Aprendiendo a reconocer evidencias del proceso de generalización de los estudiantes a través de un debate virtual. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 187-196). Salamanca: SEIEM.
- Carraher, D. W., Martinez, M. V. y Schliemann, A. D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM-Mathematics Education*, 40, 3-22
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C. y Muñoz-Catalán, M.C. (2013). Defining specialized knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, C. Haser y M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the 8th Congress of European Research in Mathematics Education* (pp. 2985-2994). Antalya, Turquía: ERME.
- Fernández, C., Valls, J. y Llinares, S. (2011). El desarrollo de un esquema para caracterizar la competencia docente “mirar con sentido” el pensamiento matemático de los estudiantes. En M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 351-360). Ciudad Real: SEIEM.
- Fortuny, J. M. y Rodríguez, R. (2012). Aprender a mirar con sentido: facilitar la interpretación de las interacciones en el aula. *Avances de Investigación en Educación matemática*, 1, 23-37.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. C. y Philipp, R. (2010). Professional noticing of children’s mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.
- Llinares, S. (2009). Competencias docentes del maestro en la docencia en matemáticas y el diseño de programas de formación. *UNO*, 51, 92-101.
- Merino, E., Cañadas, M. C. y Molina, M. (2013). Estrategias utilizadas por alumnos de primaria en una tarea de generalización basada en un ejemplo genérico. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 383-392). Bilbao: SEIEM.
- Ponte, J. P. y Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461-494). Rotterdam: Sense Publishers.
- Radford, L. (2010). Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. *Research in Mathematics Education*, 12(1), 1-19.
- Radford, L. (2011). Embodiment, perception and symbols in the development of early algebraic thinking. En B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 17-24). Ankara, Turquía: PME.
- Rivera, F. D. (2010). Second grade students’ pre-instructional competence in patterning activity. En M. F. Pinto y T. F. Kawasaki (Eds.), *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 81-88). Belo Horizonte, Brasil: PME
- Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C., Llinares, S. y Valls, J. (2013). El desarrollo de la competencia de estudiantes para profesor de matemáticas de educación secundaria en identificar la comprensión de la derivada en estudiantes de bachillerato. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 501-509). Bilbao: SEIEM.
- Van Es, E. y Sherin, M. (2002). Learning to notice: scaffolding new teachers’ interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10, 571-596.
- Warren, E. (2005). Young children’s ability to generalize the pattern rule for growing patterns. En H. L. Chick y J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 305-312). Melbourne: PME.
- Zapatera, A., & Callejo, M. L. (2013). Cómo interpretan los estudiantes para maestro el pensamiento matemático de los alumnos sobre el proceso de generalización. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 535-544). Bilbao: SEIEM.