Geometría y factorización

JOSÉ ANTONIO ARDILA AMEZQUITA
Universidad Surcolombiana

Resumen

Con la intención de contribuir en la comprensión del lenguaje algebraico, presentaré en esta ponencia cuatro ejemplos, los cuales se apoyan fundamentalmente en modelos geométricos, y estos a su vez, deberán ser tomados por los estudiantes para que se den la oportunidad de reconstruir y reencontrarse con algunos conceptos del álgebra.

El manejo y la comprensión del lenguaje algebraico deben apoyarse en otros lenguajes (el geométrico, el aritmético y el lenguaje común, ver (2) y (3).

De acuerdo a lo anteriormente señalado, se deben proponer actividades que incorporen una situación en la que se presenten los diferentes lenguajes, de otra manera sería difícil llegar a generalizaciones, simbolización y manejo de destrezas algebraicas.

Los temas a tratar son: factorizar la suma y la diferencia de cubos, el cubo de una suma y el cubo de una diferencia.

Contenido

Son varios los elementos que se han tenido en cuenta para la estructuración de esta ponencia y en general para los procesos de enseñanza y aprendizaje del algebra en el nivel secundario, aunque no necesariamente aparecerán todos, pero si deberían tenerse en cuenta por el lector en futuros análisis.

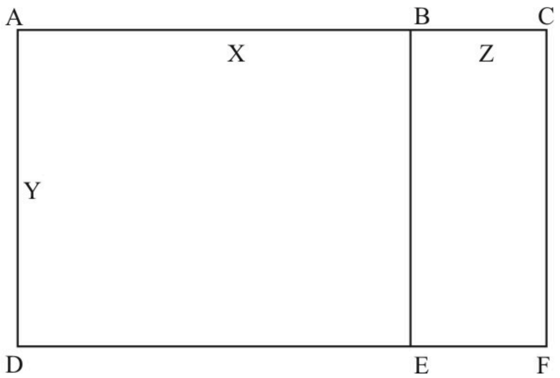
Diversos son los problemas que ocurren con frecuencia al iniciar el estudio del algebra, mas exactamente al encontrarse con el lenguaje algebraico, son muchos los fracasos escolares (por lo menos en el departamento del Huila) que se generan al estudiar el Algebra, por cuanto el paso de la Aritmética al Algebra es presentado de una manera trivial en el sentido de que es lo mismo, basta solo con cambiar los números por las letras, agregándole a ello que, casi la totalidad de los conceptos se miran de una manera demasiado formal y acompañados de algoritmos que se repiten sin sentido alguno.

1. LA GENERALIZACION: es considerada como uno de los procesos que se realizan en la actividad matemática y esta a su vez es un generador de procesos de abstracción de una mayor dificultad y de un orden más elevado. Para este proceso se requieren tres cosas: ver, describir y escribir, ver (2).
2. EL RAZONAMIENTO VISUAL – ESPACIAL: Visto como aquel que liga la percepción visual con características, propiedades o relaciones geométricas.
3. EL MODELO GEOMETRICO: La geometría se convierte en una fuente de experiencias de diversa índole. Por un lado, dado su origen empírico, permite una estrecha relación con el mundo físico y por el otro provee de modelos para interpretar el mundo y resolver problemas.

Los griegos, aunque se cree conocían los métodos de los babilonios para la resolución de ecuaciones, desarrollaron métodos geométricos para la solución y comprobación de diversas propiedades, para citar un ejemplo, la proposición No. 1 del libro II de los elementos de Euclides, les permitió resolver problemas algebraicos (los cuales, utilizando nuestra algebra simbólica, se resolverían rápidamente),ver (4).

“Si una de dos rectas dadas se divide en un numero cualquiera de partes, el rectángulo comprendido por dichas rectas equivale a los rectángulos comprendidos por la no dividida y por cada una de las parciales”.

Esto es:



AD. AC=AD. AB+AD. BC
y. (x+z) = y. x + y. z

Esto corresponde a la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma.

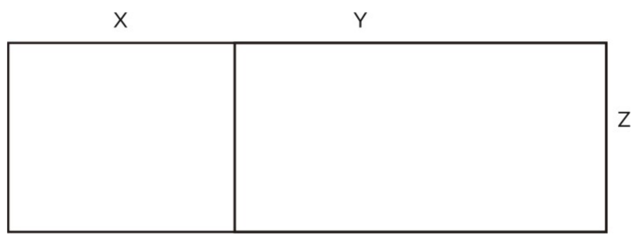
Y la proposición No. 4 también de los elementos de Euclides:”Si se divide de un modo cualquiera una recta por un punto, el cuadrado de la recta entera equivale a los cuadrados de las partes mas el doble del rectángulo comprendido por las partes”.Lo anterior nos permite verificar la expresión (x+ y)2 = x2 + y2 + 2xy

LOS LENGUAJES. La Matemática es un lenguaje creado por el hombre y se constituye en una poderosa herramienta para la comunicación, la expresión y la compresión de diferentes temas de esta ciencia, ver (1).

La enseñanza y el aprendizaje del algebra es un núcleo esencial en la comunicación y expresión de la Matemática. Se propone un acercamiento al algebra en términos de traducción entre varios lenguajes: lenguaje común, lenguaje algebraico, lenguaje aritmético y el lenguaje geométrico. Esta traducción consiste básicamente en pasar de un lenguaje a otro y viceversa, aunque en los ejemplos que voy a mencionar solo haré referencia a uno pocos detalles.

Del lenguaje geométrico pasar al lenguaje algebraico:

Hallar una expresión algebraica que represente el área de la siguiente figura.



Del lenguaje algebraico, al lenguaje aritmético: calcular el área de la figura anterior si x = 3, y = 5, z = 4 unidades de longitud.

Del lenguaje algebraico, al lenguaje geométrico: dibuje una figura plana que represente cada una de las siguientes expresiones: XY; 2X + 2Y; XY+Y

Del lenguaje común, al lenguaje algebraico: sea x la edad de Diana, como representaría el número que excede al duplo de x en 2?(aquí podríamos colocar un valor determinado para la edad de Diana) y viceversa, enuncie una situación similar a la anterior que represente la expresión: 4X – 5Y

Finalmente los ejemplos que a continuación se van a presentar recogen en parte todos y cada uno de los tópicos anteriores. Las actividades que se sugieren para el desarrollo del pensamiento visual y espacial son las siguientes:

1. Construir en cubo de madera con el objeto de que cada estudiante tenga un ejemplar.
2. Armar y desarmar el cubo.
3. Observar los objetos geométricos y clasificarlos de acuerdo a su forma.
4. Formación de diferentes sólidos o equivalencias entre los objetos que se pueden armar, con las piezas que integran el cubo.

Con respecto a pasar de un lenguaje a otro y a los procesos de generalización, se evidenciara así:

Asignar variables a cada uno de las aristas de los sólidos.

Para cada una de sus aristas, determinar longitudes y sus respectivas diferencias..

Encontrar el área de las caras y el volumen de cada sólido.

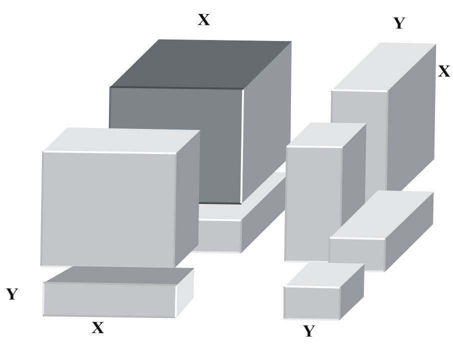
Manejo de destrezas algebraicas (términos semejantes y distributividad, entre otras)

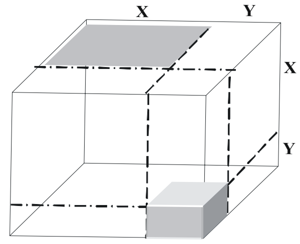
Cálculo del volumen utilizando valores numéricos o expresiones algebraicas más complejas.

1. Factorizar: $X^3 + Y^3$

El modelo grafico muestra un cubo dividido en varias regiones (2 cubos, uno de lado x y el otro de lado Y, 6 paralelepípedos rectos rectangulares de dimensiones, X, Y tres tiene de base un cuadrado de lado "X" y altura "y" y los otros tres tiene un cuadrado de lado "y" y altura "x")

$X^3 + Y^3$ por un lado corresponde a la suma de los volúmenes de los dos cubos antes mencionados y por otro lado $X^3 + Y^3$, representa el volumen del cubo de avista (x +y) al cual se le quitan los volúmenes de los seis paralelepípedos.





$X^3 + Y^3 = (X + Y)^3 - 3X^2Y - 3XY^2$

$= (X + Y)^3 - 3XY\,(X+Y) = [X + Y]\ [(X + Y)^2 - 3XY]$

$(X+Y)(X^2 - XY + Y^2)$

2. Factorizar: $x^3 - y^3$:

Aquí se parte de 2 cubos uno de lado "X" y el otro de lado "y" (además X >Y)

La actividad se realizará durante la ponencia y de igual manera se procederá con las expresiones

$(X + Y)^3$ y $(X - Y)^3$ para los cuales se utilizará las mismas figuras del ejemplo.

Bibliografía

1. Iniciación al Algebra. Martín Manuel Socas y Otros. Ed. Síntesis. pp. 9-41-42

2. Ideas y actividades para enseñar Algebra. Grupo Azarquiel. Ed. Síntesis. p.11

3. El Algebra desde una perspectiva geométrica. María Cristina Pérez. U. Nacional. P.1

4. Científicos griegos. Francisco Vera. Editorial Aguilar. pp. 733-736