EMERGENCIA DE LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA INFANTIL. JUEGO Y MATEMÁTICAS

The raise of mathematics education in early years. Mathematics ans play

Edo, M.

Universitat Autònoma de Barcelona

Resumen

En esta ponencia se revisa la aparición de Investigación en Educación Matemática Infantil en congresos de Didáctica de la Matemática. Se destaca la primera conferencia plenaria centrada exclusivamente en educación matemática en infantil, en 2002, y la creación de grupos de investigación estables vinculados a sociedades de investigación en didáctica de las matemáticas, nacionales e internacionales. También se visualizan las principales temáticas de investigación presentadas por estos grupos en dichos congresos y se focaliza en las principales contribuciones sobre matemáticas y juego en educación infantil.

Palabras clave: Educación infantil, educación matemática, juego y matemática

Abstract

In this presentation I expose a review about the emergence of Mathematical Education in Early Years at Didactic of Mathematics conferences. I highlight the first plenary talk exclusively dedicated to Early Years Education, in 2002, as well as the creation of stable reseach groups affiliated to Mathematic Education Societies. Here I examine the main topics presented by these grous at the mentioned conferences, putting the focus on the subject of mathematics and play.

Keywords: *Early years education, mathematics education, mathematics and play.*

EMERGENCIA DE LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN INFANTIL DESDE LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

El interés en la investigación en didáctica de la matemática, en educación infantil ha crecido considerablemente en los últimos años. Soy consciente que esta temática viene siendo investigada desde años atrás, principalmente por psicólogos, encontrando en Piaget a uno de sus principales precursores (Piaget, 1924, 1936). Pero desde finales de los años noventa ha aparecido un interés creciente en la investigación en el campo de la educación matemática temprana (Schuler y Wittmann, 2009; Koleza y Giannis, 2013). Una muestra de este hecho la encontramos en que la mayor parte de las asociaciones de investigadores en didáctica y en educación matemática crean grupos estables centrados en esta etapa.

El primer congreso de educación matemáticas en el que aparece un grupo centrado en infantil exclusivamente es en el International Congress on Mathematical Education. En su historia se observa que se han realizado varios intentos de crear este grupo de investigación, el primero de ellos en ICME-2, en 1988 aparece el Action Group 1: Early Childhood Years (ages 4-8). Aunque, en este caso, no tuvo continuidad. Los siguientes años el grupo de primeras edades cubre infantil y

Edo, M. (2016). Emergencia de la Investigación en Educación Matemática Infantil. Juego y Matemáticas. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 53-66). Málaga: SEIEM.

primaria, es decir de 0 a 12 años. Es a partir del ICME-12 en año 2012 que aparece de forma regular un grupo de investigación centrado únicamente en educación infantil, aunque sigue cambiando el nombre del grupo en cada edición.

En relación a la European Society for Research in Mathematics Education, en 2009 se crea el Early Years Mathematics Groups cuyos miembros coinciden en gran medida en que el aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades debe tener lugar en procesos de participación y construcción colaborativa (Vygotsky, 1979; Edo, Planas y Badillo, 2009).

A nivel español, en el Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática celebrado el 2010 en Lleida se acordó volver a intentar constituir un Grupo de Educación Infantil, como grupo de trabajo dentro de la SEIEM. En esta ocasión, a diferencia del primer intento (SEIEM, 1997), sí se consiguió: IEMI, Grupo de Investigación en Educación Matemática Infantil nacía.

La aparición y consolidación de estos grupos de investigación viene precedida por un hito relevante en relación con la investigación en matemáticas en educación infantil, este es la conferencia plenaria de Ginsburg, en el PME26 en el año 2002.

PRIMERA PLENARIA CENTRADA EN EDUCACIÓN INFANTIL EN UN CONGRESO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

En el año 2002, con motivo del 26º Congreso del Grupo Internacional del Psychology of Mathematics Education (PME26), se realiza la primera conferencia plenaria, de una sociedad de didáctica de la matemática, centrada exclusivamente en educación infantil. Herbert P. Ginsburg fue el encargado de realizar la conferencia que llevaba por título: Little children, big mathematics: Doing, learning and teaching in the preschool. En esta conferencia el autor muestra una visión diferente sobre la educación matemática temprana a la concebida hasta el momento. Ginsburg (2002) manifiesta que las investigaciones en didáctica de la matemática conciben a los niños de tres, cuatro y cinco años de edad como pequeños y, en lugar de sugerir como Piaget la idea de que el pensamiento de los niños es "diferente" al de los adultos, tienden a pensar que el razonamiento infantil es inferior. Ginsburg pone de manifiesto la concepción errónea de muchos adultos al pensar que los niños están muy lejos de poder entender las matemáticas de manera significativa. La matemática es simbólica, compleja y abstracta, por lo tanto, se tiende a creer que la matemática es demasiado "grande" para los "niños pequeños". Por el contrario, él defiende que los niños pequeños tienen un gran interés en las ideas matemáticas, incluso en el simbolismo matemático y pueden aprender y beneficiarse de la enseñanza de esta materia.

Ginsburg ha observado que los niños de cuatro y cinco años durante el juego libre, de forma espontánea y con frecuencia, usan las matemáticas de la vida cotidiana. Éstas hacen referencia a las habilidades y competencias matemáticas que los niños emplean de forma espontánea en su entorno habitual. Ginsburg, en su investigación detecta tres tipos de matemática cotidiana que aparece en el juego libre: la enumeración, la magnitud y el patrón. La enumeración hace referencia al uso de palabras de contar, a la enumeración de objetos y a la determinación de la cantidad de un conjunto de objetos. La magnitud hace referencia a actividades donde los niños comparan, hacen juicios sobre qué conjuntos tienen más cantidad que otros o sobre qué cantidad es más grande. El patrón se observa, por ejemplo, cuando los niños elaboran simetrías en tres dimensiones durante el juego libre con piezas de construcción. En síntesis, afirma que los niños de forma espontánea emplean contenidos matemáticos en su juego libre. Ginsburg cierra su conferencia con las siguientes palabras:

"Yes, mathematics is big, but little children are bigger than you might think. Early mathematics education is a great opportunity for children, teachers and researchers alike".

(Ginsburg, 2002, p.13)

La conferencia de Ginsburg, que pone de manifiesto la necesidad de investigación en didáctica de la matemática en educación matemática infantil, la tomamos como primer hito relevante. Para nosotras existen otros dos momentos clave para situar la emergencia de la investigación en educación matemática en infantil, internacional y nacionalmente. La Figura 1 muestra estos hitos.



Figura 1. Hitos en la emergencia de la investigación en educación matemática infantil

Este artículo, y mediante la técnica de análisis de textos, se centra en primer lugar en los trabajos presentados en el grupo de investigación Early years mathematic del CERME, como grupo referente internacional. A continuación se presentan las ideas más relevantes de las contribuciones relacionadas con el juego y el aprendizaje matemático en infantil desde la primera aparición del grupo (CERME6) hasta el último encuentro (CERME9). Sigue un breve resumen de las principales tareas realizadas por el grupo de investigación sobre el tema a nivel español Investigación en Educación Matemática Infantil de la SEIEM. Se cierra con la revisión el título de esta aportación.

EMERGENCIA Y CONSOLIDACIÓN DEL GRUPO DE INVESTIGACIÓN EARLY YEARS MATHEMATICS

En el año 2009 en el 6º Congress of European Research in Mathematics Education (CERME6 Lyon) aparece el primer grupo de trabajo, de una sociedad europea de didáctica de la matemática, centrado en educación infantil bajo el nombre de Early Years Mathematics (EYM). Patti Barber (2009), coordinadora del grupo, presenta algunas similitudes y diferencias de los planes de estudio y metodologías habituales en los países de los investigadores del grupo. Los planes de estudio de educación infantil en países como Dinamarca y Alemania, se centran en el desarrollo integral del niño y no tienen currículos específicos, con contenidos y objetivos de aprendizajes matemático. En el caso de Israel, la escolarización combina las ideas básicas de las matemáticas con el juego libre y la orquestación del maestro. El plan de estudios de Chipre se centra en el juego libre, la construcción de estructuras, el cálculo y las formas geométricas. También presenta como referencia el documento del plan de estudios de 0-8 de Nueva Zelanda: Te Whariki, que evoca un enfoque holístico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades.

En 2011, en el CERME7 de Polonia, se presentan 21 contribuciones en el EYM. Este Grupo de Trabajo se centra en la investigación del aprendizaje de las matemáticas y la educación matemática en los primeros años, la edad de 3 a 7. Podemos observar que los países de los cuales proviene el mayor número de investigadores es Alemania y Noruega.

Tabla 1: número de comunicaciones y posters según país de origen CERME 7

| País | Nº | de | Nº de posters | Nº | de |
|----------|----------------|----|---------------|---------------|----|
| | comunicaciones | | | presentadores | |
| Alemania | 3 | | | 5 | |

| Noruega | 3 | 1 | 6 | |
|-------------|----|---|----|--|
| Israel | 2 | | 2 | |
| Portugal | 1 | | 2 | |
| Spain | 1 | | 2 | |
| Chipre | 1 | | 1 | |
| Italia | 1 | | 1 | |
| Holanda | 1 | | 1 | |
| Reino unido | | 1 | 1 | |
| TOTAL | 13 | 2 | 21 | |

Los coordinadores del grupo, Erfjord, Mamede y Krummheuer (2011) señalan que este grupo de investigación tiene que hacer frente a una gran variedad de enfoques educativos de preescolar y jardín de infancia en los diferentes países. También se observan distintas orientaciones teóricas y gran variedad de temas. La tabla 2 señala las principales orientaciones teóricas y las temáticas detectadas por Erfjord, Mamede y Krummheuer (2011)

Tabla 2: orientación teórica diferente y temas CERME 7

| Principal Orientación teórica | Temas | | |
|-------------------------------|--------------------------------|--|--|
| Psicología educativa | | | |
| Desarrollo conceptual | Concepto de mitad | | |
| | Conocimiento geométrico | | |
| | Concepto de número y las | | |
| | operaciones | | |
| Experimento enseñanza en el | Fracciones | | |
| aula | pensamiento algebraico | | |
| | temprana | | |
| Ciencias de la educación | Relación de juego y el | | |
| | aprendizaje | | |
| La psicología cultural | Co-aprendizaje | | |
| | Matemática y comunicativa | | |
| | competencia | | |
| La sociología, la | aprendizaje de las matemáticas | | |
| sociolingüística | Sistema de apoyo | | |
| | Códigos y marcos | | |
| | multiculturalismo | | |
| Semiótica | Los gestos | | |

En el CERME8 en 2013, en Turquia, las coordinadoras Maria Bartolini, Ingvald Erfjord, Esther Levenson, and Cecile Ouvrier-Buffet señalan que el objetivo inicial de este grupo sigue siendo, el intercambio de investigación académica relacionada con la educación matemática en relación con niños de entre 3-8. Este grupo de edad abarca desde preescolar hasta los primeros grados de la escuela primaria, y tiene en cuenta que en diferentes países, los niños comienzan la escuela primaria a diferentes edades.

El grupo consta de buena salud y muestran como cada año va aumentando el número de contribuciones y como aumenta también el número de investigadores participantes.

La Tabla 3: número de comunicaciones y posters según país de origen CERME 8

| País | Nº | de | Nº de posters | N^{o} | de | |
|--------|---------|----------------|---------------|---------|---------------|--|
| | comunic | comunicaciones | | | presentadores | |
| Canadá | 1 | | | 1 | | |

| China | 1 | | 1 | |
|----------|----|---|----|--|
| Francia | 1 | | 2 | |
| Alemania | 6 | | 12 | |
| Grecia | 1 | | 1 | |
| Israel | 2 | | 1 | |
| Italia | 4 | 1 | 7 | |
| Noruega | 1 | | 3 | |
| Suecia | 2 | | 5 | |
| Turquía | • | | 1 | |
| TOTAL | 19 | 1 | 34 | |

El hilo común obvio a lo largo de todos los documentos presentados en este grupo es el deseo de mejorar el aprendizaje de matemáticas para los niños pequeños. A parte de este deseo la realidad es que la diversidad de países de origen, de políticas educativas, etc. dificultan las comparaciones.

En la última sesión de la conferencia, se pasó a los participantes un cuestionario desarrollado por los líderes del grupo. El cuestionario incluyó las siguientes cuatro preguntas: (1) ¿Ha participado en el pasado en este grupo de trabajo? (2) Si es así, ¿ha notado un cambio? (3) ¿Tiene preguntas específicas? (4) ¿Qué ha aprendido? En general, 20 participantes habían participado en este grupo de trabajo en el pasado. Otro dato que aporta Bartolini para asegurar que este grupo va camino de la consolidación.

En el CERME9, en 2015. Las coordinadoras, fueron: Maria Bartolini, Esther Levenson, Ingvald Erfjord, Eugenia Koleza and Bożena Maj-Tatsis, dos de ellas repiten por segunda vez. Durante CERME9, hubo aproximadamente 30 participantes (autores y co-autores), con 20 comunicaciones aceptadas y 7 posters. De las 20 comunicaciones, uno era una revisión de la literatura sobre la educación de la primera infancia, el resto eran estudios empíricos (12 relacionados con preescolar y 7 a la escuela primaria). Hubo 6 posters con los estudios empíricos realizados en el entorno de preescolar y uno no.

Se observan una vez más muchas temáticas distintas con aproximaciones metodológicas y marcos teóricos distintos. Se observa una cierta relación entre el contexto y el marco teórico, es decir, los investigadores que viven en un mismo país suelen utilizar marcos más próximos, aspecto que posibilita explotar los resultados en su propio contexto cultural.

En resumen, los trabajos presentados en este grupo y en las distintas ediciones (2009-2015) de este congreso son diversos. Pero los temas más recurrentes son:

- el análisis de las oportunidades de aprendizaje matemático en contextos informales, como el juego libre y ofertas abiertas (e.g. Schuler, 2011; Vogel y Jung, 2013; Vighi, 2013; Tubach, 2015);
- el análisis del papel y la influencia de los materiales en la educación matemática primeriza (e.g. Schuler y Wittmann, 2009);
- el estudio de las diferentes formas de representación matemática de los niños pequeños (e.g. Badillo, Font, Edo y Planas, 2011; Flottorp, 2001);
- la caracterización de los gestos y el lenguaje no verbal como recurso semiótico en el aprendizaje de las matemáticas en infantil (e.g. Elia, Gagatsis, Paraskevi, Georgiou, van den Heuvel-Panhuizen, 2011);
- la investigación de la comunicación espontánea del lenguaje de los niños en la comprensión y aprendizaje matemático (e.g. Vighi, 2015);

- el estudio de las evidencias de aprendizaje sobre contenidos matemáticos específicos (e.g. Koleza y Giannis, 2013; Tirosh, Tsamir, Levenson, Tabach, Barkai, 2013);
- el análisis de las reflexiones y el papel de los maestros de infantil (e.g. Svensson, 2015; Erfjord, Carlsen, Hundeland, 2015).

Del estudio de las principales temáticas de estas cuatro ediciones del congreso CERME se puede concluir que el interés por la etapa infantil se mantiene. Que el grupo ha ido creciendo gradualmente tanto en número de aportaciones como de participantes. Que la diversidad de temáticas, técnicas de investigación y de marcos teóricos es grande y se relaciona con los países de origen. Que uno de los temas más presentes y recurrentes es el Juego y las matemáticas en infantil, 12 comunicaciones sobre el tema en las cuatro ediciones.

EARLY YEARS MATHEMATICS: JUEGO Y MATEMÁTICAS

Las contribuciones que focalizan en el juego y el aprendizaje matemático en infantil han sido recurrentes desde el momento de la creación del grupo de trabajo de Early years mathematic en el CERME6. Desde el inicio, se han presentado trabajos sobre este tema de investigación en todas sus ediciones (e.g. Schuler y Wittmann, 2009; Flottorp, 2011; Schuler, 2011; Vigh, 2013; Vogel y Jung, 2013; Svensson, 2015; Tubach, 2015). Algunas de las cuestiones que plantean estos trabajos hacen referencia a cómo los juegos pueden contribuir en la educación matemática temprana (e.g. Schuler y Wittmann, 2009); a cómo y por qué el juego libre puede ayudar al desarrollo de ciertos procesos matemáticos (e.g. Flottorp, 2011); a cómo se pueden desarrollar oportunidades de aprendizaje en contextos informales como el juego libre y las ofertas abiertas con materiales educativos (e.g. Schuler, 2011); a cómo el juego puede llegar a promover en los niños pequeños el recurso de la generalización (e.g. Vigh, 2013); a qué tipo de investigación metodológica puede contribuir al rastreo de actividad matemática en situaciones matemáticas de juego y exploración (e.g. Vogel y Jung, 2013); a cómo se puede caracterizar el juego matemático de los niños en el contexto del entorno de juego (e.g. Tubach, 2015) y a cómo los maestros de infantil pueden desarrollar la comprensión del juego como actividad matemática infantil (e.g. Svensson, 2015).

Las cuestiones planteadas por estas investigaciones muestran una variedad de enfoques, marcos e intereses que emergen de un mismo tema de estudio: el juego y las matemáticas en educación infantil. La mayor parte de estos estudios coinciden en utilizar un marco sociocultural inspirado en Vygotsky y todos coinciden en que el juego es una actividad esencial en el desarrollo infantil y especialmente poderosa en el aprendizaje inicial de las matemáticas (Schuler y Wittmann, 2009; Flottorp, 2011; Vigh, 2013; Tubach, 2015; Svensson, 2015).

¿Cómo los juegos pueden contribuir en la educación matemática temprana? Es una pegunta de investigación recurrente. Schuler y Wittmann (2009) exponen que en los últimos años se han desarrollado diferentes enfoques en los programas sobre educación matemática temprana. Por un lado, encontramos programas de educación infantil centrados en la construcción intencionada de conocimientos matemáticos específicos y, por otra parte, metodologías centradas en el uso de juegos y materiales educativos con la intención de estimular las capacidades de los niños de manera lúdica e informal. Vigh (2013) afirma que la tendencia de las investigaciones sobre matemáticas en edades tempranas se encuentra en las relaciones entre el juego y el aprendizaje matemático como objeto de estudio. Schuler (2011) aporta que sigue habiendo objeciones tanto en los modelos teóricos como en las investigaciones empíricas sobre la relación entre jugar y aprender. La autora añade que principalmente hay dos tipos diferentes de estudios empíricos en el contexto del juego y el aprendizaje matemático. Por un lado, los estudios de intervención interesados en los efectos del aprendizaje introduciendo juegos reglados y seleccionados por los adultos (como por ejemplo, Kamii y Nagahiro, 2008, Edo y Deulofeu, 2005 y 2006). Y, por otro lado, los estudios de

observación interesados en el contexto del juego libre y las condiciones para el aprendizaje (como por ejemplo, van Oers, 2010 y Ginsburg, 2009). Schuler (2011) señala que los estudios del primer tipo concluyen que los juegos elegidos en función de los posibles contenidos y objetivos matemáticos llegan a ser igual de exitosos que una clase convencional. La investigación de Edo (2002) concluye que los alumnos que han participado en un estudio del primer tipo, mejoraron sus habilidades de cálculo mental de forma significativa respecto a los años anteriores.

En relación al segundo tipo de contexto de aula, basado en el juego libre, no dirigido por el adulto, surge la siguiente pregunta ¿cómo desarrollar oportunidades de aprendizaje en contextos informales de juego libre y con propuestas abiertas con materiales manipulativos? Pregunta que guía a varios estudios metodológicamente centrados en la observación. Ginsburg (2009) afirma que el desarrollo del pensamiento matemático de los niños en estos contextos depende del juego, del entorno y del momento de aprendizaje. Siguiendo esta misma línea, van Oers (2010), ubicado en la teoría sociocultural de Vygotsky, concluye su estudio afirmando que la aparición del pensamiento matemático en los niños pequeños es un proceso culturalmente guiado que puede ser asignado a las acciones del niño en un entorno de resolución de problemas en colaboración con otras personas con un mayor conocimiento, ya sean iguales o adultos, en actividades que tienen sentido para los participantes. Varios estudios de observación concluyen que los niños precisan del guiado de un adulto o de iguales con más experiencia en el contexto del juego para promover su pensamiento matemático. Los materiales y los juegos deben ofrecer un potencial matemático en relación con las ideas centrales de los contenidos y la gestión de la conversación es crucial para las oportunidades de aprendizaje matemático (Schuler, 2011; Schuler y Wittmann, 2009; Vigh, 2013).

Los resultados de la investigación de Schuler (2011) lo llevan a la conclusión de que el potencial matemático se desarrolla a través de los comentarios de los educadores durante el transcurso del juego con la realización de preguntas que estimulan explicaciones, razonamientos y reflexiones sobre las acciones y los pensamientos de los niños. En la Figura 2 mostramos a un alumno de l'Escola dels Encants de Barcelona jugando al "tres en raya" con la maestra. El alumno ha escogido el juego que desea jugar y es él mismo quien busca un adulto o un compañero como contrincante para iniciar su actividad.

El estudio de Schuler (2011) concluye que hay consenso en que los niños pequeños adquieren habilidades matemáticas principalmente de manera lúdica a través del juego libre, de ofertas abiertas y oportunidades de aprendizaje informales. En esencia, el juego puede ser visto, en su sentido más amplio, como la descripción de casi todas las actividades iniciadas espontáneamente por los niños pequeños. Siguiendo esta idea, en los últimos años, estudios empíricos han proporcionado pruebas de que los juegos matemáticamente ricos llegan a tener un impacto positivo en el aprendizaje matemático de los niños. Los juegos ricos matemáticamente ofrecen importantes contextos de aprendizaje informal que pueden ser utilizados como puntos de partida para el aprendizaje formal en la escuela primaria (Tubach, 2015).

Varios autores se plantean también qué es la actividad matemática vinculada a los juegos. Svensson (2015), tomando como referente a Bishop (1988), plantea que el juego es la actividad matemática que se ocupa de los aspectos del pensamiento matemático y contribuye al desarrollo matemático. No obstante, el concepto de aprender jugando, necesita más matices que el de ser clasificado como actividad matemática. Bishop (1988) señala que jugar permite pensar hipotéticamente, es decir, imaginar un potencial de acción a tomar en el juego; permite modelar, es decir, conectar con la realidad y; permite abstraer, es decir, identificar las características relevantes de la situación.

Algunos estudios se centran en la importancia de las reglas de juego y de los materiales seleccionados. Helenius et al. (2014) expone que para que el juego sea considerado como actividad matemática, los participantes deben acatar y negociar las reglas implícitas o explícitas en él, ya que esto contribuye a la formación de los límites del juego y, por lo tanto, a la modelación de los

aspectos reales. Sin embargo, añade que los niños pequeños no necesariamente tienen que conocer las reglas matemáticas por lo que respecta al juego matemático. Van Oers (2014) explica que para que el juego pueda considerarse actividad matemática, tiene que moverse entre los polos de las normas y la libertad. El juego se entiende como una actividad caracterizada por una alta participación de los actores orientados por reglas con un cierto grado de libertad. Por otro lado, Schuler, 2011, señala que las normas del juego pueden ofrecer actividad matemática más allá del uso intuitivo de un material. La autora añade que el material puede estimular la participación y la implicación de los niños, pero no tiene por qué traducirse, necesariamente, en actividades matemáticas. En un contexto no directivo de juego libre al no haber normas sobre el abandono de los materiales y los juegos, se puede observar desde niños que abandonan o cambian de material después de un corto período de tiempo, hasta niños que juegan con él todo el día.

La tipología y disposición de los materiales que se ofrecen en el aula también centra la atención de varios estudios. Ginsburg (2006) hace referencia a la importancia del uso de los materiales en el juego libre. En este caso, expone que los niños cuando juegan con objetos y realizan varias acciones con ellos, esto les permite obtener una visión de varias relaciones matemáticas. Mediante estas acciones, pueden descubrir el impacto de un cambio de un objeto y la forma de reaccionar de éste de acuerdo con su acción. La actividad del juego, matemáticamente, implica el establecimiento de relaciones entre los objetos que se están manipulando. Los niños pueden construir nociones matemáticas concretas, a partir de las relaciones entre objetos físicos y objetos abstractos y de la interpretación de sus semejanzas y diferencias. El juego puede ofrecer a los niños un contexto donde verbalizar sus estrategias e interpretaciones, así como la negociación de significados matemáticos. Schuler (2011) añade que los materiales también están equipados de contextos sociales, pero mantiene la idea de que la gestión de la conversación en el aula influye en el potencial matemático, que se desarrolla en interacción, de los procesos de argumentar y razonar.

Otro aspecto en el que los investigadores focalizan es el hecho de que el juego libre es, habitualmente, una actividad compartida y a menudo cooperativa. La participación en procesos de construcción colaborativa de la realidad es la base en el aprendizaje de las matemáticas en infantil (Edo, Planas y Badillo, 2009). Bussi (2008) defiende que el juego colectivo es importante, tanto como elemento de socialización, como elemento de creación de situaciones problemáticas. Donde la solución de los problemas que emergen del juego se puede relacionar con el lenguaje (en la presentación y creación de reglas), la socialización (el respeto de las normas) y las capacidades de tipo matemático (el orden y la organización de la conducta). Vygotsky (1979) afirma que el juego es la principal actividad de los niños a estas edades, que es la actividad conductora del aprendizaje ya que cuando el niño juega crea una zona de desarrollo próximo que permite al niño, elevarse por encima de sí mismo, es decir, actuar por encima de su conducta diaria, mostrarse más maduro y en definitiva crecer al seguir y ceñirse a unas reglas desafiantes.

INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA INFANTIL: JUEGO Y MATEMÁTICAS

A nivel español, en el Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, celebrado el 2010 en Lleida se acordó volver a intentar constituir un Grupo de Educación Infantil, como grupo de trabajo dentro de la SEIEM. En esta ocasión, a diferencia del primer intento (SEIEM, 1997), sí se consiguió: IEMI, Grupo de Investigación en Educación Matemática Infantil nacía y los coordinadores iniciales fueron Carlos de Castro y Mequè Edo. Este grupo tiene, desde su origen, como objetivo desarrollar la investigación sobre educación matemática en infantil y se interesa principalmente en las investigaciones llevadas a cabo en el aula, y orientadas al desarrollo del currículo matemático de la Educación Infantil.

El boletín 29 de la SEIEM, en 2011 apunta:

"Fundamentalmente, detrás de la decisión de reabrir el Grupo de Educación Infantil, hay dos hechos importantes:

- 1. Los cambios producidos en la Universidad, con las nuevas titulaciones de grado, dan importante realce al título de Grado de Maestro en Educación Infantil. Este grado queda como una de las dos únicas titulaciones de Maestro, al desaparecer todas las especialidades correspondientes a las antiguas diplomaturas de magisterio. Al pasar de diplomados a graduados, las futuras maestras y maestros de Educación Infantil podrán acceder a postgrados e investigar en Educación Matemática.
- 2. Por otra parte, desde la SEIEM se considera que la investigación en Educación Matemática Infantil, es un ámbito del que tradicionalmente se ha ocupado la Psicología, con los objetivos y metodologías que le son propias. Sería importante que, desde el área de conocimiento de Didáctica de la Matemática, se diera un empuje más decidido y organizado a la investigación en esta etapa, con unos objetivos y formas de trabajo más propios de nuestra área de conocimiento. Para comenzar con el grupo de trabajo, el Presidente de la SEIEM ha propuesto a Mequè Edo (Universitat Autònoma de Barcelona) y a Carlos de Castro (Universidad Complutense de Madrid) que coordinen el inicio del Grupo de Investigación en Educación Matemática Infantil" (SEIEM, 2011, p. 24).

Este grupo tiene ya seis años de existencia. A los tres años de su inicio la coordinación fue asumida por María Jesús Salinas Portugal (Universidad Santiago de Compostela) y pronto pasará el relevo a la tercera coordinación. En la actualidad el grupo está compuesto por más de 35 investigadores. El grupo ha participado todos los años en los Simposios de la SEIEM, ha realizado tres encuentros intermedios en distintos puntos de la geografía española (Madrid, 2012; Valladolid, 2014 y Lugo, 2016). Se han leído recientemente las primeras tesis centradas en matemáticas y educación infantil que se han presentado y discutido en grupo (Coronata, 2014; Ramírez, 2015; Salgado, 2015) y varios de sus miembros han sido requeridos en tribunales de tesis de esta temática.

Los trabajos presentados en este grupo, desde su aparición hasta su último encuentro (2009-2015), son diversos, algunos de los temas más recurrentes se centran en:

- la formación inicial de maestros de educación infantil (e.g. Edo, 2012; Gutiérrez y Berciano, 2012);
- la resolución de problemas matemáticos en educación infantil (e.g. Salgado y Salinas, 2012; Ramírez y de Castro, 2015);
- el desarrollo del pensamiento matemático en los niños y niñas de infantil (e.g. Edo, 2012; Alsina, 2012);
- el trabajo con contenidos matemáticos específicos en infantil (e.g. Salgado y Salinas, 2013), entre otros.

Alsina (2013), argumenta la existencia de una creación progresiva y cohesionada de investigaciones sobre didáctica de las matemáticas en educación infantil en España.

Sus declaraciones se sustentan en el análisis del contenido matemático de diferentes trabajos, para determinar el estado de la investigación en didáctica de las matemáticas en educación infantil en España, propone tres grandes temas de investigación según un criterio de clasificación por contenidos. A partir de este análisis de datos cualitativo, el autor determina los temas de investigación siguientes (Alsina, 2013, pp. 117-118):

- (1) la formación inicial de maestros de educación infantil,
- (2) la adquisición y el desarrollo del pensamiento matemático infantil y

(3) recursos o contextos de aprendizaje para el desarrollo del pensamiento matemático en contextos como la vida cotidiana y los juegos.

Tras el análisis de las distintas temáticas de las comunicaciones presentadas en el IEMI, cabe destacar el hecho de que la temática relacionada con el aprendizaje matemático en contextos relacionados con el juego libre, prácticamente, y a diferencia del EYM, es inexistente. En relación con el tema del juego y el aprendizaje matemático en las SEIEM, hay una presentación sobre el tema Edo y Deulofeu, (2005), pero es anterior a la creación del grupo IEMI. Hasta el momento, la única comunicación presentada en la SEIEM desde la aparición de IEMI fue realizada por Carlos de Castro y Gonzalo Flecha en Ciudad Real el año 2011 (SEIEM XV). La comunicación en cuestión tiene por título Buscando indicadores alternativos para describir el desarrollo del juego de construcción con niños de dos y tres años y trata sobre la detección y descripción detallada de indicadores de desarrollo del juego en la construcción infantil. Es un estudio cualitativo de observación y se centra en las acciones verbales y de cooperación de los niños. Los resultados de este estudio muestran, entre otros aspectos, que en el juego de construcción con niños de dos y tres años hay un predomino de apilamientos horizontales y verticales, al mismo tiempo que predominan las construcciones de puentes, cerramientos e incluso de simetrías. Aparece de manera recurrente la repetición, la equivalencia y la combinación de la construcción con juego simbólico.

Aunque la presentación de trabajos relacionados con el juego y el aprendizaje matemático en infantil ha sido muy breve hasta el momento en el grupo IEMI, sí encontramos aportaciones de investigadores de este grupo, relacionadas con este campo de investigación en distintas revistas de investigación y de transferencia. Por ejemplo, Edo, Planas y Badillo (2009) presentan resultados de un estudio sobre aprendizajes matemáticos en un contexto de juego simbólico; de Castro, López y Escorial (2011) presentan un estudio exploratorio sobre el uso del juego de construcción en edades tempranas. En de Castro (2012) muestra como en las experiencias de juego libre de construcciones llevadas a cabo en aulas de escuelas infantiles, aparecen construcciones simétricas realizadas de manera espontánea durante el juego.

A MODO DE CONCLUSIÓN

Esta ponencia se centra en la emergencia de la investigación en educación matemática en infantil por parte de miembros de sociedades de educación matemática. Esta temática se comparte con investigadores de otras disciplinas, psicólogos principalmente, pero el interés por parte de las sociedades de profesores de matemáticas es relativamente reciente, apenas unos quince años. Hemos visto como una primera conferencia en el año 2002, en un congreso de educación matemática internacional, pone de manifiesto la necesidad y la importancia de la investigación en educación matemática infantil del momento. Presenciamos la aparición y consolidación de grupos de investigación centrados en este tema a nivel internacional, como el Early Years Mathematics Groups del European Society for Research in Mathematics Education. Grupo que aumenta en cantidad y calidad sus aportaciones año tras año. También se ha hablado de la aparición y consolidación del grupo de Investigación en Educación Matemática Infantil de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Grupo que, tras seis años de funcionamiento regular, a punto de traspasar de nuevo la coordinación tras dos mandatos completos, realizando puntualmente reuniones intermedias bianuales, con algunas tesis discutidas en el grupo ya presentadas y aumentando el número de miembros de forma gradual sentimos ya consolidado. Se puede afirmar que la investigación en educación matemática en las primeras edades es una temática relevante y necesaria. Y que, como campo de investigación, hoy, está consolidada tanto a nivel internacional como en España.

En los dos grupos de investigación se presentan estudios de diversa índole y con temáticas variadas y se observa un tratamiento distinto en relación con el tema de investigación juego y aprendizaje matemático en educación infantil. Las investigaciones presentadas en el grupo de trabajo

internacional Early Years Mathematics sobre juego y aprendizaje matemático en educación infantil han sido numerosas y recurrentes desde el momento de la creación del grupo de trabajo en el CERME6 (2009), hasta su último encuentro en el CERME9 (2015). A pesar de las objeciones tanto en los modelos teóricos como en las investigaciones empíricas sobre juego y aprendizaje matemático de los diferentes trabajos presentados, alguna de las conclusiones ampliamente aceptadas, es la importancia y relevancia del juego en el inicio de la construcción del pensamiento matemático en las primeras edades. En el caso del grupo de investigación español IEMI, se observa que el tema del juego no está entre los más estudiados, si bien varios investigadores del grupo lo han tratado y han publicado acerca de él. Los temas que más han centrado la atención de los socios de este grupo (de 2011 a 2015) son, de un lado la formación del maestro de educación infantil, en todos los simposios realizados hay dos o más presentaciones vinculadas a este tema. Y en segundo lugar, el pensamiento numérico y la resolución de problemas en educación infantil, que, como en el caso anterior, hay siempre dos o más comunicaciones en todas las sesiones del grupo.

Después de estudiar las aportaciones sobre juego y aprendizaje matemático en educación infantil de dos grupos de investigación, podemos afirmar que en Europa este es un tema relevante, con numerosas y crecientes aportaciones. La importancia del juego como actividad matemática clave en el aprendizaje infantil es indiscutible para los integrantes del grupo EYM y, a su vez, podemos comprobar que sigue siendo un campo temático con múltiples interrogantes y con necesidad de mayor investigación en educación matemática infantil.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha llevado a cabo en el contexto del proyecto de investigación SGR-2014-972: Grup d'Investigació en Pràctica Educativa i Activitat Matemàtica – GIPEAM, Departament d'Economia i Universitats; 2014-2016 (IP: Núria Planas).

Referencias

- Alsina, A. (2012). Contextos de vida cotidiana para desarrollar el pensamiento matemático en educación infantil. En M. Marín y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática*. *Comunicaciones de los grupos de investigación*. *XV Simposio de la SEIEM* (pp. 409-426). Ciudad Real: SEIEM.
- Alsina, A. (2013). Educación Matemática en Infantil: Investigación, Currículum, y Práctica Educativa. *REDIMAT: Journal of Research in Mathematics Education*, *2*(1), 100-153.
- Badillo, E., Font, V., Edo, M. y Planas, N. (2011). Analysis of mathematical solutions of 7 year old pupils when solving an arithmetic problem on distribution. En M. Pytlak, T. Rowland, E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1832-1841). Poland: University of Rzeszów and European Society for Research in Mathematics.
- Barber, P. (2009). Introduction to working group 14: Early Years Mathematics. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello (Eds.). *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2535-2536). Lyon, France: Institut National de Recherche Pédagogique.
- Bishop, A.J. (1988). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.
- Bussi, M.G. (2008). Matematica. I numeri e lo spazio. Milano: Edizioni junior
- Coronata, C. (2014). Presencia de los procesos matemáticos en la enseñanza del número de 4 a 8 años. Transición entre la educación infantil y elemental. Tesis Doctoral. Universitat de Girona. Recuperada el 08/05/2016 de: http://www.tdx.cat/handle/10803/284330
- De Castro, C., López, D., y Escorial, B. (2011). Posibilidades del juego de construcción para el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Infantil. *Pulso: Revista de Educación, 34*, 103-124.

- De Castro, C. (2012). Aparición espontánea de construcciones simétricas durante el juego libre en Educación Infantil. Épsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales", 29(3), n. 82, 23-40.
- De Castro, C. y Flecha, G. (2012). Buscando indicadores alternativos para describir el desarrollo del juego de construcción con niños de 2 y 3 años. En M. Marín y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática*. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM (pp. 455-482). Ciudad Real: SEIEM.
- Edo, M. (2002). *Jocs, interacció i construcció de coneixements matemàtics*. Tesis doctoral. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona.
- Edo, M. y Deulofeu, J. (2005). Juegos, interacción y construcción de conocimientos matemáticos: investigación sobre una práctica educativa. *Actas IX Simposio SEIEM*, *Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 187-195). Córdoba.
- Edo, M. y Deulofeu, J. (2006). Investigación sobre juegos, interacción y construcción de conocimientos matemáticos. *Enseñanza de las Ciencias*, 24(2), 257-268.
- Edo, M., Planas, N. y Badillo, E. (2009). Mathematical learning in a context of play. *European Early Childhood Education Research Journal*, 17(3), 325-342.
- Edo, M. (2012). Situaciones interdisciplinarias para el desarrollo del pensamiento matemático en educación infantil en la formación de maestros. En M. Marín y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática*. *Comunicaciones de los grupos de investigación*. *XV Simposio de la SEIEM* (pp. 427-453). Ciudad Real: SEIEM.
- Elia, I., Gagatsis, A., Michael, P., Georgiou, A. y van den Heuvel-Panhuizen, M. (2011). Kindergartners' use of gestures in the generation and communication of spatial thinking. In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1842-1851). Poland: University of Rzeszów and European Society for Research in Mathematics.
- Erfjord, I., Mamede, M., Krummheuer, G. (2011). Introduction to the papers of wg13: Early years mathematics. In M. Pytlak, T. Rowland, E. Swoboda (eds). *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1780-1781). Poland: University of Rzeszów and European Society for Research in Mathematics.
- Erfjord, I., Carlsen, M., & Sigurd Hundeland, P. (2015). From speaking to learning of parallelism and perpendicularity relations. *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* Prague: Charles University in Prague, Faculty of Education.
- Flottorp, V. (2011). How and why do children classify objects in free play? A casestudy. In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1852-1860). Poland: University of Rzeszów and European Society for Research in Mathematics.
- Ginsburg, H. P. (2002). Little children, big mathematics: Doing, learning and teaching in the preschool. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the Twenty sixth Psychology of Mathematics Education*, PME26, (Vol. 1, pp. 1-3 1-14). Norwich (United Kingdom).
- Ginsburg, H. P. (2006). Mathematical play and playful mathematics. In D.G. Singer, R.M. Golinkoff & K. Hirsh-Pasek (Eds.), *Play = learning* (pp. 145-165). New York, NY: Oxford University Press.
- Ginsburg, H. P. (2009). Early Mathematics Education and How to Do It. In O. A. Barbarin, & B. H. Wasik (Eds.) *Handbook of Child Development and Early Education. Research to Practice* (pp. 403–427). New York, London: The Guilford Press.
- Gutiérrez, G., y Berciano, A. (2012). Desarrollo del pensamiento matemático y su didáctica en el Grado de Educación Infantil. De la manipulación a la comunicación visual. En M. Marín y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 489-503). Ciudad Real: SEIEM.

- Helenius, O., Johansson, M., Lange, T., Meaney, T., Riesbeck, E., & Wernberg, A. (2014). Bishop's 6 activities: Changing preschool teachers' mathematical awareness. In *Development of mathematics teaching: Design, Scale, Effects: Proceedings from Madif9: The Ninth Swedish Mathematics Education Research Seminar, Umeå, February 4-5.*
- Kamii, C., & Nagahiro, M. (2008). The educational value of Tic-Tac-Toe for Four-to-Six-Year-Olds. *Teaching Children Mathematics* 14(9), 523-527.
- Koleza, E., & Giannis, P. (2013). Kindergarten children's reasoning about basic geometric shapes. In B. Ubuz, Ç. Haser & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2118-2127). Ankara: Middle East Technical University.
- Piaget, G. (1924). Le jugement et le raisonnement chez l'enfant [El juicio y el razonamiento en el niño. Madrid: La Lectura, 1929. Reedición, 1972; Buenos Aires: Guadalupe]
- Piaget, G. (1936). La naissance de l'intelligence chez l'enfant. [El nacimiento de la inteligencia en el niño. Madrid: Aguilar, 1969]
- Ramírez, M. (2015). Desarrollo de conocimientos matemáticos informales a través de resolución de problemas aritméticos verbales en primer curso de Educación Primaria. Tesis Doctoral. Universidad Complutense de Madrid. Recuperada el 08/05/2016 de: https://dialnet.unirioja.es/descarga/tesis/47140.pdf
- Ramírez, M. y De Castro, C. (2015). Comprensión de las decenas y aplicabilidad de las operaciones en problemas aritméticos verbales. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), Investigación en Educación Matemática. *Comunicaciones de los grupos de investigación. XVIII Simposio de la SEIEM* (pp. 533-542). Salamanca: SEIEM.
- Rico, L., Sierra, M. y Castro, E. (2002). El área de conocimiento de «didáctica de la matemática». *Revista de Educación*, 328, 35-58
- Salgado, M. y Salinas, M.J. (2012). Estrategias de resolución de problemas numéricos de sumar y restar en la etapa infantil. En M. Marín y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática*. *Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 505-517). Ciudad Real: SEIEM.
- Salgado, M. y Salinas, M. J. (2013). Repartir en Educación Infantil. En A. Estepa, y N. Climent (Eds.), Investigación en Educación Matemática. *Comunicaciones de los grupos de investigación. XVI Simposio de la SEIEM* (pp.237-244). Baeza: SEIEM.
- Salgado, M. (2015). La práctica docente en educación infantil desde el enfoque de la Educación Matemática Realista y los procesos matemáticos. Tesis Doctoral. Universidade de Santiago de Compostela.
- SEIEM (2011). Boletín SEIEM, 29, 24-25. Disponible en:
 - http://www.seiem.es/docs/boletines/boletin30.pdf
- SEIEM (1997). Boletín SEIEM, 2, 15. Disponible en:
 - http://www.seiem.es/docs/boletines/boletin02.pdf
- Schuler, S. (2011). Playing and learning in early mathematics education modelling a complex relationship. In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1912-1922). Poland: University of Rzeszów and European Society for Research in Mathematics.
- Schuler, S. y Wittmann, G. (2009). How can games contribute to early mathematics education? A video-based study. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello (Eds.). *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2647-2656). Lyon (France): Institut National de Recherche Pédagogique.

- Svensson, C. (2015). Preschool teachers' understanding of playing as a mathematical activity. *Proceedings* of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education Prague: Charles University in Prague, Faculty of Education.
- Tirosh, D., Tsamir, P., Levenson, E., Tabach, M. & Barkai, R. (2013). Two children, three tasks, one set of figures: highlighting different elements of children's geometric knowledge. In B. Ubuz, Ç. Haser & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2238-2237). Ankara: Middle East Technical University.
- Tubach, T. (2015). "If she had rolled five then she'd have two more" -children focusing on differences between numbers in the context of a playing environment. *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* Prague: Charles University in Prague, Faculty of Education.
- van Oers, B. (2010). Emergent mathematical thinking in the context of play. *Educational Studies in Mathematics* 1, 23-37.
- van Oers, B. (2014). Cultural-historical Perspectives on Play: Central Ideas. In L. Brooker, M. Blaise & S. Edwards (Eds.), *The SAGE Handbook of Play and Learn-ing in Early Childhood* (pp. 56-66). Los Angeles, CA: Sage.
- Vigh, P. (2013). Game promoting early generalization. In B. Ubuz, Ç. Haser & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2228-2247). Ankara: Middle East Technical University.
- Vighi, P. (2015). From speaking to learning of parallelism and perpendicularity relations. *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Prague: Charles University in Prague, Faculty of Education.
- Vogel, R. & Jung, J. (2013). Videocoding a methodological research approach to mathematical activities of kindergarten children. In B. Ubuz, Ç. Haser & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2248-2277). Ankara: Middle East Technical University.
- Vygotsky, L.S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Madrid: Crítica. [Publicación en inglés el 1978].