

EL LENGUAJE DE LA ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD EN LIBROS DE TEXTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA

The language of probability in Spanish secondary school textbooks

Ortiz, J. J.^a, Albanese, V.^a y Serrano, L.^a

^aUniversidad de Granada

Resumen

En este trabajo analizamos el lenguaje de la estadística y probabilidad en tres libros de texto españoles de Educación Secundaria publicados el pasado año. Los resultados muestran la gran riqueza y diversidad de expresiones verbales y predominio de lenguaje coloquial frente al formal; el lenguaje se asocia a diversos significados de la probabilidad (intuitivo, clásico, frecuencial y formal). El lenguaje numérico se desarrolla de acuerdo a la introducción de diferentes sistemas numéricos en la enseñanza y se encuentra también amplio uso de representaciones tabulares y gráficas. Algunas diferencias en los libros indican el importante papel del profesor al seleccionar y usar estos libros en la enseñanza.

Palabras clave: *probabilidad, libros de texto, educación secundaria.*

Abstract

In this document we analyse the language of probability in three Spanish secondary school textbooks published last years. The results show the great richness and variety of verbal expressions and a predominance of colloquial language against the formal. The language is associated to different meanings of probability (intuitive, classic, frequency and formal). The numerical language is developed according to the introduction of different number systems and there is also an extensive use of tabular and graphical representations. Some differences in the books indicate the important role of the teacher to select and use these books in teaching.

Keywords: *probability, textbooks, secondary school.*

INTRODUCCIÓN

En los documentos curriculares recientes (ej., NCTM, 2000; CCSSI, 2010) la enseñanza de la probabilidad ha adquirido una gran importancia desde los primeros niveles educativos. En particular, en España, dentro de las Matemáticas para primer y segundo curso de la Educación Secundaria Obligatoria (MECD, 2015), en el *Bloque 5. Estadística y probabilidad* se presentan los siguientes estándares de aprendizaje, que incluyen los contenidos y criterios de evaluación:

- 1.1. Define población, muestra e individuo desde el punto de vista de la estadística, y los aplica a casos concretos.
- 1.2. Reconoce y propone ejemplos de distintos tipos de variables estadísticas.
- 1.3. Organiza datos, obtenidos de una población, de variables cualitativas o cuantitativas en tablas, calcula sus frecuencias absolutas y relativas, y los representa gráficamente.
- 1.4. Calcula la media aritmética, la mediana (intervalo mediano), la moda (intervalo modal), y el rango, y los emplea para resolver problemas.
- 1.5. Interpreta gráficos estadísticos sencillos recogidos en medios de comunicación.
- 2.1. Emplea la calculadora y herramientas tecnológicas para organizar datos, generar gráficos estadísticos y calcular las medidas de tendencia central y el rango de variables estadísticas cuantitativas.
- 2.2. Utiliza las tecnologías de la información para comunicar información resumida y

Ortiz, J. J., Albanese, V. y Serrano, L. (2016). El lenguaje de la estadística y probabilidad en libros de texto de Educación Secundaria Obligatoria. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 397-406). Málaga: SEIEM.

relevante sobre una variable estadística analizada. 3.1. Identifica los experimentos aleatorios y los distingue de los deterministas. 3.2. Calcula la frecuencia relativa de un suceso mediante la experimentación. 3.3. Realiza predicciones sobre un fenómeno aleatorio a partir del cálculo exacto de su probabilidad o la aproximación de la misma mediante la experimentación. 4.1. Describe experimentos aleatorios sencillos y enumera todos los resultados posibles, apoyándose en tablas, recuentos o diagramas en árbol sencillos. 4.2. Distingue entre sucesos elementales equiprobables y no equiprobables. 4.3. Calcula la probabilidad de sucesos asociados a experimentos sencillos mediante la regla de Laplace, y la expresa en forma de fracción y como porcentaje. (p. 413).

Este currículo se ha implementado para el primer curso de la ESO en 2015, por lo que se han editado nuevos libros de texto que tratan de responder al cambio de directrices. Una característica importante del libro de texto de matemáticas, es el lenguaje que se utiliza (entendido en un sentido amplio, es decir, incluyendo tanto el lenguaje verbal, como el gráfico, simbólico y tabular). Debe ser asequible al alumno, englobar y ampliar el que ya conoce de los cursos previos y ser un instrumento potente en la actividad de matematización. Todo ello debido a que el libro de texto es uno de los principales recursos educativos, ya que muchas decisiones de los profesores sobre las tareas a realizar están mediadas por los mismos (Stylianides, 2009).

Cordero y Flores (2007) resaltan la influencia que tiene el libro de texto en el discurso matemático escolar, que prácticamente regula la enseñanza y aprendizaje. Desde el currículo pretendido al implementado en el aula, una fase importante es el currículo escrito y la forma en que lo interpretan los profesores, a través de los libros de texto (Herbel-Eisenmann, 2007).

En este trabajo se analiza el lenguaje (en el sentido amplio anteriormente descrito) en el tema de estadística y probabilidad en tres libros de texto de primer curso de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) publicados según la nueva normativa, con la finalidad de comparar con otros estudios previos y las directrices curriculares citadas.

FUNDAMENTOS

Marco teórico

Un reto en la enseñanza de las matemáticas es el uso de un lenguaje múltiple, que incluye el lenguaje verbal, los símbolos y expresiones algebraicas, las representaciones gráficas y las tablas (Schelepperegell, 2007). Dicho lenguaje es un elemento fundamental en el aprendizaje del alumno, puesto que éste debe asimilarlo, para ampliar su lenguaje cotidiano con otro de mayor nivel de abstracción.

De las diferentes perspectivas teóricas para abordar el análisis de libros de texto, hemos optado por el Enfoque Onto-semiótico (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007), debido a la importancia que otorga al lenguaje matemático, al que considera mediador de las prácticas personales o institucionales en la resolución de problemas, por su carácter representacional y operativo. En este marco teórico es también fundamental la idea de conflicto semiótico, que puede surgir al interpretar el lenguaje matemático, pues se trata de “cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones)” (Godino, Batanero y Font, 2007, p.133).

Antecedentes

La investigación sobre la presentación de la estadística y la probabilidad en los libros de texto es muy escasa y concentrada en la educación secundaria (por ejemplo, 2014; Ortiz, 2014), siendo aún menor la que se centra en el lenguaje.

Serradó y Azcárate (2006) analizaron la estructura de las unidades didácticas sobre probabilidad en cuatro series de libros de texto de matemáticas para la Educación Secundaria Obligatoria españoles, determinando diferentes modos de organizar su contenido. Su estudio se completa en Serradó, Azcárate y Cardeñoso (2006), con el análisis de los significados de la probabilidad en los mismos

libros de texto, indicando el predominio del significado clásico en unas editoriales y del frecuencial en otras, sin formalizar las relaciones entre las dos aproximaciones.

Ortiz, Serrano y Batanero (2001) estudiaron el lenguaje en dos libros de texto de Educación Secundaria, publicados en 1975 y 1988, distinguiendo entre el lenguaje del azar y de la probabilidad. Respecto al primero observan mayor riqueza del lenguaje empleado en uno de los textos, con una gama más variada de adjetivos y expresiones, ejemplos de generadores aleatorios asociados a una concepción frecuencial de la probabilidad y tablas de números aleatorios. El mismo texto presenta un vocabulario más rico respecto a la probabilidad, con gradaciones cualitativas, presentando las concepciones subjetivas y frecuencial y conectando con el estudio de la estadística.

Recientemente, Gómez, Ortiz, Batanero y Contreras (2013) analizaron el lenguaje utilizado en el tema de probabilidad en dos series de libros de texto de Educación Primaria publicados entre 2008 y 2011. Diferencian entre expresiones verbales, lenguaje numérico y simbólico, representaciones tabulares y gráficas. Sus resultados muestran la gran riqueza y diversidad de expresiones verbales y predominio de lenguaje coloquial frente al formal; el lenguaje se asocia a diversos significados de la probabilidad (intuitivo, clásico, frecuencial y formal). El lenguaje numérico se adapta a la introducción de diferentes sistemas numéricos en la enseñanza y se encuentra también amplio uso de representaciones tabulares y gráficas.

Nuestro trabajo trata de completar los anteriores, analizando tres libros de texto de primer curso de la ESO publicados en 2015 y siguiendo las categorías de análisis del trabajo de Gómez, Ortiz, Batanero y Contreras (2013).

METODOLOGÍA

Se analizaron tres libros de texto, publicados en 2015, que se eligieron por ser editoriales de gran prestigio a nivel nacional. Se trata de una muestra intencional, puesto que el estudio es de tipo exploratorio, sin pretensiones de extender las conclusiones. Se incluyen como anexo y se denotan con un código en el trabajo. En estos libros se ha realizado un análisis de contenido del capítulo dedicado a estadística y probabilidad, estudiando las variables determinadas en el estudio de Gómez, Ortiz, Batanero y Contreras (2013), que permiten lograr el objetivo de este estudio: a) expresiones verbales, según tipología; b) expresiones numéricas; c) símbolos; d) representaciones tabulares y gráficas.

Las categorías de cada una de estas variables se determinan mediante sucesivas revisiones de los textos de un modo cíclico e inductivo. Por ejemplo, para la variable “expresiones verbales” se han diferenciado cuatro tipos: expresiones cotidianas, específicas de estadística, específicas de probabilidad y específicas de los juegos de azar. A través de la comparación del contenido de estos textos, se establece la presencia o ausencia de cada una de las categorías en los libros de la muestra. Por último, se seleccionan ejemplos en los textos que ilustren las diferentes categorías y se elaboran unas tablas cuya lectura facilite la obtención de conclusiones sobre el uso del lenguaje en los libros analizados. A continuación se presentan los resultados, utilizando ejemplos de los textos cuando sea necesario, mediante las tablas recién mencionadas.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Expresiones verbales

En primer lugar se analizaron las expresiones verbales. Hemos tenido en cuenta, siguiendo a Shuard y Rothery (1984), las palabras del lenguaje cotidiano, que se usan en el texto con sentido específico, para referirse a procedimientos. Dentro de las específicas, siguiendo a Gómez et al. (2013), hemos diferenciado las que se refieren a juegos de azar y hemos separado las específicas de estadística y de probabilidad (Tabla 1). En ella observamos una gran variedad de términos: en la primera categoría, encontramos palabras que usan para indicar resumidamente un procedimiento; en las dos categorías

siguientes hacen alusión a conceptos o propiedades de estadística o probabilidad, y la última a ejemplos de material que se utiliza en los juegos de azar, acciones sobre dicho material y los resultados de las mismas. El mayor número de expresiones diferentes son las específicas de la estadística y probabilidad, seguidas de las referidas a juegos de azar, al contrario que en el estudio de Gómez et al. (2013) con textos de primaria, donde había una predominancia de lenguaje cotidiano, es decir observamos un aumento en la formalización y variedad del lenguaje entre la educación primaria y el primer curso de la ESO.

Tabla 10. Expresiones distintas y frecuencia en los libros de texto según categoría

Categoría	Expresiones diferentes	Frecuencia de aparición		
		[T1]	[T2]	[T3]
Expresiones cotidianas	Agrupar, asociar, calcular, clasificar, completar, construir, dibujar, diseñar, elaborar, estimar, hallar el número, interpretar, lanzar, observar, ocurrir, predecir, recoger, reconocer, representar, saber de antemano, preguntar, ordenar, organizar.	14	15	19
Específicas de probabilidad	Azar, casos (favorables, posibles), conjunto, equiprobable, espacio muestral, experiencia (aleatoria, irregular, regular), experimento (aleatorio, determinista), frecuencia relativa, grado confianza, random, sucesos (elementales, compuestos, imposible, seguro, igualmente probable), probabilidad, resultado (favorable, posible, previo), poco, medianamente, muy (probable) posibilidad, subconjunto, situación, unión de sucesos elementales	16	15	14
Específicas de estadística	Amplitud, carácter (estadístico, cuantitativo, cualitativo), conjunto, cuestionario, datos, desviación media, diagrama (de barras, de sectores), dispersión, distribución, encuesta, estadística, estudio estadístico, frecuencia (absoluta, relativa), fiabilidad, gráficos estadísticos, histograma, individuo, información, media (aritmética, ponderada), mediana, moda, muestra, opciones, población, polígono de frecuencias, proporcional, rango, recuento, tabla (de datos, de frecuencias, de recuento) tamaño de la muestra, variable (estadística, continua, discreta, cualitativa, cuantitativa).	20	15	21
Específicas de juegos de azar	Baraja, bola, bolsa, caja, cara, carta, chincheta, cruz, dado, dado trucado, dardo, diana, elegir, extraer, experimentar, girar, inventar, juego justo, laberinto, moneda, obtener, rifa, sorteo, papeletas, parchís, ruleta, sacar, tarjeta, urna	11	15	16

Dentro de la probabilidad, el lenguaje verbal relacionado con experimento aleatorio, los sucesos y sus tipos no ha variado mucho respecto al estudio de Ortiz (2002), con textos de secundaria dirigido

a alumnos de 14 años, aunque no se incluyen referencias a conceptos más complejos, como la probabilidad compuesta. Por otro lado, la mayor parte de las expresiones sobre probabilidad se refieren al significado clásico de la probabilidad, siendo muy escasas las expresiones asociadas al significado frecuencial. Únicamente el texto [T3] hace referencia al mismo, al describir el experimento del lanzamiento de chinchetas, indicando que, en este caso: “*la probabilidad del suceso es, aproximadamente, igual a su frecuencia relativa observada*” (T3, p. 283).

Los términos específicos de estadística son muy variados, lo que indica el gran número de conceptos subyacentes; la mayor riqueza de lenguaje verbal la encontramos en torno a la variable estadística y sus tipos, gráficos estadísticos y resúmenes estadísticos. Los términos habituales del lenguaje que se utilizan, son sobre todo verbos de acción para describir procedimientos de construcción y cálculo de gráficos, tablas y resúmenes estadísticos.

Respecto al lenguaje asociado a los juegos, hay abundante descripción de dispositivos que pueden servir en dichos juegos, y las acciones sobre los mismos. La única referencia al juego equitativo es la siguiente: “*Julián y Ana juegan con un dado cada uno. El de Julián tiene 1 uno, 2 doses y 3 treses, y el de Ana, 2 unos, 2 doses y 2 treses. Quieren inventarse un juego que sea justo, de forma que si cada uno lanza su dado, los dos tengan la misma probabilidad de ganar*” (T1, p. 179).

Al comparar el contenido de los textos con las indicaciones del currículo, se observan omisiones. Por ejemplo el texto [T2] no incluye términos relacionados con los resúmenes estadísticos ni los sucesos equiprobables; el texto [T3] no hace referencia a situaciones deterministas. Son también escasas las expresiones relacionadas con el uso de tecnologías y simulación; un ejemplo es: “*las calculadoras científicas tienen la función Random. Con dicha función obtenemos un número entre 0 y 1 que podemos considerar aleatorio. ¿Cómo podrías obtener un número entre 0 y 100 usando esta función?*” (T2, p. 294). En los otros dos textos se remite a una dirección electrónica, donde indica que puede utilizar GeoGebra “*y calcular probabilidades en distintas situaciones*” (T1, p. 173) o que utilice la Web para “*interpretar un diagrama de sectores*” (T3, p.277).

El lenguaje estadístico es similar en los tres textos, salvo algunas diferencias: el texto [T3] es el único que utiliza las expresiones mediana, distribución, dispersión e histograma, y el único que relaciona estadística y probabilidad mediante la estimación de la probabilidad de un suceso a partir de la frecuencia relativa observada. El texto [T1] utiliza la expresión carácter estadístico en lugar de variable estadística como lo hacen los otros textos: “*En una población podemos estudiar distintos aspectos. Cada uno de ellos recibe el nombre de carácter estadístico*” (T1, p.166). En probabilidad, en los textos [T1] y [T2] aparece un lenguaje más formal y conjuntista, mientras que el texto [T3] utiliza un lenguaje más intuitivo basado en ejemplos, dibujos e imágenes y no define espacio muestral ni sucesos simples o compuestos.

Lenguaje numérico

En segundo lugar se ha analizado el tipo de lenguaje numérico, encontrando expresiones numéricas relacionadas con los números enteros, decimales y fracciones, que con frecuencia se combinan en una misma expresión, por ejemplo “ $11/25=0,44$ ” (T1, p. 167). Los números enteros se utilizan para representar valores de variables estadísticas o sucesos en experimentos aleatorios, y en el cálculo de frecuencias absolutas “*En una caja hay 3 lápices rojos, 2 negros y 1 azul. Se sacan a la vez dos lápices*” (T1, p.176).

Tabla 2. Tipos de números incluidos en los libros de texto

Expresiones	[T1]	[T2]	[T3]
Números enteros	x	x	x
Números decimales	x	x	x
Fracciones	x	x	x

Los números decimales, aparecen sobre todo en el cálculo de frecuencias relativas. Las fracciones se emplean para recordar la fórmula de las frecuencias relativas o en el cálculo de la probabilidad mediante la regla de Laplace, combinando en el resultado los números decimales (“*la probabilidad será $1/200=0,005$* ” (T2, p. 288). Una diferencia es que el texto [T1] en probabilidad solo utiliza enteros y fracciones. En la Tabla 2 se observa que los tres libros utilizan estos distintos tipos de números, mientras que en el trabajo de Gómez et al. (2013) sólo se encontraron los números enteros en los textos de los dos primeros ciclos de primaria; además una de las series de libros analizadas hacía mayor uso de las fracciones.

Lenguaje simbólico

Hemos encontrado una gran variedad de lenguaje simbólico que incluye las expresiones de igualdad y operaciones aritméticas, al igual que en el trabajo de Gómez et al. (2013), pero no hemos encontrado la desigualdad, que sí aparecía en dicho estudio. También coincidiendo con dicho trabajo se utilizan símbolos literales y notación funcional, para expresar la regla de Laplace: “ $P(A) = n^\circ \text{ de casos favorables al suceso } A / n^\circ \text{ de casos posibles}$ ” (T2, p. 288). El texto [T3] no menciona de forma explícita dicha regla y utiliza menos símbolos; por ejemplo, para referirse a un suceso, en lugar de utilizar una letra lo representa con la palabra completa “ $P(\text{AZUL})$ ” (T3, p.283), y en otros casos utiliza un dibujo.

La implicación es utilizada para realizar cálculos encadenados: “*Calculamos los grados que tendrá cada sector. Fútbol: $360^\circ/30 = n^\circ/15 \longrightarrow n^\circ = 360^\circ \cdot 15/30 = 180^\circ$* ” (T1, p.169). Es frecuente el lenguaje conjuntista sobre todo en los textos [T1] y [T2], donde se utiliza para expresar el conjunto formado por los elementos de un suceso y el símbolo \emptyset para representar el suceso imposible: “*Espacio muestral $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$* ” (T2, p. 287). El símbolo aproximado \approx solo aparece en un texto, para indicar que la probabilidad de un suceso es aproximadamente el valor de la frecuencia relativa observada: (T3, p. 283).

$$P[\text{globo}] \approx 0,7 \quad P[\text{bolita}] \approx 0,3$$

En la Tabla 3 resumimos esta variable, observando también diferencias entre los textos, siendo el lenguaje simbólico mucho más formalizado en los dos primeros, debido al uso de conceptos sobre conjuntos, la notación funcional y símbolos literales. Hay un salto grande en la formalización del lenguaje simbólico en comparación con el estudio de Gómez et al. (2013).

Tabla 3. Tipos de símbolos y operaciones incluidos en los libros de texto

Expresiones	[T1]	[T2]	[T3]
Igualdad (=)	x	x	x
Operaciones aritméticas	x	x	x
Conjuntos: $\{\}$, \emptyset	x	x	
Aproximación			x
Implicación		x	
Símbolos literales	x	x	
Notación funcional	x	x	

Lenguaje tabular

Se han encontrado diferentes tipos de tabla: el primero de ellos es el listado de datos o de sucesos de un espacio muestral, como el ejemplo de la Figura 1.a (T2, p. 280). Otro tipo son las tablas de recuento que también aparecen en el mismo ejemplo y que son una ayuda previa a la construcción de una tabla de frecuencias o el cálculo de probabilidades. Las tablas de frecuencia, contienen los valores de la variable y diferentes frecuencias que pueden ser absolutas o relativas o porcentajes o

bien combinar varios de ellos, como en la Figura 1.b (T2, p. 281). En ocasiones se dan parcialmente construidas para completarlas, como en la Figura 1.c (T1, p. 175). Estas tablas de frecuencias ofrecen una estructura de relaciones, más allá de los números consignados en ellas (por ejemplo, relacionando cada valor de la variable con su frecuencia). Mientras en el trabajo de Gómez et al. (2013) aparecían tablas de datos agrupados en intervalos al finalizar la Primaria, no las hemos encontrado en nuestro estudio. Finalmente, la tabla de doble entrada (Figura 1.d: T1, p. 181), presenta conjuntamente dos variables; el contenido de las celdas es usualmente una frecuencia absoluta doble, pero también, como en el ejemplo, puede contener símbolos y operaciones.

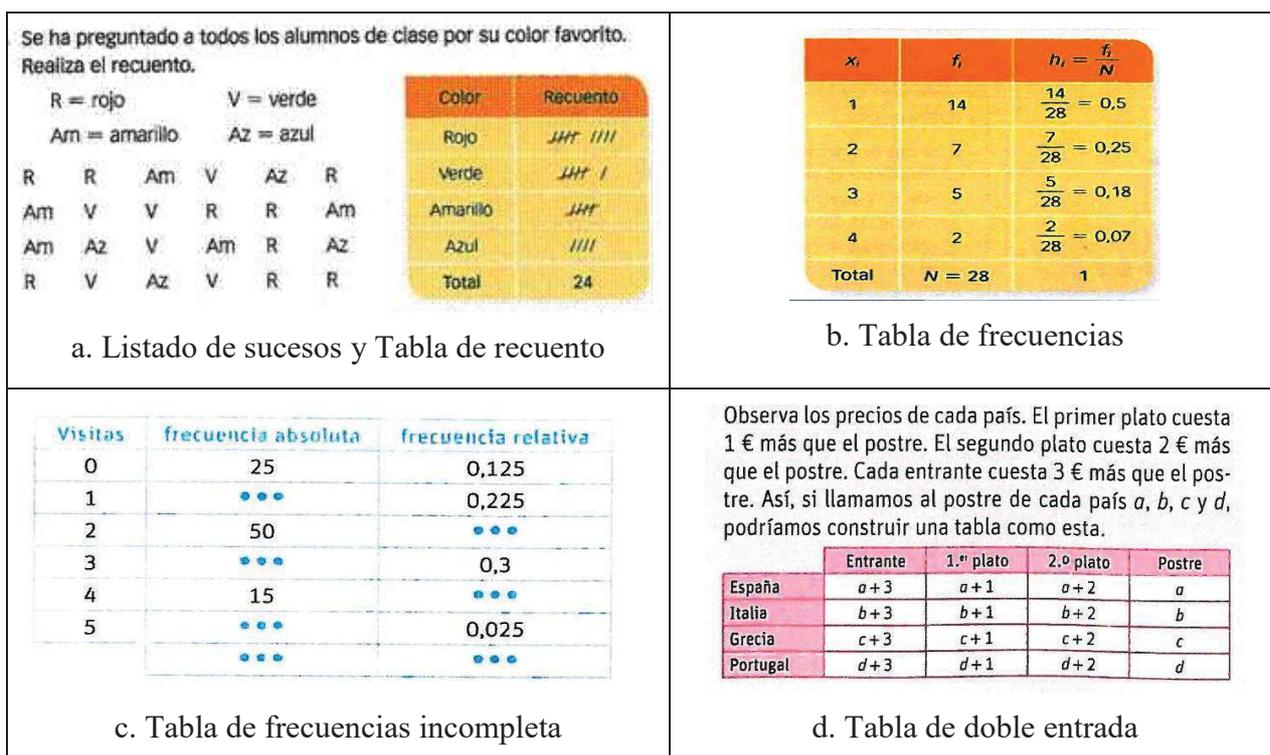


Figura 1. Distintos tipos de tablas encontradas en los textos.

En la Tabla 4 resumimos los resultados relativos a esta variable, observando pocas diferencias entre los textos analizados, siendo la única destacable que la tabla de doble entrada solo aparece en el texto [T1]. Este tipo de tabla exige un nivel de razonamiento más complejo porque establece relaciones entre dos variables que se disponen en filas y columnas, en nuestro ejemplo países y precios de cada plato, con el contenido de las celdas. En Gómez et al. (2013), estas tablas aparecían en una de las serie de textos, dentro del segundo ciclo de primaria.

Tabla 4. Lenguaje tabular

Expresiones	[T1]	[T2]	[T3]
Listado de datos	x	x	x
Tabla de recuento	x	x	x
Tabla de frecuencias absolutas	x	x	x
Tabla de frecuencias relativas	x	x	x
Tabla de porcentajes	x	x	x
Tabla de doble entrada	x		
Tabla para organizar los cálculos	x	x	x

Por otro lado, el lenguaje tabular se vincula exclusivamente con la estadística, al contrario que en el estudio de Gómez et al. (2013), donde aparecían algunas tablas relacionadas con probabilidad. A pesar de que los contenidos de estadística y probabilidad están en el mismo tema, en general, los autores no los relacionan entre sí, lo que puede deberse al olvido del enfoque frecuencial de la probabilidad, que sin embargo, es recomendado en el currículo. Como hemos señalado, en nuestro estudio sólo el texto [T3] lo incluye, y usa las tablas para ello, al relacionar las frecuencias relativas con la probabilidad, presentándolas como estimaciones de la misma. En nuestro estudio se ha encontrado más diversidad de lenguaje tabular, aunque de menor complejidad, que en Ortiz, Serrano y Batanero (2001). Finalmente observamos que los contenidos de estadística y probabilidad se presentan en el mismo tema, mientras que en Ortiz, Serrano y Batanero (2001), se presentaban en temas separados.

Lenguaje gráfico

En todos los textos se trabaja la traducción entre diferentes sistemas de representación, siguiendo las indicaciones de las orientaciones curriculares. Se han encontrado una gran variedad de gráficos, la mayoría, relacionados con la estadística. Entre ellos el diagrama de barras, polígono de frecuencias o ambos en la misma representación, como el ejemplo de la Figura 2.a (T1, p. 168), donde explica su construcción a partir de una tabla de frecuencias. El diagrama de barras aparece en todos los textos analizados, no así el polígono de frecuencias que solo aparece en dos de ellos. También encontramos diagrama de barras agrupados, como en la Figura 2b (T1, 178), que supone un nivel de complejidad superior, de acuerdo a Batanero, Arteaga y Ruiz (2010), al representar conjuntamente dos distribuciones de datos.

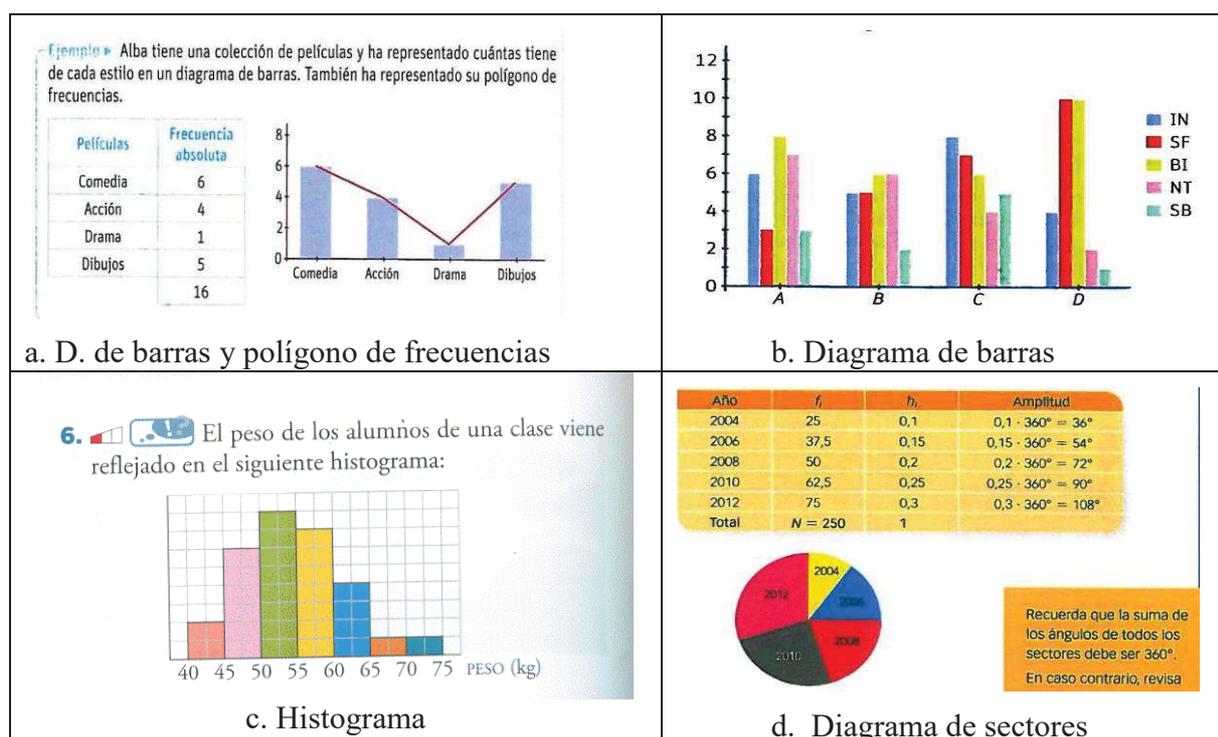


Figura 2. Ejemplos de gráficos en los textos

El histograma es utilizado para representar las frecuencias o probabilidades de una variable agrupada en intervalos, apareciendo solo en el texto [T3] (ver Figura 2c: T3, p. 284), lo que es algo contradictorio con el hecho de no incluirse tablas de datos agrupados. Por último, el diagrama de sectores, apropiado para representar las frecuencias relativas de una variable cualitativa o discreta con pocos valores, aparece en todos los libros de texto analizados, como en la Figura 2d (T2, p.285), donde se explica el procedimiento para construirlo a partir de una tabla de frecuencias.

Todos estos gráficos aparecen sólo ligados al estudio de la estadística, excepto un diagrama de barras en una actividad (T2, p. 295), que los alumnos deben leer para calcular una probabilidad. Por el contrario, en el estudio de Gómez et al. (2013) con textos de primaria, aparecían todos los gráficos estadísticos citados en el tema de probabilidad. Por ello, consideramos que en los nuevos textos analizados se hace una presentación incompleta de las diferentes representaciones gráficas adecuadas para el estudio de la probabilidad, que se recomiendan en las orientaciones curriculares. Finalmente son frecuentes las representaciones icónicas encontradas, son dibujos relacionados con el contexto del problema propuesto, como por ejemplo niños lanzando monedas (T2, p. 293).

En la Tabla 5 se observan algunas diferencias entre los textos: El diagrama de barras agrupado sólo aparece en [T1], el histograma sólo en [T3], y el polígono de frecuencias no aparece en el texto [T2]. En el estudio de Ortiz, Serrano y Batanero (2001) también aparecen diagramas de barras e histogramas; sin embargo, en nuestro estudio también encontramos diagrama de sectores y polígono de frecuencias, mientras que estos autores observaron gráficos cartesianos, diagramas de flechas y de Venn. Por otro lado, se echa en falta el diagrama del árbol, recomendado en el currículo, que si se encuentra en el estudio de Gómez et al. (2013).

Tabla 5. Lenguaje gráfico

Expresiones	[T1]	[T2]	[T3]
Diagrama de barras	x	x	x
D. barras agrupado	x		
Diagrama de sectores	x	x	x
Polígono de frecuencias	x		x
Histograma			x
Representación icónica	x	x	x

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha mostrado la gran riqueza y diversidad de lenguaje en los textos analizados, que el profesor ha de tener en cuenta para valorar la dificultad que supone para los alumnos, quienes, además de los conceptos y propiedades, han de aprender el uso de símbolos, tablas y gráficos. Como indican Ortiz et al. (2001), a esta dificultad se añade el uso de algunas palabras del lenguaje cotidiano, con significado diferente, en el tema de probabilidad.

Se encontraron mayor número de expresiones verbales específicas de la estadística con respecto a las de la probabilidad, si se separan de éstas las relacionadas con los juegos de azar. Por otro lado, los lenguajes tabular y gráfico aparecen exclusivamente vinculados con la estadística, en contra de lo especificado en las orientaciones curriculares; por ejemplo, no se ha encontrado diagrama en árbol, citado expresamente en el currículo. Además, hay un deslizamiento hacia el enfoque clásico de la probabilidad, al no conectarse estadística y probabilidad, también contradiciendo dichas recomendaciones curriculares. Al contrario que en el trabajo de Serradó y Azcárate (2006), no hemos encontrado predominio del enfoque frecuencial en ninguno de los textos analizados.

Puesto que el estudio es exploratorio, estos resultados deben ser valorados con precaución y sería necesario ampliar el estudio con otros textos. Por otro lado, el profesor debe buscar estrategias que permitan a los estudiantes progresar desde el lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático más avanzado e interpretar así los significados más complejos de la probabilidad. Esto requiere que los profesores enfatizen la relación entre el lenguaje cotidiano y el lenguaje formal mediante el cual se construye el conocimiento matemático, facilitando así el aprendizaje de los estudiantes (O'Halloran, 2000). Esperamos con este trabajo contribuir a la mejora de la enseñanza de las matemáticas, en particular de la estadística y la probabilidad, en Educación Secundaria, así como facilitar la labor del profesorado en el aula.

Agradecimientos: Plan Propio Investigación Universidad de Granada: Programa 20, Proyecto EDU2013-41141-P y Grupo FQMN-126 (Junta de Andalucía).

Referencias

- Batanero, C., Arteaga, P. y Ruiz, B. (2010). Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(1), 141-154.
- Cordero, F., Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socio epistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1), 7-38.
- Common Core State Standards Initiative (CCSSI). (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*, National Governors Association for Best Practices and the Council of Chief State School Officers, Washington, DC. <www.corestandards.org/assets/CCSSI_MathStandards.pdf> [acceso junio 2015].
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Gómez, E., Ortiz, J. J., Batanero, C. y Contreras, J. M. (2013). El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria. *Unión*, 35, 75-91.
- Herbel-Eisenmann, B. A. (2007). From intended curriculum to written curriculum: Examining the "voice" of a mathematics textbook. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(4), 344-369.
- MECD (2015). Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Madrid: *Boletín Oficial del Estado*, nº 3.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: VA, NCTM.
- O'Halloran, K. L. (2000). Classroom discourse in mathematics: A multisemiotic analysis. *Linguistics and Education*, 10(3), 359-388.
- Ortiz, J. J. (2014). Estudio de las situaciones problemas de probabilidad en libros de texto de Bachillerato. En M.T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 503-511). Salamanca: SEIEM.
- Ortiz, J. J. (2002). *La probabilidad en los libros de texto*. Universidad de Granada.
- Ortiz, J. J., Serrano, L., Batanero, C. (2001). El lenguaje probabilístico en los libros de texto. *Suma*, 38, 5-14.
- Schleppegrell, M. (2007). The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A research review. *Reading and Writing Quarterly*, 23, 139-159.
- Serradó, A., Azcárate, P. (2006). Tendencias didácticas en los libros de texto de matemáticas para la ESO. *Revista de Educación*, 340, 341-378.
- Serradó, A., Azcárate, P., Cardeñoso, J.M. (2006). La caracterización escolar de la noción de probabilidad en libros de texto de la ESO. *Tarbiya. Revista de Investigación e Innovación Educativa*, 38, 91-112.
- Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-Proving in School Mathematics Textbooks. *Mathematical thinking and learning*, 11(4), 258-288.
- ANEXO: Textos empleados en el análisis.
- [T1]. Nieto, M., Moreno, A., Pérez, A. (2015). *Matemáticas I ESO*. Madrid: SM.
- [T2]. Grence, T. (Dir.) (2015). *Matemáticas I ESO*. Serie Resuelve. Madrid: Santillana.
- [T3]. Colera, J., Gaztelu, I., Colera, R. (2015). *I ESO. Matemáticas*. Unidades 11 a 15. Madrid: Anaya