

LAS ACTIVIDADES DE MEDIDA EN EL LIBRO DE TEXTO: UN ESTUDIO DE CASO^{ix}

Measurement activities in textbooks: a case study

Mengual, E., Gorgorió, N. y Albarracín, L.

Universitat Autònoma de Barcelona

Resumen

En la siguiente comunicación se muestra el análisis de los temas del bloque de medida propuestos por una editorial de libros de texto de matemáticas en la etapa de educación primaria. Para ello, hemos realizado un estudio de casos con una de las editoriales más ampliamente utilizadas en Cataluña. El análisis está basado en la jerarquización de tareas (Gairín, Muñoz y Oller, 2012) y en la cuantificación de las frecuencias con las que aparecen determinados tipos de actividades que pone de manifiesto la existencia de una incidencia desigual de los contenidos de medida tratados en el libro de texto, que tiende a presentar la medida de forma aritmetizada.

Palabras clave: *medida, libro de texto, jerarquización de tareas.*

Abstract

The following communication shows an analysis about the proposed content by one of the publishing house of mathematical textbooks in the primary education. With this aim, we have made a case study with one of the most widely used publishing houses in Catalonia. The analysis is based on the hierarchy of tasks (Gairín, Muñoz and Oller, 2012) and on the quantification of the frequencies with which certain types of activities appear that highlights the existence of an unequal treatment of contents included in the textbook, which tends to present an arithmetization of the measure.

Keywords: *measurement, textbook, hierarchy of tasks.*

INTRODUCCIÓN

La medida constituye una de las principales actividades humanas a partir de las que se desarrolla la matemática. Está presente en todas las culturas puesto que permite comparar, ordenar, estimar o calcular, con más o menos precisión, distintas magnitudes (Bishop, 1999). El estudio de la medida ofrece la oportunidad de aprender y de aplicar otros contenidos matemáticos permitiendo establecer conexiones entre diversas partes de las matemáticas, y entre las matemáticas y otras áreas (Godino, 2004), especialmente en las ciencias experimentales donde se trabaja con valores numéricos obtenidos al efectuar medidas. En el ámbito matemático, la medida es un tópico de gran riqueza ya que en ella confluyen aspectos geométricos, aritméticos, estadísticos, del concepto de función, de resolución de problemas y, además, desarrolla habilidades y destrezas entre las que se encuentran la creatividad y la habilidad de pensar (Godino, 2004). Además, cuando trabajamos la medida, también desarrollamos el razonamiento y el pensamiento lógico (Clements y Sarama, 2009).

En nuestra investigación nos centramos en el tratamiento de la medida por parte de una editorial de libros de texto de matemáticas en la etapa de educación primaria. Este recurso educativo ha tenido y tiene una implementación y un uso muy extendido en el aula de matemáticas (Fan, 2013). Incluso en tiempos en los que los contenidos digitales han entrado en las aulas, donde el impacto de la tecnología es un hecho evidente, el libro de texto todavía ocupa un lugar central dentro de los distintos recursos docentes para llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje (Pepin,

Gueudet y Trouche, 2013). Por tanto, parece claro que los libros de texto han tenido y tienen una gran influencia sobre lo que se enseña en el aula de matemáticas.

Investigaciones previas han puesto de manifiesto una desnaturalización del tratamiento del aprendizaje de la medida en el libro de texto de forma que los contenidos propios de la medida se substituyen por actividades en las que el peso se centra en procesos aritméticos (Chamorro, 2001; 2003). Aunque las investigaciones encontradas en este sentido corresponden a la ley que estaba entonces en vigencia (LOGSE), en estudios como el de Díez, Cañadas, Picado, Rico y Castro (2016) podemos observar que los contenidos apenas varían entre la LOGSE y la LOE. Los libros de texto analizados se enmarcan dentro de esta última ley. Dada la importancia en los procesos educativos de la medida, en este estudio analizamos el tratamiento de los contenidos de medida en una editorial de libros de texto a partir de las actividades que propone utilizando una jerarquización de tareas elaborada por Gairín, Muñoz y Oller (2012). Nos hemos centrado en analizar las diferentes actividades de los libros de una de las editoriales más ampliamente utilizadas en Cataluña (MEC, 2013) en toda la etapa de educación primaria. Una vez analizado este contenido, se compara con la información recogida en el currículo oficial de la comunidad autónoma de Cataluña.

DEL CURRÍCULO AL LIBRO DE TEXTO

Alsina (2000) recoge cuatro tipos de currículo que se desarrollan en diferentes contextos y lugares. Se denomina currículo oficial al conjunto de documentos oficiales propuestos por las autoridades educativas que elaboran los programas de las diferentes asignaturas, señalando los contenidos, objetivos, criterios de evaluación, etc., y que permite a las instituciones educativas dirigir esfuerzos para la mejora de la enseñanza de las matemáticas (Giménez, Goñi, Guerrero y Velázquez, 2000). El currículo potencial está determinado en diversas publicaciones docentes y materiales como pueden ser los libros de texto y desarrolla el currículo oficial desde un punto de vista teórico y práctico. En tercer lugar, el currículo impartido es el que desarrolla el profesor a lo largo del curso y, por último, el currículo aprendido es el adquirido por el alumnado. En esta misma línea, tal y cómo recogen Monterrubio y Ortega (2009), “*es el propio manual el que determina el currículo real*” (p. 38). Según Torres (1991), el libro de texto se encontraría dentro del currículo interpretado por intermediarios y sirve de nexo de unión entre la parte legislativa y la práctica educativa.

El libro de texto juega un papel importante en el aula debido a que la mayoría de los maestros utiliza este recurso la mayor parte del tiempo, como ha sido documentado en numerosos trabajos (Pepin, Gueudet y Trouche, 2013). En la misma línea, el estudio TIMMS, que se centra en medir los conocimientos de matemáticas y ciencia de los estudiantes de cuarto y octavo grado en todo el mundo, recoge que la mayoría de los maestros de matemáticas utiliza el libro de texto como fuente principal escrita cuando se seleccionan los recursos para la enseñanza (Alajmi, 2012). Por su parte, Fan (2013) considera el libro de texto como una variable intermedia en el contexto de la educación que se ve afectada por unas variables independientes (factores que afectan al desarrollo del libro de texto) y que, a su vez, influyen en otras variables dependientes (factores afectados por los libros de texto).

LA MEDIDA EN EL LIBRO DE TEXTO

Tal y como señala Luelmo (2001), no existe un acuerdo unánime sobre cuál es el proceso de enseñanza más adecuado para desarrollar el trabajo de la medida. Si bien en teoría el profesorado y los investigadores reconocen las ventajas de determinados enfoques, las prácticas del aula y los libros de texto reflejan posturas muy diferentes. En este sentido, Chamorro (2001) pone de manifiesto el fenómeno de la aritmetización de la medida en la enseñanza, es decir, la colonización de la medida por parte de la aritmética. Los libros de texto, tanto de primaria como de secundaria, incluyen casi exclusivamente cálculos aritméticos para las actividades presentadas en los temas de medida, y existe una escasez de actividades de composición y recomposición de figuras, de

medición directa con unidades no convencionales, de estimación, y mucho menos de problemas complejos e interesantes que podrían aumentar la motivación del alumnado.

En la etapa educativa correspondiente a la educación primaria se aborda superficialmente la definición de unidades de medida para centrarse rápidamente en la manipulación numérica, donde prevalece el fenómeno de aritmetización de la medida (Luelmo, 2001). Por tanto, se puede afirmar que hay una clara sustitución de saberes donde los problemas de medida se sustituyen por problemas aritméticos, los procesos de medición por el uso de fórmulas y las conversiones, que ocupan más de la mitad del tiempo que se dedica en el aula a la medida (Chamorro, 2001). Por otro lado, las actividades prácticas, como pueden ser las mediciones, son casi inexistentes y se realizan con muchos obstáculos materiales y de gestión del aula (Chamorro, 2003). En relación con la superficie, se continúa sin utilizar actividades que conlleven el pavimentado, únicamente se utilizan cuadrículas en contextos alejados de la vida real, pues no se pide a los alumnos que midan la superficie de objetos cotidianos familiares (Chamorro, 2001).

JERARQUIZACIÓN DE TAREAS MATEMÁTICAS

En la literatura sobre Educación Matemática aparecen numerosas referencias relativas al conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental. Los orígenes de ambos términos remiten al trabajo seminal de Hiebert y Lefevre (1986), en el que se define el conocimiento conceptual como el caracterizado por la riqueza de sus relaciones, como una red conectada de conocimiento donde cada una de estas relaciones es tan importante como cada parte separada de información. Asimismo, una unidad de conocimiento conceptual no puede ser una pieza aislada de información, sólo puede ser parte del conocimiento conceptual si el individuo es capaz de reconocer sus relaciones con otras partes de la información.

Por otro lado, estos autores (Hiebert y Lefevre, 1986) afirman que el conocimiento procedimental está compuesto por dos partes distintas: la compuesta por el lenguaje formal y representación simbólica de la matemática y los algoritmos o reglas para completar tareas matemáticas. Es decir, la secuenciación de instrucciones que se realizan de forma lineal. Para Arrieta (1995), los procedimientos son “*los conocimientos en cuanto actuaciones, a las destrezas, estrategias, métodos, técnicas, usos y aplicaciones*” (p.14). Una característica aquí importante es que en el sistema procedimental, los procedimientos están jerárquicamente dispuestos de forma que algunos procedimientos están incrustados en otro como sub-procedimiento (Hiebert y Lefevre, 1986; Arrieta, 1995). Esta afirmación coincide con la aportación teórica propuesta por Gairín, Muñoz y Oller (2012) donde se describe una jerarquización de tareas para la resolución de actividades matemáticas. Esta jerarquización divide las tareas matemáticas necesarias para realizar una actividad como sigue:

- A. Tareas Principales: tareas que claramente constituyen el objetivo principal de la actividad.
- B1. Tareas auxiliares específicas: Son aquellas tareas que juegan un papel instrumental para alcanzar la solución de un problema o ejercicio en el que aparecen tareas principales sobre contenidos específicos.
- B2. Tareas auxiliares generales: Tareas matemáticas que ha realizado el alumno a lo largo de su formación matemática anterior. Estas tareas auxiliares se agrupan, atendiendo a su naturaleza, en tareas de tipo aritmético, geométrico, de medida, gráfico y de representación, entre otras.

En este estudio utilizamos la jerarquización de tareas de Gairín, Muñoz y Oller (2012) en el análisis de las actividades de medida del libro de texto de educación primaria para clasificar las distintas tareas que surgen en la resolución de dichas actividades.

OBJETIVOS

Ante la situación expuesta, nos preguntamos sobre la forma en la que una de las editoriales más vendidas de libros de texto de matemáticas en Cataluña trata las actividades de medida. Dado que el libro de texto es el principal referente de contenidos en un gran número de aulas de matemáticas, nuestro estudio va encaminado a determinar si el uso del libro de texto es adecuado para cubrir los contenidos y objetivos de la etapa de educación primaria determinados por los currículos oficiales. Este propósito nos lleva a definir los siguientes objetivos de investigación:

1. Caracterizar las actividades de medida propuestas por una editorial de libros de texto, en concreto Vicens Vives, a partir del análisis de tareas principales, auxiliares específicas y auxiliares generales.
2. Contrastar la frecuencia de los bloques de tareas de medida identificadas con la propuesta curricular.

METODOLOGÍA

Para llevar a cabo este estudio, realizamos una investigación cualitativa desde un paradigma interpretativo analizando el contenido de los libros de texto desde la perspectiva del conocimiento matemático implicado. Dentro de los diferentes tipos de estudios cualitativos, esta investigación se enmarca dentro de la tipología de estudio de casos. Pretendemos que este estudio de caso, tal y como señala Stake (1998), abarque la complejidad de un caso particular y nos permita desarrollar unas herramientas de análisis con las que podamos establecer una metodología extrapolable a los materiales de otras editoriales de forma más rápida.

Para ello, hemos escogido como datos para el análisis los libros de texto de matemáticas de la editorial Vicens Vives para toda la etapa de educación primaria, por ser una de las editoriales más vendidas en Cataluña y en España (MEC, 2013). Por tanto, los libros de esta editorial son ampliamente utilizados en las aulas de matemáticas de primaria en España y gozan de una alta aceptación entre el profesorado. El currículo que siguen los libros de Vicens Vives analizados es el recogido en el Decreto 142/2007, de 26 de junio, por el cual se establece la ordenación de la enseñanza de educación primaria en Cataluña. En este currículo los contenidos del bloque de medida se dividen en la comprensión de las magnitudes medibles, de las unidades y del proceso de medir, y en la aplicación de técnicas e instrumentos adecuados para medir.

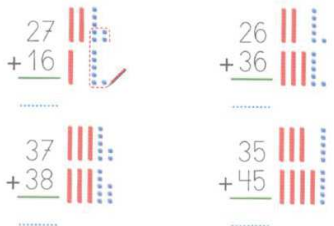


En nuestro estudio hemos analizado las diferentes actividades relacionadas con la medida que aparecían a lo largo del libro de texto en los tres ciclos. En total se han analizado 1912 actividades: 1002 del ciclo superior, 766 del ciclo medio y 144 del ciclo inicial.

Descripción del proceso de análisis

En este apartado recogemos una ejemplificación del tipo de análisis realizado que presente ilustrar cómo se han analizado los libros de texto. Para llevar a cabo el análisis nos valemos de la aportación teórica propuesta por Gairín, Muñoz y Oller (2012), que nos sirve de guía para describir y clasificar las diferentes tareas involucradas en la resolución de cada actividad de medida.

Nuestro primer paso fue resolver cada una de las actividades identificando los pasos necesarios para la solución de las mismas y los diferentes tipos de tareas según la aportación teórica de Gairín, Muñoz y Oller (2012). Una vez realizado este análisis, nuestro segundo paso consistió en agrupar las diferentes actividades según la tarea principal identificada. Este último paso nos permitió general esquemas para cada tipo de tarea principal presente en el libro de texto donde se muestra el conocimiento conceptual y procedimental que se pone en juego para la realización de las actividades asociadas a esa tarea principal.

El ejemplo seleccionado para ilustrar el proceso de análisis es una actividad de 6º de primaria donde el alumno debe realizar una suma de expresiones complejas de tiempo que se muestra en la Figura 1. Para resolver esta actividad, el alumno debe combinar y coordinar diversos conceptos y procedimientos trabajados anteriormente en otras actividades propuestas por el libro de texto.

<p>Suma:</p> $\begin{array}{r} 28 \text{ min } 36 \text{ s} \\ + 12 \text{ min } 52 \text{ s} \\ \hline 49 \text{ min } 56 \text{ s} \\ + 38 \text{ min } 25 \text{ s} \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 1 \text{ h } 42 \text{ min} \\ + 2 \text{ h } 38 \text{ min} \\ \hline 2 \text{ h } 30 \text{ min } 49 \text{ s} \\ + 3 \text{ h } 43 \text{ min } 27 \text{ s} \\ \hline \end{array}$	<p>12. Suma portant-ne.</p> <p>Algorisme de la suma. Agrupar 10 unitats.</p> 	<p>Escriu al teu quadern quants litres hi ha:</p> <p>a  $2 \text{ L} + 0,5 \text{ L} = \dots$</p> <p>b  $5 \text{ L} + 1,5 \text{ L} = \dots$</p>
<p>Figura 1. Actividad de 6º de Primaria propuesta por el libro de texto.</p>	<p>Figura 2. Actividades relacionadas con la suma de expresiones complejas de tiempo, la suma de naturales (1º)</p>	<p>Figura 3. Actividades relacionadas con la suma de expresiones incomplejas de capacidad (4º)</p>

El primer paso previo requiere el dominio de una operación aritmética básica, la suma. Desde el primer curso de educación primaria los alumnos se enfrentan a actividades cuyo objetivo principal es la realización de esta operación aritmética, como se muestra en la Figura 2. La siguiente fase consiste en la suma de dos expresiones incomplejas de una magnitud de medida (Figura 3). Para poder realizar esta operación es necesario que las medidas que vamos a sumar estén expresadas en la misma unidad.

Cuando el alumno llega a enfrentarse a actividades donde debe sumar o restar expresiones complejas de tiempo, debe dominar la suma o resta de dos números naturales cualesquiera y la suma o resta de expresiones incomplejas de tiempo. De esta manera, en la Figura 4 mostramos la caracterización de las tareas a realizar para resolver la actividad de la Figura 1 a partir de la jerarquización de tareas propuesta por Gairín, Muñoz y Oller (2012). Se muestra en detalle del proceso para realizar esta actividad y todas aquellas en las que se ven involucrados cálculos con expresiones complejas de una medida. Este esquema se lee de izquierda a derecha y describe un posible procedimiento para la realización de la actividad donde se van realizando las diferentes tareas para dar solución al mismo. Los pasos que se describen dentro del recuadro en el que se enmarca cada tarea es el conocimiento procedimental. Por otro lado, el conocimiento conceptual se sitúa fuera estos marcos. Como no es lo mismo sumar que restar expresiones complejas de tiempo se ha querido diferenciar esto en el cuadro pintando de color naranja el camino asociado a la resta y de morado el camino asociado a la suma.

Este esquema permite establecer la caracterización de las diferentes tareas necesarias para resolver la actividad. En concreto, la tarea principal de esta actividad y por tanto el objetivo de la misma es sumar expresiones complejas de tiempo. La tarea auxiliar específica es la suma de expresiones incomplejas y la tarea auxiliar general se corresponde con una tarea de tipo aritmético donde hay que realizar una suma. Ambas tareas tienen asociado tanto el conocimiento conceptual como procedimental. Para resolver la suma de expresiones complejas de tiempo es necesario conocer los siguientes contenidos: las unidades para medir una magnitud de tiempo, la relación entre las unidades y cuál es esa relación, la idea de cambio de base sexagesimal y el algoritmo de la suma en base decimal entre las mismas unidades. Todos estos contenidos conforman el conocimiento conceptual para abordar esta actividad. El esquema también incluye los aspectos particulares para las actividades de resta, cuando es necesario pedir prestada una unidad a otra mayor para poder restar en el caso de que el minuendo sea 0 o menor que el sustraendo.

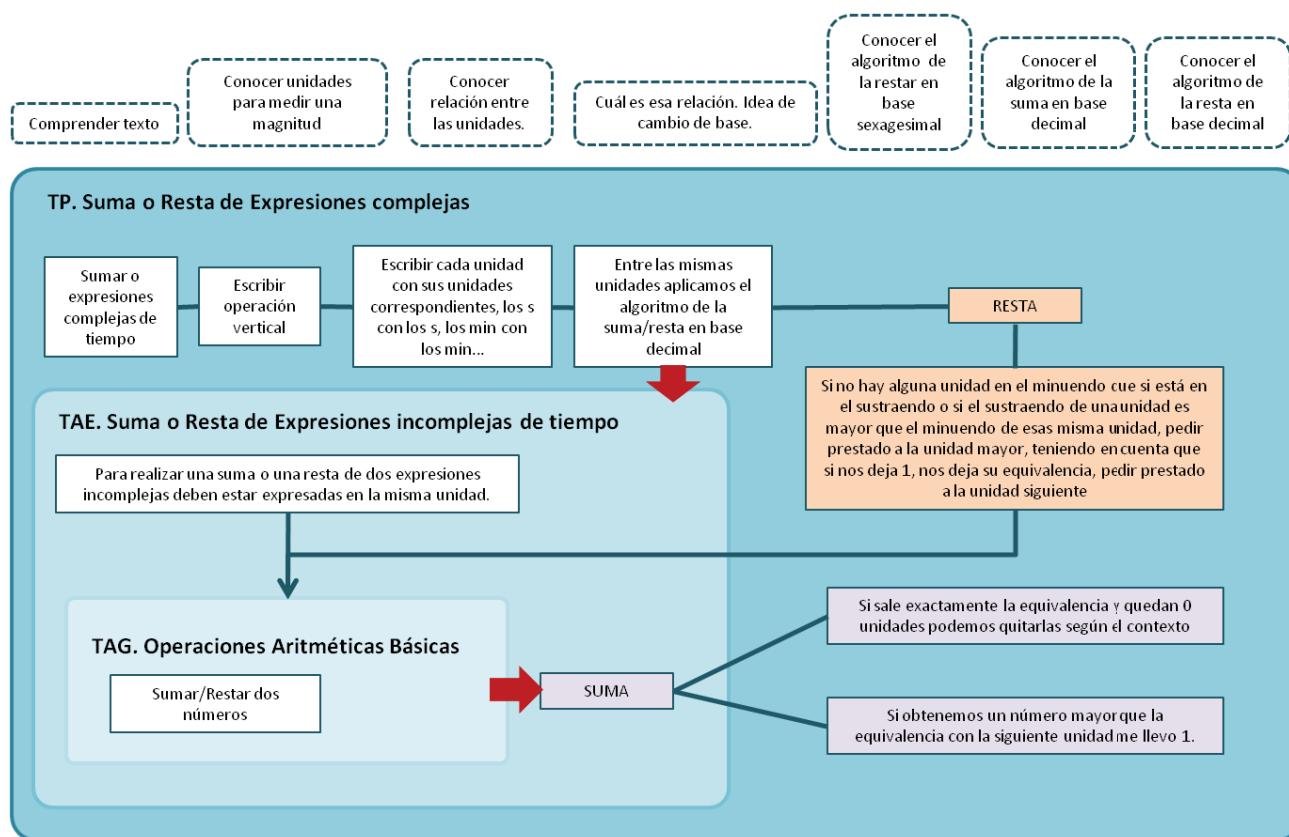


Figura 4. Esquema de resolución propuesto para la actividad de la Fig. 1 que permite caracterizar las diferentes tareas necesarias para la resolución

Este tipo de análisis se realiza para todas las actividades de medida de los libros de texto analizados y nos servimos del programa informático NVivo9 para codificar las distintas tareas en las tres categorías (tareas principales, auxiliares específicas y auxiliares generales) para generar los resultados que mostramos a continuación.

RESULTADOS

A continuación presentamos los diferentes tipos de resultados obtenidos a partir del análisis de las tareas matemáticas promovidas en los libros de texto escogidos.

Clasificación de actividades por su tarea principal

A partir de la categorización de las diferentes tareas principales que se tratan en los libros de texto analizados, encontramos una caracterización de las tareas promovidas en las actividades de medida. Entendemos que esta caracterización es un primer tipo de resultados en el sentido que nos permite determinar el tipo de trabajo matemático que conforma el currículo potencial propuesto por el libro de texto. Agrupamos las tareas principales identificadas en bloques de contenido que hemos extraído del currículo oficial. En la tabla 1 recogemos un listado exhaustivo de las tareas principales identificadas agrupadas en bloques de contenido de acuerdo con la tabla anterior. Incluimos el bloque PCM que corresponde a problemas contextualizados en la medida. Un ejemplo extraído del libro de texto analizado que se ajusta a esta definición es el siguiente:

Una pastilla de un medicamento contiene 25 mg de azúcar. Calcula los gramos de azúcar que se necesitan para fabricar 6.000 pastillas de este medicamento.

Tabla 1. Listado de tareas principales identificadas en el análisis agrupadas por bloques de contenido

Bloque de contenido	Tareas principales
MU	Magnitudes y selección Identificar magnitudes y medidas en un texto

	de unidad.	Elegir la unidad o medida más apropiada
CO	Comparación y ordenación de medidas	Ordenar diferentes medidas Comparar diferentes medidas
MED	Medir	Medir, estimación del error en una la medida, y dibujar una medida con el instrumento adecuado.
EX	Leer y escribir medidas.	Leer medida de un instrumento ya presente en la actividad. Interpretación de husos horarios.
CUO	Cambio de unidades y operaciones	Proceso de cambio de unidades. Relacionar expresiones en distintas unidades. Cambiar la expresión de una medida de forma compleja a incompleja y de forma incompleja a compleja. Suma y resta de expresiones complejas de tiempo.
MMG	Medidas Geométricas	Cálculo por recuento de elementos concepto de unidad de medida. Cálculo a partir de una medición. Cálculo por aplicación de una fórmula.
EST	Estimar	Estimar una medida.
ESC	Proporciones y Escalas	Uso de proporciones y escalas entre valores numéricos de medidas.
PCM	Problemas contextualizados en la medida	Sumar, restar (de forma directa o calculando un sumando para que se cumpla una igualdad), multiplicar, dividir y comprobar el resultado de operaciones. Redondear. Escribir una fracción mixta como un número decimal. Elegir objetos cuya suma sea una medida establecida.
OTRAS	Introducción al álgebra	Tareas relacionadas con la introducción de procedimientos algebraicos.

Frecuencias por tipo de tarea principal

Presentamos en este apartado los resultados de frecuencia relativa de las tareas principales identificadas en las tareas de medida para poder mostrar un mayor nivel de detalle sobre la enseñanza de la medida propuesta por los libros de texto analizados. Para simplificar la presentación de los datos, agrupamos las diferentes tareas en los bloques de contenido presentados en la Tabla 1. En concreto, la Figura 5 muestra las frecuencias relativas de los bloques de contenidos de las tareas principales identificadas en las actividades de medida del libro de texto separadas por ciclo.

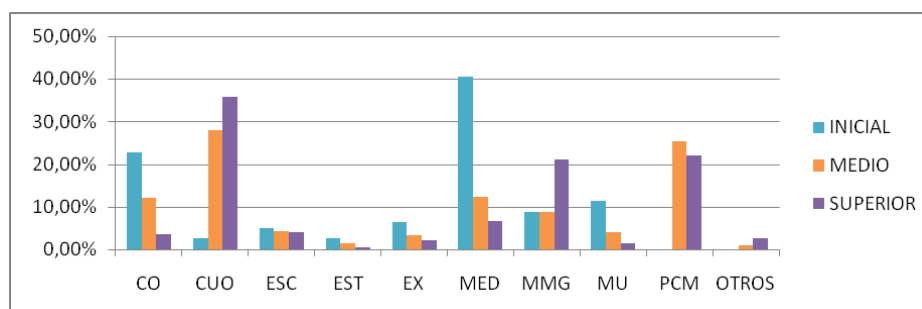


Figura 5. Porcentajes de las tareas principales de medida identificadas agrupadas por bloques de medida y separadas por ciclo.

Los resultados mostrados evidencian un tratamiento desigual de los diferentes procesos y conceptos asociados a los contenidos de medida. En concreto, podemos observar que la identificación de magnitudes y la elección de unidades, que podemos entender como uno de los aspectos clave para la fundamentación de la medida, tiene una presencia escasa y que disminuye progresivamente

durante la etapa de educación primaria. Las actividades de este bloque (MU) tienen un mayor tratamiento en el ciclo inicial, en el que representa un 11,39% de las tareas principales, y disminuye en los ciclos posteriores ocupando sólo un 3,92% de las tareas principales en el ciclo medio y un 1,53% de las tareas en el ciclo superior. Es destacable la práctica ausencia de actividades en las que se promueva la estimación de medida, que aparece en la literatura como un aspecto clave para la interiorización del concepto de unidad de medida (Clements y Sarama, 2009). La frecuencia para cada uno de los ciclos de actividades de estimación de medida (EST) es del 1,75% en el ciclo inicial, 1,16% en el ciclo medio y del 0,36% en el ciclo superior.

En contraposición, la propuesta del libro de texto para el aprendizaje de la medida parece basarse en aspectos como la comparación y ordenación de medidas y en aspectos instrumentales como el cambio de unidades. La frecuencia de aparición de las actividades de cambio de medidas y operaciones (CUO) es del 2,53% en el ciclo inicial, 27,88% en el ciclo medio y del 35,88% en el ciclo superior. Los procesos de medición directa tienen una alta incidencia en el primer ciclo pero su presencia disminuye en los ciclos medio y superior. El porcentaje de incidencia de las tareas principales de este bloque (MED) varía del 40,51% en el ciclo inicial al 12,21% en el ciclo medio y al 6,68% en el ciclo superior.

En las dos últimas etapas se observa una alta presencia de actividades de medida contextualizadas en forma de problema para los alumnos, pero si observamos en detalle la forma de estas actividades podemos observar claramente el fenómeno de la aritmetización de la medida que indica Chamorro (2001). Observamos que algunos de los bloques de contenidos con mayor presencia en los libros analizados son los que presentan los índices más altos de actividades de medida que han sido aritmetizadas, como serían las relacionadas con los cambios de unidades o los problemas contextualizados. Ahora bien, dentro de los diferentes bloques de medida encontramos actividades cuya donde prima el dominio de conceptos y procedimientos aritméticos. Un ejemplo claro de este tipo de actividades es la medida indirecta de figuras geométricas. Aunque es importante considerar también esta parte de la medida no debemos perder de vista la importancia que les brinda el libro de texto, donde el porcentaje de actividades de medición indirecta en cada bloque es:

Tabla 2. Porcentaje de actividades de medida indirecta en el bloque MMG

	C. INICIAL	C. MEDIO	C. SUPERIOR
MMG de forma indirecta	0%	85,42%	62,86%

Por tanto, un 6,28% de las actividades del ciclo medio y un 12,46% de las actividades del ciclo superior se basan en la aplicación de una fórmula. De esta manera, si tenemos en cuenta que las actividades que se encuentran dentro de los bloques de PCM y CUO también requieren del dominio de conceptos y procedimientos aritméticos, los porcentajes de actividades numéricas en cada bloque y por cada etapa son:

Tabla 3. Porcentaje de actividades aritmetizadas en cada ciclo por bloques.

	C. INICIAL	C. MEDIO	C. SUPERIOR
CUO	2,53%	27,88%	35,88%
MMG de forma indirecta	0,00%	6,28%	12,46%
PCM	0,00%	25,35%	21,95%
TOTAL	2,53%	59,51%	70,29%

Conforme avanzamos en la etapa de educación primaria el tipo de actividades aritmetizadas es mayor, de hecho, los porcentajes del ciclo medio y superior son muy elevados. En toda la etapa de educación primaria, encontramos que el 60,62% de las actividades están aritmetizadas.

CONCLUSIONES

El análisis realizado nos permite comprobar la afirmación de Chamorro (2001) sobre la aritmetización de la medida en los libros de texto analizados al mismo tiempo que hemos podido cuantificar este fenómeno en este estudio. Entendemos que la elección de las actividades presentes en el libro de texto analizado está orientada al trabajo individual en el aula sobre el soporte del papel, con lo que difícilmente pueden trabajarse de igual forma los contenidos de medida especificados en el currículo. Este hecho nos remite al tipo de trabajo matemático realizado en las aulas que es preferido por los maestros, que son los encargados de elegir los materiales didácticos utilizados.

De los resultados observamos que, tal y como recoge Luelmo (2001), el trabajo promovido por el libro de texto pretende centrarse en la manipulación numérica se busca que los alumnos efectúen conversiones u operaciones con seguridad y rapidez. Aunque hayamos identificado actividades en las que se propone que los alumnos realicen mediciones, hemos observado que el libro de texto no invita a los alumnos a realizar una descripción oral, gráfica y escrita de la medida de las distintas magnitudes así como a contrastar y analizar diversas estrategias de medida, que forma parte del currículo oficial y aparece en los tres ciclos. Asimismo, las mediciones directas se realizan exclusivamente dentro de las magnitudes de longitud y área. Por otro lado, la anticipación e interpretación del error de una medida apenas se considera dentro de las tareas analizadas y, en su mayoría, se hace desde la perspectiva de la interpretación del error obtenido. Dado que el error en la medida es inherente al proceso de medición, podemos intuir que la acción de medir se presenta de forma irreal. Este tratamiento presenta una forma sesgada e incompleta de la medida, ya que proporciona la falsa creencia de que los procesos de medida siempre son exactos.

Detectamos dos grandes ausencias en propuesta didáctica como son la construcción de los conceptos de magnitud, de unidad de medida y el uso de la estimación de medidas en el aula. En particular, la ausencia de la construcción matemática del concepto de estimación podría estar relacionado con el hecho de que existe una idea preconcebida externa a la educación matemática que le resta importancia (Pizarro, Gorgorió y Albarracín, 2014). Los resultados de nuestro estudio confirman que el trato que ofrece el libro de texto estudiado al trabajo de medida está orientado a tratarla como si fuera un entorno para el trabajo aritmético, con lo que se produce una desnaturalización de los objetivos de medida a trabajar.

A partir de los resultados obtenidos en este trabajo, entendemos que la herramienta de análisis desarrollada permite una descripción de gran valor de los contenidos curriculares actividades y el estudio presentado debe extenderse a las propuestas de otras editoriales. De la misma forma, consideramos que el presente estudio puede complementarse con el análisis de la evolución de los conceptos de medida presentados para estudiar si se adecúa a las propuestas de aprendizajes marcadas en el currículo. Este estudio es el resultado de un trabajo más amplio donde se estudia también la evolución de las distintas tareas a lo largo de la etapa de educación primaria. Tareas que en una determinada etapa son principales pasan a un segundo plano en forma de tareas auxiliares en cursos posteriores.

Referencias

- Alajmi, A. H. (2012). How do elementary textbooks address fractions? A review of mathematics textbooks in the USA, Japan, and Kuwait. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 239–261.
- Alsina, C. (2000). Mañana será otro día: un reto matemático llamado futuro. En J.M. Goñi (Ed.), *El currículo de matemáticas en los inicios de siglo XXI*. Barcelona: Graó.
- Arrieta, M. (1995). Los procedimientos en Geometría. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, (3), 13-20.

- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.
- Clements, D. & Sarama, J. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York: Routledge.
- Chamorro, M. C. (Coord.) (2001). *Dificultades del aprendizaje de las Matemáticas*. Madrid: MEC.
- Chamorro, M. C. (2003). El tratamiento escolar de las magnitudes y su medida. En M.C. Chamorro (Ed.), *Didáctica de las matemáticas* (pp.221-244). Madrid: Pearson.
- Díez, A. Cañadas, M.C., Picado, M., Rico, L. y Castro, E. Magnitudes y su medida en el currículo de primaria en España (1945-2013). *Revista de currículum y formación del profesorado*, 20(1), 341-363.
- DOGC (2007). Decret 142/2007, de 26 de juny, pel qual s'estableix l'ordenació dels ensenyaments de l'educació primària.
- Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM*, 45(5), 765-777.
- Gairín, J.M., Muñoz, J.M., Oller, A.M. (2012). Propuesta de un modelo para la calificación de exámenes de matemáticas. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 261 - 274). Jaén: SEIEM
- Giménez, J., Goñi, J., Guerrero, S. y Velázquez, F. (2000). Introducción. En J. Goñi (Ed.), *El currículo de matemáticas en los inicios del siglo XXI* (pp.7-11). Barcelona: Graó.
- Godino, J.D. (2004). *Matemáticas para maestros* [versión electrónica]. España: Universidad de Granada. Recuperado el 24 de marzo de 2014 de: http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/8_matematicas_maestros.pdf
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Luelmo, M.J. (2001). Medir en secundaria: algo más que fórmulas. X Jornada para el Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas. *Actas del XJAEM* (pp. 727-737). Zaragoza.
- MEC (2013). *Panorámica de la Edición Española de Libros 2013*. Madrid: MEC.
- Monterrubio, M.C. y Ortega, T. (2009). Creación de un modelo de valoración de textos matemáticos. Aplicaciones. En M.J. González, M.T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 37-53). Santander: SEIEM.
- Pepin, B., Gueudet, G., & Trouche, L. (2013). Investigating textbooks as crucial interfaces between culture, policy and teacher curricular practice: two contrasted case studies in France and Norway. *ZDM*, 45 (5), 685-698.
- Pizarro, N., Gorgorió, N., Albarracín, L. (2014). Aproximación al conocimiento para la enseñanza de la estimación de medida de los maestros de primaria. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 523-532). Salamanca: SEIEM
- Stake, R. E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.
- Torres, J. (1991). *El currículum oculto*. Madrid: Morata.

^{ix} La investigación que se presenta ha sido financiada por el Proyecto Caracterización del conocimiento disciplinar en matemáticas para el grado de educación primaria: matemáticas para maestros, I+D, RETOS, Dirección General de Investigación (ref. EDU2013-4683-R). Los autores pertenecen al Grupo de Investigación Educación matemática i context: competència matemàtica (EMiC:CoM), reconocido como Grupo de Investigación Consolidado y financiado por la Direcció General d'Universitats (ref. 2014SGR 00723).