

Criterios de idoneidad epistémica para el estudio de la geometría espacial en educación primaria

Epistemic didactical suitability criteria for the study of spatial geometry in primary education

Andrea Cruz, María M. Gea y Belén Giacomone

Universidad de Granada, España

Resumen

Este trabajo es parte de una investigación en curso y en él se identifican diversos conocimientos didáctico-matemáticos sobre los procesos de estudio de la geometría espacial en los primeros niveles educativos. Se utiliza como marco teórico la *Teoría de la Idoneidad Didáctica*, la cual se viene desarrollando dentro del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. El sistema de categorías de facetas y componentes, así como los criterios generales de idoneidad que propone dicha teoría, son aplicados para analizar y clasificar los resultados de investigaciones relevantes sobre la enseñanza y aprendizaje de la geometría elemental. Se propone finalmente, un sistema de criterios específicos de idoneidad para la faceta epistémica de la enseñanza de la geometría espacial.

Palabras clave: Geometría espacial; enfoque ontosemiótico; idoneidad didáctica; faceta epistémica; criterios específicos.

Abstract

This work is part of an ongoing research, and presents the didactical-mathematical knowledge identified in the study of spatial geometry in the first educational levels. The theoretical framework used is the *Theory of Didactical Suitability*, which is being developed within the onto-semiotic approach to mathematical knowledge and instruction. The system of facets and components, as well as the general suitability criteria proposed in this theory are applied to analyse and classify the results of relevant investigations on teaching and learning elementary geometry. Finally, a system of specific suitability criteria for the epistemic facet of teaching spatial geometry is proposed.

Keywords: Spatial geometry; onto-semiotic approach; didactical suitability; epistemic facet; specific criteria.

1. Introducción

La investigación sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría en los distintos niveles educativos y sobre los factores que los condicionan es muy abundante, como se muestra en las numerosas publicaciones que se vienen produciendo. Es razonable pensar, que de estas investigaciones se derivan resultados que pueden orientar y ayudar a los docentes en el proceso de enseñanza de los contenidos curriculares. Estos trabajos usan marcos teóricos y metodológicos diferentes, produciendo una amplia gama de resultados de diversa naturaleza, lo que puede suponer una dificultad al profesor al tratar de establecer criterios generales o específicos para tomar decisiones en su práctica de aula. No obstante, parece necesario y razonable asumir que es posible identificar conocimientos didáctico-matemáticos conjugando los resultados de las investigaciones. Este es un objetivo de interés para la investigación didáctica y para este estudio, que se concreta en establecer una guía específica centrada en la geometría, que

Cruz A., Gea M. y Giacomone B. (2017). Criterios de idoneidad epistémica para el estudio de la geometría espacial en educación primaria. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

sirva de apoyo al profesor para la reflexión sobre su práctica docente, que le ayude a diseñar y mejorar intervenciones educativas y a la vez, sirva de fundamento para la formación del profesorado.

La Teoría de la Idoneidad Didáctica (TID) (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006; Godino, 2013) propone sistematizar principios, criterios o heurísticas, sobre los cuales existe un consenso en la comunidad educativa de un campo específico (matemáticas, ciencias, etc.), en que su aplicación podría ayudar a alcanzar niveles altos de idoneidad de los procesos instruccionales. Esta teoría asume que la didáctica de la matemática tiene, además de un componente científico (descriptivo y explicativo), otro componente tecnológico (normativo), ya que el conocimiento científico que se elabore está orientado a intervenir y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

En la TID se proponen seis facetas o dimensiones para el análisis de los procesos instruccionales, para los cuales se han identificado criterios de idoneidad generales (Godino, 2013) de aplicación a cualquier contenido matemático. De esta forma, se dispone de una guía general de indicadores de idoneidad (GVID), que puede ser un instrumento de ayuda tanto para el investigador en educación matemática como para el profesor. La GVID presenta descriptores generales para cada una de las facetas y componentes de los procesos de estudio matemáticos y se trata de “una herramienta cuya aplicación y discusión por los formadores de profesores, los propios profesores e investigadores permitirá su progresiva mejora y enriquecimiento” (Godino, Font, Wilhelmi y Castro, 2009, p.60).

El estudio que presentamos es parte de una investigación más amplia, cuyo objetivo principal es complementar la Guía de Valoración de la Idoneidad Didáctica (GVID) propuesta por la TID, con criterios específicos obtenidos a partir de las investigaciones sobre didáctica de la geometría, específicamente sobre la visualización espacial de figuras de tres dimensiones. Por la limitación de espacio, de entre todas las facetas que conforman la idoneidad didáctica, en este trabajo sólo se describen resultados relativos a la idoneidad epistémica.

2. Marco teórico y metodología

Esta investigación se apoya en el marco del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS), enfoque teórico que vienen desarrollando Godino y colaboradores en diversos trabajos científicos (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2013; Godino, Batanero y Font, 2007). El conjunto de nociones teóricas que componen al EOS se clasifican en cinco módulos y cada uno de ellos delimita un análisis parcial y complementario de los procesos de enseñanza y aprendizaje de temas específicos de matemáticas (Godino, 2013).

De manera específica, la investigación está centrada en desarrollar y aplicar el último módulo de análisis propuesto en el EOS, relacionado con la Teoría de Idoneidad Didáctica (TID). El análisis e interacción de cada faceta y componentes que constituyen esta noción con sus respectivos criterios, aportan gran información al investigador y le permiten establecer una panorámica general del proceso de instrucción, facilitando con ello la reflexión y toma de decisiones en las distintas fases de diseño, implementación y evaluación de dicho proceso.

Esta herramienta teórica, ha servido de orientación para delimitar y clasificar las diferentes categorías que se obtienen del análisis de contenido de investigaciones

relevantes sobre los distintos aspectos de la enseñanza y aprendizaje de la geometría en educación primaria. Específicamente, se clasificó información sobre la visualización espacial de figuras de tres dimensiones en las diferentes facetas que componen la TID, con el objeto de determinar criterios específicos de idoneidad en cada uno de los componentes del conocimiento sobre este tópico.

Para cada faceta se determinan criterios o descriptores específicos de idoneidad, como herramientas que ayudan a pasar de una didáctica descriptiva–explicativa a una didáctica orientada hacia la intervención efectiva en el aula, que sirven de pauta o guía para la valoración de las acciones planificadas e implementadas (Godino, 2013).

En el caso de la idoneidad epistémica, cuyo análisis se presenta en este trabajo, se trata de analizar la adecuación del contenido matemático de la visualización espacial tridimensional a nivel elemental respecto a las situaciones-problemas, los lenguajes, las reglas (definiciones, propiedades, procedimientos), los argumentos y las relaciones entre ellos, que se determinan para su enseñanza.

3. Resultados

En este apartado mostramos los resultados obtenidos del análisis y clasificación de investigaciones e innovaciones relevantes sobre la enseñanza y aprendizaje de la geometría espacial, en su faceta epistémica, prestando especial atención a la visualización de figuras de tres dimensiones.

En primer lugar, la síntesis que realiza Hershkowitz (2014) sobre los tipos de problemas que aborda la geometría y, por tanto, los significados que se le deben atribuir, resulta relevante como un componente situacional de la idoneidad epistémica. Según esta autora, la geometría desde sus comienzos hace más de 2500 años, ha sido desarrollada a lo largo de unos pocos aspectos, como son:

La interacción con las formas en el espacio. Este aspecto surgió de manera independiente en varias culturas primitivas, como un cuerpo de conocimientos prácticos relativos a longitudes, áreas y volúmenes, y relativos también a los atributos de las formas y las relaciones entre ellas (es el aspecto práctico-intuitivo). Poco a poco, las formas, sus atributos y sus transformaciones en el espacio, se irán convirtiendo en componentes fundamentales para construir una teoría (la aproximación lógica-formal), que emerge en Occidente con Thales de Mileto (siglo VI a. C.) y hacia el siglo III a. C., se estructura en axiomas por Euclides (Geometría Euclidiana).

Las formas como base para reflexionar sobre información visual. Mediante la representación, descripción, generalización, comunicación y documentación de la información que nos rodea, la geometría se convierte en útil para comprender mejor los conceptos, procesos y fenómenos desde diferentes áreas de las matemáticas y las ciencias, en especial, como un marco para reconocer la contribución de las matemáticas a dominios tales como la pintura, escultura o la arquitectura, en donde la belleza se puede generar mediante configuraciones estéticas de formas geométricas.

Existe un consenso clásico en vincular estos dos aspectos de la geometría al ser entendida como la ciencia del espacio. Así es que se expresan explícitamente en el enfoque de la enseñanza y aprendizaje de la geometría en la formación de los estudiantes y en muchos trabajos de investigación. Durante bastantes años, la manera de enseñar geometría fue, y en cierto sentido continúa siendo, la división jerárquica de estos temas, bajo un enfoque de enseñanza que va desde el aspecto intuitivo hacia el

aspecto formal a lo largo de los años escolares. La aproximación intuitiva y manipulativa se considera la base para la geometría preescolar, propiciando la transición de una a otra en la etapa de educación primaria (o educación básica); y la formal se suele delegar a la educación secundaria.

De lo expuesto anteriormente, se derivan dos criterios de idoneidad epistémica para la geometría escolar, relacionado con los tipos de situaciones problemas a plantear:

La aproximación al significado de la geometría y, por tanto, los tipos de situaciones-problema que se proponen para abordarla, se refieren a la interacción con las formas en el espacio tales como el reconocimiento de los atributos de las formas y las relaciones entre ellos.

Los conceptos geométricos se desarrollan de modo gradual en el estudiante, por lo que las situaciones-problema deben movilizar, en un principio, aspectos intuitivos y manipulativos que, poco a poco, se irán formalizando hacia una aproximación lógica – formal.

Gonzato, Godino y Neto (2011) ofrecen una clasificación de tareas sobre visualización de objetos en tres dimensiones en cuatro categorías principales, según la acción que requiere el estudiante para resolverlas. Los autores identificaron contenidos sobre el tema en tareas incluidas en investigaciones de educación matemática y psicología, que son: coordinar e integrar vistas ortogonales de objetos, plegar y desplegar desarrollos, componer y descomponer en partes un objeto tridimensional y rotar un objeto tridimensional en el espacio. De aquí surgen otros criterios específicos de idoneidad relacionados con las cuatro categorías principales de tareas sobre visualización de objetos tridimensionales:

Las tareas propuestas deben abordar problemas que involucren el reconocimiento de los atributos y las formas en el espacio a través de construcción de objetos con vistas coordinadas, del desarrollo de la habilidad de plegar y desplegar, componer, descomponer e identificar partes y elementos de un sólido, así como la habilidad de girar un objeto en un plano o eje imaginario.

En cuanto al componente del lenguaje, hemos considerado los diferentes tipos de representaciones de objetos tridimensionales (verbales o escritas, planas, gráficas, manipulables) para que, a través de cualquiera de éstos, los estudiantes puedan percibir y describir sus características, ya sea en el diseño o construcción como en la ejecución de una actividad. Desde estos tipos de representaciones surge otro criterio de idoneidad epistémica:

Las tareas de visualización serán exitosas si se logra distinguir las características de los tipos de representaciones de objetos tridimensionales y se hace uso de ellas al percibir las y describirlas, ya sea en el diseño o construcción como en la ejecución de una actividad.

Para describir la orientación, la estructura (la posición relativa de las partes de un todo) o la posición en el espacio, se necesita un lenguaje, sobre todo verbal, que comprende esencialmente los siguientes términos: arriba/abajo, adelante/atrás, derecha/izquierda, cerca/lejos, dentro/fuera, encima/debajo, enfrente, detrás, allí, aquí, allá, acá, ahí, entre, en el centro, en medio, cerca-lejos y próximo-lejano. Cotidianamente se usa para indicar la posición relativa de una persona o un objeto con respecto a otra/s persona/s u objeto/s, o para especificar las direcciones en el espacio con respecto al propio cuerpo o a un observador externo (Gonzato, 2013).

De esta manera surge, desde estos aspectos, una propuesta idónea en la visualización espacial de objetos para su uso escolar:

Un lenguaje adecuado permitirá distinguir y describir la orientación, la estructura (características y sus relaciones) y la posición de un objeto tridimensional con otros.

Con relación a los elementos regulativos (conceptos, procedimientos, proposiciones) y su relación con los objetos ostensivos que los representan, Battista (2007), apoyándose en investigaciones de autores tales como Laborde y Presmeg, resalta las dificultades que tiene el estudio de la geometría debido a la necesidad de distinguir entre dos tipos de objetos geométricos: los dibujos o representaciones gráficas que constituyen una entidad material en sí misma, y las figuras (geométricas) que refieren a objetos teóricos. Como indica el autor, el estudio de la geometría implica establecer relaciones entre ambos, pues, “En general, en el pensamiento geométrico, se razona sobre objetos (figuras geométricas); se razona con representaciones” (Battista, 2007, p. 844).

Una dificultad que añade el autor está en que, en la enseñanza de la geometría, “se usan ejemplos de objetos físicos, incluyendo diagramas, para representar conceptos geométricos formales. Sin embargo, tanto los currículos como los investigadores generalmente ignoran el proceso de formación de los conceptos a partir de los objetos físicos y en su lugar se focalizan en la perspectiva ‘representacional’” (Battista, 2007, p.845). La perspectiva representacional se centra en los conceptos matemáticos generales, abstractos, que son considerados como los objetos de estudio, por lo que un diagrama es considerado un mero indicador de un concepto matemático abstracto y muchas características de un diagrama particular son consideradas como irrelevantes. En consecuencia, la mayor parte de la investigación en educación matemática ha tratado a los diagramas como representaciones imperfectas de conceptos abstractos idealizados, olvidando los procesos mediante los cuales los conceptos geométricos formales son abstraídos de los ejemplos particulares. Adoptar una perspectiva más amplia puede proporcionar comprensión adicional sobre los procesos mediante los cuales los estudiantes construyen conocimiento sobre las formas y sus clases.

En consecuencia, un criterio específico de idoneidad epistémica relacionado con la distinción entre dibujo y figura o forma geométrica se puede formular en los siguientes términos:

El diseño de un proceso de estudio en geometría será más o menos idóneo en la medida en que los estudiantes aprendan a distinguir en los objetos físicos, las representaciones y los diagramas de las correspondientes figuras geométricas, como entidades o formas no ostensivas cuyo uso está determinado por las reglas que los definen.

Itzcovich (2005) plantea que es imperioso aclarar que los alumnos no identifican las propiedades de las figuras por el solo hecho de mirar los dibujos que las representan. Aquello que un alumno reconoce al mirar un dibujo, no tiene por qué ser lo que el docente pretende que se identifique, debido a los conocimientos que posee cada uno. Muchas veces se piensa que, al mostrar un dibujo, los estudiantes reconocerán las propiedades que están representadas en él, siendo esta suposición equivocada, pues la enseñanza está funcionando como si la percepción fuera independiente de la cognición.

Se propone que los procedimientos sean claros y adaptados al nivel educativo, para que se presente un alto grado de idoneidad epistémica; por tanto, reconocemos aquí otro criterio:

La identificación de las propiedades de una figura no se enseña sólo con mirar y dibujar una forma, por lo que la percepción no es independiente de la cognición. El conocimiento de las propiedades, a través de la resolución de problemas, se va construyendo en las prácticas mediante argumentos que van a permitir la producción de demostraciones.

Para Itzcovich (2005), es prioritario que un alumno domine las propiedades como herramientas que se utilizan en todo proceso deductivo. Que los alumnos dispongan de ellas les dará paso a realizar prácticas argumentativas, con el fin de llegar a la producción de demostraciones. La adquisición de estas propiedades se refiere a un proceso de identificación de las mismas en los problemas propuestos y está determinada por la relación del conocimiento que se posea, las actividades de construcción que se propongan, y las intuiciones, los ensayos, los errores, y los aciertos que se presenten en la interacción docente-alumno y alumno-alumno.

En la construcción, el autor sostiene que ver y dibujar no es suficiente, ni tampoco se trata que dominen todas las propiedades. La expectativa es que los estudiantes, a partir de realizar diferentes construcciones, algunas próximas a las correctas y otras erróneas o incompletas, identifiquen y comprendan la conjetura que se espera que produzcan (Itzcovich, 2005, p.25).

Del análisis de los procedimientos utilizados en la producción de figuras tridimensionales, destacamos la importancia de desarrollar diferentes habilidades en nuestros estudiantes como las que menciona Fernández (2014) en su propuesta de una evaluación diagnóstica sobre la formación de futuros profesores en visualización y razonamiento espacial: identificación visual, constancia perceptual, percepción de posiciones espaciales o reconocimiento de las posiciones en el espacio, percepción de relaciones espaciales, discriminación visual, memoria visual y rotación mental. La autora constata en su análisis, la importancia del desarrollo de las habilidades antes descritas para resolver con éxito las actividades propuestas en libros de texto de primaria. Estas habilidades permitirán el logro eficaz de la visualización de tres dimensiones, de lo que aquí se desprende otro de los criterios de la idoneidad epistémica:

El desarrollo de las habilidades para la resolución de tareas en forma exitosa se realiza y evidencia durante la aplicación de procedimientos en la relación de características y propiedades de las figuras para su construcción y despliegue (o deconstrucción); en la percepción de las relaciones de posiciones físicas y mentales; en la percepción de relaciones espaciales; y en la discriminación y comparación de objetos, los cuales contribuyen a la visualización y razonamiento espacial.

Sobre los tipos de argumentaciones en geometría, Harel y Sowder (1998, 2007) resaltan que una característica común de las formas de justificación de una proposición es la diferenciación entre las pruebas de tipo formal, principalmente analíticas, y las prácticas argumentativas no analíticas (argumentaciones deductivas informales o argumentaciones no deductivas). Dicha distinción induce a plantear el problema de la progresión de las prácticas argumentativas a lo largo de la enseñanza, para que los alumnos adquieran un correcto significado de lo que implica realizar una justificación, se convengan de su importancia y lleguen a dominar las diferentes prácticas. De esto se deduce un criterio epistémico relacionado con el componente argumentativo en geometría, que se debería tener en cuenta desde la educación primaria:

Procurar la transición progresiva de las argumentaciones informales hacia las deductivas, a través de la articulación de los aspectos intuitivos-prácticos y los formales-abstractos en el estudio de la geometría.

Van Hiele (2002) distingue dos niveles principales de aprendizaje de las formas geométricas: un nivel inferior relativo a la identificación de las formas por medio de la vista y un nivel superior relativo a la identificación de las formas por sus propiedades; y

postula que se adquiere el significado de verificación, deducción informal o deducción formal, dependiendo del nivel en el cual se sitúa el estudiante. Así, se debe pasar por los niveles inferiores de pensamiento geométrico antes de poder alcanzar los niveles más altos, sin saltarse ninguno, pues enfrentarse antes de tiempo con la prueba formal puede conducir a los estudiantes a una mera memorización de la prueba y a la confusión sobre su propósito (Gonzato, 2013, p.65).

Por otra parte, según Gonzato (2013), se distinguen dos motivaciones principales que pueden llevar a justificar una determinada proposición: por un lado, la necesidad de convencer (a sí mismo u a otros) sobre la verdad o falsedad de la proposición, por otro lado, la necesidad de establecer si la proposición es válida en un sistema de reglas y principios aceptados por una comunidad. De esto se deduce un criterio epistémico importante en los primeros años de enseñanza:

Procurar la transición progresiva de las argumentaciones informales hacia las deductivas, a través de lo intuitivo-práctico a lo formal-abstracto, respectivamente. Avanzar desde los niveles inferiores de pensamiento hacia niveles más elevados de pensamiento geométrico. Todo esto, para convencer sobre la verdad o falsedad, o bien para establecer una proposición en un sistema de reglas y principios aceptados por una institución.

3.1. Indicadores de Idoneidad Epistémica

En base a la investigación previa, descrita en el apartado anterior, en la Tabla 1 se muestran los indicadores generales de idoneidad epistémica, particularizados en indicadores específicos sobre los procesos de estudio de la geometría espacial en educación primaria.

Tabla 1. Componentes e indicadores de idoneidad epistémica

Componentes	Criterios
Situaciones-problemas	<p><i>Criterios generales:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones-problemas que permitan contextualizar, ejercitar, aplicar y generalizar el conocimiento matemático, los cuales proceden de la propia matemática y de otros contextos. - Se proponen situaciones de generación de problemas y formulación de conjeturas. <p><i>Criterios específicos:</i></p> <p>Se deberían abordar problemas que involucren la interacción con las formas en el espacio, aplicando aspectos intuitivos y prácticos que poco a poco se vayan formalizando, tales como:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconocer y relacionar los atributos de las formas. - Coordinar e integrar vistas de objetos. - Plegar y desplegar desarrollos. - Identificar partes y elementos de un sólido. - Componer y descomponer en partes un objeto tridimensional. - Rotar un objeto en el espacio.
Lenguajes	<p><i>Criterios generales:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Se usa un amplio repertorio de representaciones (materiales, icónicas y simbólicas) para modelizar problemas e ideas geométricas, analizando la pertinencia y potencialidad de uno u otro tipo de representación y realizando procesos de traducción entre las mismas. - Se favorece que los estudiantes construyan, perfeccionen y usen sus propias representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas. - El nivel del lenguaje usado es adecuado a los estudiantes a que se dirige. <p><i>Criterios específicos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Distinguir y describir las representaciones verbales, planas, gráficas y de

Reglas (Definiciones, propiedades, procedimientos)	<p>modelos manipulables.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Nombrar y describir formas tridimensionales y su posición en el espacio con relación a otros objetos y personas. - Describir la orientación y la estructura de un objeto tridimensional. - Utilizar diferentes términos para la descripción de posición, dirección y distancia de los objetos en el espacio: arriba, abajo, delante, detrás, derecha, izquierda, cerca, lejos, etc. <p><i>Criterios generales:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen. - Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado. - Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar y generalizar definiciones, propiedades y procedimientos.
Argumentos	<p><i>Criterios específicos:</i></p> <p>Se procura que los estudiantes aprendan a distinguir en los objetos físicos, representaciones y diagramas de las correspondientes figuras geométricas, como entidades o formas no ostensivas cuyo uso está determinado por las reglas que los definen. En particular,</p> <ul style="list-style-type: none"> - Dominar e identificar las propiedades de las figuras para utilizarlas en el proceso deductivo y realizar argumentaciones. - Reconocer figuras que tengan atributos específicos, tales como un número dado de ángulos o un número dado de caras iguales. - Distinguir y comparar los atributos que definen y no definen a las figuras tridimensionales. - Clasificar figuras de tres dimensiones de acuerdo con sus propiedades y características. - Construir y desarmar objetos tridimensionales dadas ciertas vistas ortogonales y desarrollos planos, respectivamente. - Desarrollar habilidades de visualización y razonamiento espacial, a través de los procedimientos utilizados en la realización de una tarea. <p><i>Criterios generales:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Se favorece el razonamiento y la prueba de los enunciados y proposiciones matemáticas mediante diversos tipos de razonamientos y métodos de prueba. - Los estudiantes formulan con frecuencia conjeturas sobre relaciones matemáticas, las investigan y justifican. - Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son correctas y adecuadas para el nivel educativo al que se dirigen.
Relaciones	<p><i>Criterios específicos:</i></p> <p>Se procura que los estudiantes comprendan la necesidad y utilidad de construir demostraciones deductivas de proposiciones, que admiten una representación visual que aparentemente se hace necesaria. En particular,</p> <ul style="list-style-type: none"> - Aplicar una transición progresiva de las argumentaciones desde los significados intuitivos e informales de los conceptos geométricos a sus respectivas formalizaciones. - Formular y comprobar conjeturas sobre propiedades geométricas y sus relaciones. - Desarrollar argumentos lógicos para justificar conjeturas y conclusiones de forma gradual de acuerdo al nivel. <p><i>Criterios generales:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Se favorece el establecimiento y el uso de conexiones entre las ideas matemáticas (problemas, representaciones, conceptos, procedimientos, propiedades, argumentos). - Los contenidos matemáticos se presentan y estudian como un todo organizado. - Se reconocen y aplican las ideas matemáticas en contextos no matemáticos. - Se identifican y articulan la diversidad de significados de los objetos implicados en las prácticas matemáticas. <p><i>Criterios específicos:</i></p> <p>Se procura la conexión de las ideas matemáticas, específicamente las</p>

geométricas espaciales, para ser presentadas, reconocidas y enseñadas como un todo organizado en contextos no matemáticos:
- Reconocer, identificar, distinguir, definir, clasificar, razonar y relacionar figuras tridimensionales en el entorno.

4. Reflexiones finales

En este trabajo se ha presentado el proceso de elaboración de indicadores de idoneidad epistémica para un tema específico en geometría como es la visualización espacial de figuras de tres dimensiones, en los primeros niveles de educación primaria.

El sistema de indicadores elaborado, que no se puede considerar como definitivo y cerrado, se está aplicando como instrumento para apoyar el análisis detallado de la idoneidad didáctica de documentos curriculares chilenos sobre la enseñanza de la geometría en educación básica. Asimismo, este instrumento teórico y metodológico puede ser utilizado por el profesorado para orientar el diseño, implementación y evaluación de procesos de enseñanza de la geometría, siendo una herramienta de reflexión sobre su propia práctica y, por tanto, para lograr mejoras progresivas en la misma.

Como argumentan Godino, Batanero, Font y Giacomone (2016), esta mirada a nivel macroscópico de la práctica docente debería ser una competencia del profesor de matemáticas y, por tanto, ser la base para el diseño de acciones formativas pertinentes. Así es que, “El profesor de matemática debe conocer, comprender y valorar esta herramienta y adquirir competencia para su uso pertinente. Se trata de la competencia de análisis de la idoneidad didáctica de los procesos de estudio matemáticos”. (Godino et al., 2016, p.282)

Numerosos trabajos son el producto del uso de esta herramienta; un claro ejemplo es el trabajo de Posadas y Godino (2014), donde una estudiante de máster de la Universidad de Granada describe, analiza y valora el proceso que experimentó personalmente durante su periodo de prácticas de enseñanza. Este tipo de acciones formativas se viene experimentando ampliamente en los programas de maestría de diversas universidades españolas y latinoamericanas, como se puede ver en Breda, Font y Lima (2015); abriendo un amplio panorama a la aplicación en el campo de la formación docente, como así también al continuo desarrollo de la TID.

Agradecimientos: Trabajo realizado en el marco de los proyectos de investigación EDU2012-31869 y EDU2013-41141-P, Ministerio de Economía y Competitividad (MINECO, España) y del Programa de Formación de Capital Humano Avanzado de la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica (CONICYT, Chile) del Ministerio de Educación.

Referencias

- Battista, M. (2007). The development of geometric and spatial thinking. En F. Lester, (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843-908). Charlotte, NC: Information Age.
- Breda, A., Font, V. y Lima, V. M. R. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, São Paulo*, 8(2).

- Fernández, T. (2014). *Atendiendo habilidades de visualización en la enseñanza de la geometría*. IX Festival Internacional de Matemática (pp. 1-2). Quepos, Puntarenas, Costa Rica.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM: Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. y Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. En C. Fernández, J. L. González, F. J. Ruiz, J. A. Macías, A. Jiménez, M. T. Sánchez, P. Hernández, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 272-285). Málaga: SEIEM.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006) Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Castro, C. de. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59-76.
- Gonzato, M. (2013). *Evaluación de conocimientos de futuros profesores de educación primaria para la enseñanza de la visualización espacial*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Gonzato, M., Godino, J. D. y Neto, T. (2011). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualización de objetos tridimensionales. *Educación Matemática*, 23(3), 5-37.
- Harel, G. y Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: Results from exploratory studies. En A. Schoenfeld, J. Kaput y E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.
- Harel, G. y Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. En F. Lester, (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 805-842). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Hershkowitz, R. (2014). Shape and space - Geometry teaching and learning. *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 542-547). Belin: Springer.
- Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la geometría. De las construcciones a las demostraciones*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- Posadas, P. y Godino, J. D. (2014). *Reflexión sobre la práctica docente como estrategia formativa para desarrollar el conocimiento didáctico-matemático*. Trabajo fin de Máster. Universidad de Granada. Disponible en, http://www.ugr.es/~jgodino/fprofesores/Posadas_reflexion.pdf
- Van Hiele, P. M. (2002). Similarities and differences between the theory of learning and teaching of Skemp and the Van Hiele levels of thinking. En D. Tall y M. Thomas (Eds.), *Intelligence, learning and understanding in mathematics. A tribute to Richard Skemp*. Flaxton, Australia: PostPressed.